

Matematička indukcija (Domaći rad) - Sara Milošević

1084.

b) $133|11^{n+2} + 12^{2n+1}$

1) $a_0 = 11^2 + 12 = 121 + 12 = 133$

$133|11^{n+2} + 12^{2n+1}$ (T)

2) $133|11^{(n+1)+2} + 12^{2(n+1)+1}$

$$11^{n+3} + 12^{2n+3} = 11^{n+2} \cdot 11 + 12^{2n+1} \cdot 144 = 11 \cdot \underbrace{(11^{n+2} + 12^{2n+1})}_{an} + \underbrace{133 \cdot 12^{2n+1}}_{deljivo\ sa\ 133}$$

g) $17|6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}$

1) $a_0 = 6^0 + 19^0 - 2^1 = 1 + 1 - 2 = 0$

$17|6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}$ (T)

2) $17|6^{2(n+1)} + 19^{(n+1)} - 2^{n+2}$

$$6^{2n+2} + 19^{n+1} - 2^{n+2} = 6^{2n} \cdot 36 + 19^n \cdot 19 - 2^{n+1} \cdot 2 =$$

$$= 2 \cdot \underbrace{(6^{2n} + 19^n - 2^{n+1})}_{an} + \underbrace{17 \cdot 2 \cdot 6^{2n}}_{deljivo\ sa\ 17} + \underbrace{17 \cdot 19^n}_{deljivo\ sa\ 17}$$

đ) $11|30^n + 4^n \cdot (3^n - 2^n) - 1$

1) $a_0 = 30^0 + 4^0 \cdot (3^0 - 2^0) - 1 = 1 + 1 \cdot 0 - 1 = 1 - 1 = 0$

$11|30^n + 4^n \cdot (3^n - 2^n) - 1$ (T)

2) $11|30^{n+1} + 4^{n+1} \cdot (3^{n+1} - 2^{n+1}) - 1$

$$30 \cdot 30^n + 4 \cdot 4^n \cdot (3 \cdot 3^n - 2 \cdot 2^n) - 1 = 30 \cdot 30^n + 4 \cdot 4^n \cdot 3 \cdot 3^n - 4 \cdot 4^n \cdot 2 \cdot 2^n - 1 =$$

$$= 30 \cdot 30^n + 12 \cdot 4^n \cdot 3^n - 8 \cdot 4^n \cdot 2^n - 1 = 30 \cdot 30^n + 8 \cdot 4^n \cdot (3^n - 2^n) + 4 \cdot 4^n \cdot 3^n - 1 =$$

$$= \underbrace{(30^n + 4^n \cdot (3^n - 2^n) - 1)}_{an} + \underbrace{29 \cdot 30^n + 7 \cdot 4^n \cdot (3^n - 2^n) + 4 \cdot 12^n}_{?}$$

*) $11|29 \cdot 30^n + 7 \cdot 4^n \cdot (3^n - 2^n) + 4 \cdot 12^n$

1) $a_0 = 29 \cdot 1 + 7 \cdot 1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 = 29 + 4 = 33$

$11|29 \cdot 30^n + 7 \cdot 4^n \cdot (3^n - 2^n) + 4 \cdot 12^n$ (T)

2) $11|29 \cdot 30^{(n+1)} + 7 \cdot 4^{(n+1)} \cdot (3^{(n+1)} - 2^{(n+1)}) + 4 \cdot 12^{(n+1)}$

$$\begin{aligned}
& 29 \cdot 30 \cdot 30^n + 7 \cdot 4 \cdot 4^n \cdot (3^n \cdot 3 - 2^n \cdot 2) + 4 \cdot 12 \cdot 12^n = \\
& = 30 \cdot 29 \cdot 30^n + 7 \cdot 4 \cdot 4^n \cdot 3 \cdot 3^n - 7 \cdot 4 \cdot 4^n \cdot 2 \cdot 2^n + 12 \cdot 4 \cdot 12^n = \\
& = 30 \cdot 29 \cdot 30^n + 8 \cdot (7 \cdot 4^n \cdot (3^n - 2^n)) + 96 \cdot 4 \cdot 12^n = \\
& = 8 \cdot \underbrace{(29 \cdot 30^n + 7 \cdot 4^n \cdot (3^n - 2^n) + 4 \cdot 12^n)}_{an} + \underbrace{22 \cdot 29 \cdot 30^n}_{deljivo\ sa\ 11} + \underbrace{88 \cdot 4 \cdot 12^n}_{deljivo\ sa\ 11}
\end{aligned}$$