Herramientas de geogebra relacionadas con los axiomas de Hilbert.

- Axiomas de incidencia

Ax. I-1 - Dos puntos diferentes A, B determinan una única recta. Lo que escribiremos (AB) = l o (BA) = l	Recta.
Ax. I-2 - Cualquier par de puntos de una recta la determinan completamente.	Recta.
Ax.I-3 – Existen al menos tres puntos que no pertenecen a una misma recta. Tres puntos que no pertenecen a una misma recta pertenecen al menos a un plano.	Plano que pasa por tres puntos. Puntos (tres). Recta.
Ax. I-4 - Tres puntos no colineales determinan un único plano.	Plano que pasa por tres puntos. Puntos.
Ax. I-5 - Si dos puntos de una recta pertenecen a un plano, todos los puntos de la recta pertenecen a un mismo plano. En este caso diremos que la recta pertenece al plano.	Recta. Punto. Plano que pasa por tres puntos.
Ax. I-6 - Si un punto pertenece a dos planos, existe al menos otro punto que pertenece a los dos planos.	Plano que pasa por tres puntos. Recta. Punto.
Ax. I-7 - Existen al menos cuatro puntos que no pertenecen a un mismo plano.	Plano que pasa por tres puntos. Puntos.

- <u>Axiomas de orden</u>

Ax. O-1 - Si A,B,C son puntos de una recta y si B está entre A y C, entonces los tres puntos son distintos y B está entre C y A.	Recta. Puntos.
Ax. O-2 - Si A y C son puntos diferentes de una recta, entonces existe al menos un punto B entre A y C y existe al menos un puntos D tal que C está entre A y D.	Puntos. Recta.
Ax. O-3 - Si A,B,C son tres puntos diferentes de una recta, uno y sólo uno de ellos está entre los otros dos	Puntos. Recta.
Ax. O-4 - Dados cuatro puntos de una recta A,B,C,D de una misma recta, ellos siempre pueden ser arreglados de modo que: B esté entre A y C B esté entre A y D C esté entre A y D C esté entre B y D	Puntos. Recta.
Ax. O-5 - Una recta separa el plano Sea la recta l en un plano y sean los puntos A y B del plano que no pertenecen a l, diremos que ellos están en: El mismo lado con respecto a l si entre A y B no existe ningún punto de l. Lados diferentes si entre A y B existe al menos un punto de l.	Puntos. Plano que pasa por tres puntos. Recta.

- <u>Axiomas de congruencia de segmentos</u>

Ax. CS-1 - Existe una relación entre segmentos que se expresa mediante la palabra congruente y que posee las siguientes propiedades: Propiedad refleja: Todo $\overline{AB}$ es congruente a sí mismo: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ y $\overline{AB} \cong \overline{BA}$. Propiedad simétrica: Si AB $\cong \overline{A'B'}$, entonces $\overline{A'B'} \cong \overline{AB}$. Propiedad transitiva: Si $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$ y $\overline{A'B'} \cong \overline{A''B''}$, entonces $\overline{AB} \cong \overline{A''B''}$	Segmento. Puntos. Segmento de longitud dada.
Ax. CS-2 - Si A y B son puntos en una recta l y A' es un punto en la recta l', entonces siempre es posible encontrar sobre la recta l', a cualquiera de los lados de A', un único punto B' tal que $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$	Puntos. Recta. Segmento de longitud dada.
Ax. CS-3 - Axioma de suma y resta de segmentos Si AB y BC sobre la recta l no tienen puntos comunes distintos de B, y si $\overline{A'B'}$ y $\overline{B'C'}$ sobre la recta l' no tienen puntos comunes distintos de B' , entonces se cumple: 1. $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$ y $\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$ implican que $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$. 2. $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$ y $\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$ implican que $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$.	Segmento de longitud dada

- <u>Axiomas de congruencia de ángulos</u>

Ax. CA-1- Dado un ∠(h, k) en un plano Π y una recta l' en un plano Π' en el cual se fija un lado de l' y h' es un semirrayo de la recta l' que parte de un punto O'. Entonces, existe un único semirrayo k' de modo que el ∠(h',k') es congruente con ∠(h, k). En símbolos: ∠(h, k) ≅ ∠(h' , k').	Ángulo. Semirrecta.
Ax. CA-2 - Si ∠(h, k) es congruente con ∠(h',k') y ∠(h', k') es congruente con ∠(h'', k'') , entonces ∠(h, k) es congruente con ∠(h'', k'').	Ángulo. Ángulo dada su amplitud.
Ax. CA-3 - Axioma de suma y resta de ángulos. Dados los ángulos β y γ adyacentes y α como en la figura, β' y γ ' adyacentes y α' entonces: 1. Si β ≅ β ', γ ≅ γ 0 entonces α ≅ α 0 (suma de ángulos). 2. Si α ≅ α', β ≅ β' entonces γ ≅ γ' (resta de ángulos). 3. Si α ≅ α', γ ≅ γ' entonces β ≅ β' (resta de ángulos).	Ángulo dada su amplitud.

- <u>Axioma de congruencia de triángulos</u>

Axioma de congruencia de triángulos - Si en los triángulos ABC y A'B'C' se cumplen las siguientes relaciones: AB ≅ $\overline{A'B'}$, AC	Ángulo

$\cong A'C'$, $\angle BAC \cong \angle B'A'C'$. Entonces, también se cumple que $\angle ABC \cong \angle A'B'C'$, $\angle ACB \cong \angle A'C'B'$. En palabras, el axioma nos dice que bajo las hipótesis dadas, los ángulos opuestos a lados congruentes son congruentes.	