

# 5

## Experimentieren: Geraden im Raum

### Didaktische Hinweise

Diese Station dient dazu die Parameterdarstellung von Geraden im Raum zu visualisieren und die gegenseitige Lage von Geraden im Raum experimentell zu untersuchen. Dazu können Sie zwei fertige GeoGebra-Arbeitsblätter verwenden, indem Sie die gegebenen Geraden von allen Seiten betrachten.

Zur Lösung der untenstehenden Aufgaben können Sie die vorgegebenen GeoGebra-Beispiele verändern oder eigene GeoGebra-Arbeitsblätter entsprechend der Vorlage erstellen. Tipps dazu werden im Anschluss an den Schülerarbeitsauftrag gegeben.

Die Station kann in individualisierten Lernphasen zum eigenverantwortlichen Lernen der SchülerInnen oder für die Demonstration im Unterricht eingesetzt werden.

### Arbeitsauftrag für SchülerInnen

#### 1. Aufgabe

Sie öffnen das GeoGebra-Arbeitsblatt *Geraden.ggb*.

- Sie erkennen den Stützpunkt und den Richtungsvektor. Drehen Sie das Koordinatensystem, um die Gerade von allen Seiten aus zu betrachten.
- Sie lassen sich die Koordinaten des Stützpunktes, die Elemente des Richtungsvektors und die Gleichung der Geraden anzeigen.
- Sie stellen mit dem Schieberegler den Wert von  $r$  auf 1 und lassen sich die Koordinaten des Punktes  $X$  zeigen.
- Sie schalten die Animation ein und drehen das Koordinatensystem im Raum.
- Ermitteln Sie experimentell die Koordinaten der Durchstoßpunkte durch die  $x_1x_3$ - und die  $x_2x_3$ -Ebene.
- Ändern Sie den Stützpunkt und/oder den Richtungsvektor und führen Sie die obigen Schritte für die neu entstehenden Geraden durch

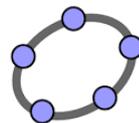
#### Tipps

Rechtsklick auf die Objekte: *Eigenschaften* → *Beschriftung* → *Wert*

Zusätzlich können Sie die Koordinaten als Dreibein (Zusatzwerkzeug, siehe Station 2) visualisieren.

Ursprüngliches Bild wiederherstellen:  
Menü *Ansicht* → *Ansichten auffrischen*

Rechtsklick auf die Objekte: *Eigenschaften* → *Beschriftung* → *Wert*



## 2. Aufgabe

Sie öffnen das GeoGebra-Arbeitsblatt *Geraden\_Lage.ggb*.

Gezeichnet ist die Gerade  $g_1$  mit der Gleichung  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .

Bei den folgenden Beispielen untersuchen Sie zunächst mit GeoGebra die Lage der Gerade zu  $g_1$  und stellen eine Vermutung auf. Dann überprüfen Sie Ihre Vermutung rechnerisch (von Hand) und bestätigen Ihre Berechnung wieder mit GeoGebra.

### 1. Beispiel

Gegeben ist die Gerade  $g_2$  durch

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathbb{R}.$$

### 2. Beispiel

Gegeben ist die Gerade  $g_3$  durch

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

### 3. Beispiel

Gegeben ist die Gerade  $g_4$  durch

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad u \in \mathbb{R}.$$

### 4. Beispiel

Gegeben ist die Gerade  $g_5$  durch

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v \in \mathbb{R}.$$

- Sie drehen das Koordinatensystem, um die Lage der Geraden von allen Seiten zu betrachten.
- Sie vergleichen die Richtungsvektoren.
- Sie versuchen die Geraden zu schneiden.

### Tipps

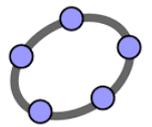
mit 

mit 

### Joker

Ist es möglich, das Koordinatensystem so zu drehen, dass die beiden Geraden aussehen, ...

- als ob sie identisch wären
- als ob sie parallel wären
- als ob sie nur ein Punkt wären
- sie sich schneiden



## Tipps zu GeoGebra

- Man kann auch in der 3D-Grafikansicht mit einem Schieberegler arbeiten. Aber man muss ihn in einem 2D-Grafik-Fenster definieren.
- Wenn man im Kontextmenü die Eigenschaft *Animation ein* aktiviert, kann man mit  und  die Animation starten und stoppen.
- Um die Punkte auf der Geraden, die mit Hilfe des Schiebereglers erzeugt werden, dauerhaft sichtbar zu machen, aktiviert man im Kontextmenü des Punktes die Eigenschaft *Spur ein*.
- Wenn man die Achsen des Koordinatensystems in der 3D-Ansicht einfarbig und ohne Skala zeichnen möchte, definiert man die Achsenansichten als Vektoren, z.B.  
 $x_1 = \text{Vektor}[(-1, 0, 0), (8, 0, 0)]$   
 $x_2 = \text{Vektor}[(0, -1, 0), (0, 8, 0)]$   
 $x_3 = \text{Vektor}[(0, 0, -1), (0, 0, 8)].$
- Mit dem Werkzeug  bildet man die Schnittpunkte zweier geometrischer Objekte.
- Die Koordinatenachsen haben in GeoGebra die Bezeichnungen xAchse, yAchse und zAchse; die Koordinatenebenen heißen xyEbene, xzEbene und yzEbene.
- Zur Berechnung der Durchstoßpunkte kann man beispielsweise in der Eingabezeile schreiben: `Schneide[g_1, xyEbene]`
- Kontrollkästchen sind nur in der 2D-Grafik möglich. Man legt sie mit dem Werkzeug  fest. Im Eingabefenster wählt man aus der Liste die Objekte aus, die sichtbar werden sollen, wenn das Kontrollhäkchen gesetzt ist. Man kann ein Objekt auch nachträglich von einem bestehenden Kontrollkästchen abhängig machen:  
 Rechtsklick auf das Objekt → Eigenschaften → Erweitert → Bedingung um Objekt anzuzeigen → Namen des Kontrollkästchens eingeben.
- Kontrollkästchen sind logische Variable und können durch die logischen Operatoren  $\wedge$  (Eingabe &&),  $\vee$  (Eingabe ||) und  $\neg$  (Eingabe !!) kombiniert werden.