



กิจกรรม : ลิมิตของฟังก์ชัน

จุดมุ่งหมายของกิจกรรม

กิจกรรมนี้ใช้เพื่อสอน เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

แนวทางการดำเนินกิจกรรม

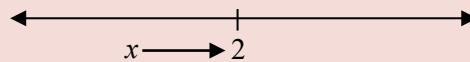
1. ครูให้นักเรียนพิจารณาและยกตัวอย่างประกอบข้อความ “ x เข้าใกล้ 2 แต่ $x \neq 2$ ”

แนวคำตอบ

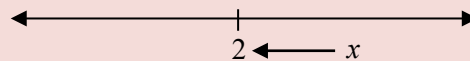
คำตอบของนักเรียนมีได้หลายแบบ ซึ่งคำตอบของนักเรียนจะมี 2 กลุ่ม คือ กลุ่มค่าของ x ที่มีค่าน้อยกว่า 2 ที่เข้าใกล้ 2 เช่น 1.9, 1.99, 1.999, ... และกลุ่มค่าของ x ที่มีค่ามากกว่า 2 ที่เข้าใกล้ 2 เช่น 2.1, 2.01, 2.001, ...

2. จากคำตอบที่ได้ในข้อ 2 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้ได้ว่า x เข้าใกล้ 2 แต่ $x \neq 2$ สามารถสรุปได้เป็น 2 กรณี ดังนี้

- กรณีที่ x เข้าใกล้ 2 แต่ $x \neq 2$ โดยที่ $x < 2$ จะเรียกว่า x เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย แทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow 2^-$



- กรณีที่ x เข้าใกล้ 2 แต่ $x \neq 2$ โดยที่ $x > 2$ จะเรียกว่า x เข้าใกล้ 2 ทางด้านขวา แทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow 2^+$



3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า x เข้าใกล้ 2 แต่ $x \neq 2$ เป็นการพิจารณา x ที่เข้าใกล้ 2 ทั้งทางด้านซ้ายและขวาของ 2 ($x < 2$ และ $x > 2$) แทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow 2$
4. ครูจับคู่ให้นักเรียนแบบละความสามารรถ แล้วให้นักเรียนแต่ละคู่เปิดไฟล์ ipst.me/11546
5. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ศึกษาการหาค่าของฟังก์ชัน $y = f(x) = x^2$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย โดยให้นักเรียนคลิกที่รูปสี่เหลี่ยมหน้าข้อความ “ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย” จากนั้นคลิกลากปุ่มบนสไลเดอร์ d และสังเกตค่าที่เปลี่ยนไปของ x และ $f(x)$
6. จากข้อ 5 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปให้ได้ว่า “เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย แล้ว $f(x)$ จะมีค่าเข้าใกล้ 4”
7. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่คลิกที่รูปสี่เหลี่ยมหน้าข้อความ “ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย” อีกครั้ง เพื่อซ่อน x และ $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย
8. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ศึกษาการหาค่าของฟังก์ชัน $y = f(x) = x^2$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านขวา โดยให้นักเรียนคลิกที่รูปสี่เหลี่ยมหน้าข้อความ “ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านขวา” จากนั้นคลิกลากปุ่มบนสไลเดอร์ e และสังเกตค่าที่เปลี่ยนไปของ x และ $f(x)$

9. จากข้อ 8 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปให้ได้ว่า “เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านขวา แล้ว $f(x)$ จะมีค่าเข้าใกล้ 4”

10. จากคำตอบที่ได้ในข้อ 7 และ 9 ครูสรุปว่า

- เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย แล้ว $f(x)$ จะมีค่าเข้าใกล้ 4 ซึ่งเรียกว่า ลิมิตของฟังก์ชัน $f(x) = x^2$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย เท่ากับ 4 เขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$
- เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านขวา แล้ว $f(x)$ จะมีค่าเข้าใกล้ 4 ซึ่งเรียกว่า ลิมิตของฟังก์ชัน $f(x) = x^2$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านขวา เท่ากับ 4 เขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$

11. จากข้อ 10 ครูสรุปว่า เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้ายและด้านขวา แล้ว $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ 4 จะกล่าวว่ ลิมิตของฟังก์ชัน $f(x) = x^2$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 เท่ากับ 4 เขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

12. ครูอธิบายสรุปเกี่ยวกับกรณีทั่วไปดังนี้

- สำหรับฟังก์ชัน f ใด ๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง

ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L เมื่อ x เข้าใกล้ a ทั้งทางด้านซ้าย และขวาของ a แล้วจะเรียก L ว่า **ลิมิตของ f ที่ a** ซึ่งเขียนแทนด้วย สัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ และกล่าวว่า $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ มีค่าเท่ากับ L

แต่ถ้าไม่มีจำนวนจริง L ซึ่ง $f(x)$ เข้าใกล้ L เมื่อ x เข้าใกล้ a แล้วจะกล่าวว่า “ f ไม่มีลิมิตที่ a ” หรือกล่าวว่า “ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ไม่มีค่า”

- สำหรับฟังก์ชัน f ใด ๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง

ถ้า $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L_1 เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายแล้ว จะเรียก L_1 ว่า **ลิมิตซ้ายของ $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย** เขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$

ถ้า $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L_2 เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา จะเรียก L_2 ว่า **ลิมิตขวาของ $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา** เขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$