

## Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Comprendre, distingir i valorar el concepte de funció
- Interpretar i relacionar taula, gràfic i fórmula d'una relació funcional
- Distingir els conceptes de variable dependent i independent, domini i recorregut
- Apreciar i interpretar sobre un gràfic les primeres propietats generals d'una funció
- Distingir, formular i representar situacions mitjançant una funció de proporcionalitat directa i inversa.

### Abans de començar

1. Relacions funcionals ..... pàg. 204  
Taulas, gràfics i fórmules.  
Variables  
Domini i recorregut
2. Representació gràfica..... pàg. 211  
A partir de taula o fórmula  
Uns símbols molt útils
3. Propietats generals ..... pàg. 214  
Creixement decreixement  
Tall amb els eixos  
Màxims i mínims
4. Primeres funcions elementals ..... pàg. 219  
De proporcionalitat directa  
De proporcionalitat inversa

RESUM

Autoavaluació

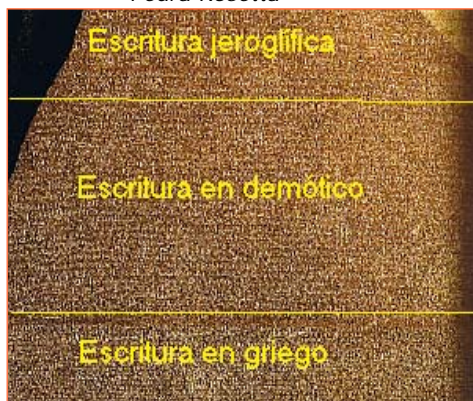
Activitats per enviar al tutor



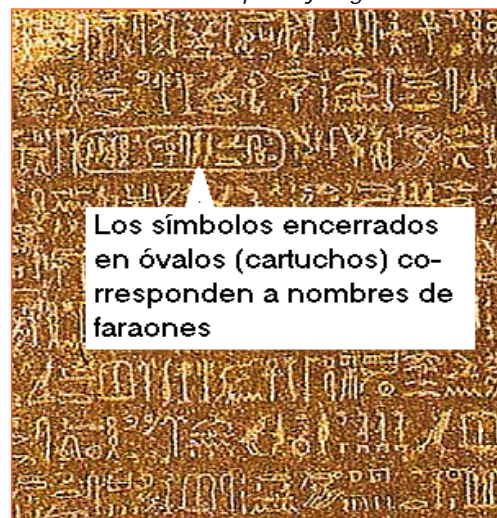
## Abans de començar

La Pedra Rosetta tanca un documento escrit en tres formes diferents. A la part superior (jeroglífics), a la central, (demòtic) dues formes d'escriptura d'una llengua morta, l'egipci. A la part inferior apareix la mateixa inscripció en grec. Això últim i la genialitat de Champollión va permetre trobar les claus de la correspondència entre els símbols jeroglífics i les seves imatges fonètiques.

Pedra Rosetta



Detall de l' escriptura jeroglífica



Algun dels "cartutxos" que van ajudar a desxifrar els equivalents fonètics de l'escriptura egípcia.

	ALKSINDRS	Clau Alexandre
	QLIOPADRA	Clau Cleopatra
	PTOLMYS	Clau Ptolomeo
	RAMSSS	Clau Ramses
	THOTMSS	Clau Thumosis



### 1. Relacions funcionals

#### Expressió d'una relació funcional.

Es diu que una correspondència entre dos conjunts és una relació funcional, quan a cada element del primer conjunt se li fa correspondre de forma única un element del segon.

Observa els exemples d'aquestes situacions.

##### Exemple

##### Taula de valors

La lliura és una mesura de pes d'origen anglosaxó. En la següent taula es dona l'equivalència en quilograms de distintes mesures en lliures.

Peso en libras	Peso en kilogramos
2	0'90
3	1'35
4	1'80
x	f(x)

A cada valor en el pes de lliures, el primer conjunt, li correspon un **únic** valor en el pes de quilograms, el segon conjunt.

De forma general direm que a x pes de lliures li correspon f(x) pes de quilograms.

A l'exemple anterior hem vist la taula de valors com una forma d'expressar una relació funcional. Vegem-ne d'altres.

Entre les diferents formes d'expressar una relació funcional, podem assenyalar:

- Mitjançant una taula.
- Mitjançant un gràfic.
- Mitjançant una fórmula.

La taula de valors, la representació gràfica i la formulació mitjançant una expressió algebraica constitueixen les formes habituals d'expressar la dependència entre dues magnituds.

##### Exemple

##### La representació gràfica

El gràfic següent representa la distància a la que es troba en Joan de casa seva al llarg del dia. En Joan agafa el cotxe, va durant un temps, esmorza i llegeix la premsa, segueix una estona fins a la casa d'uns amics que l'han convidat a dinar. Al cap d'un temps torna ràpid ja que s'ha fet una mica tard.



Si va sortir a les 9 del matí, ha estat fora 12 hores, així que va tornar a les 21:00 hores.

Podem també afirmar que a casa dels seus amics hi va estar 4 hores, des de l'hora 6 fins a l'hora 10 del temps transcorregut, és a dir, des de les 15:00 hores fins a les 19:00 hores.

També que la casa d'en Joan està a 9000 metres.

Novament observa que per a cada valor a l'eix *Temps*, existeix un únic valor a l'eix de *Distància*.

## Exemple

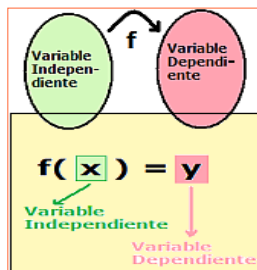
### Expressió algebraica.

Una fórmula ens fa pensar sempre en un secret, una sèrie de caràcters capaços de tancar una gran quantitat d'informació disponible per al qui la desxifri. En matemàtiques una fórmula és una expressió algebraica que descriu la relació funcional i que permet mitjançant una simple substitució calcular el transformat d'un determinat valor.

$f(x) = 3x - 1$	$f(-2) = -7$
	$f(-1) = -4$
	$f(2) = 5$
	$f(3) = 8$

## Variable dependent i independent.

En una relació funcional, a la magnitud que depèn de l'altra se la denomina *variable dependent*, a aquesta segona magnitud se la denomina *variable independent*.



## Exemple

El gràfic representa la distància en metres a la que es troba una persona de casa seva al llarg de 6 hores de temps.



## Exemple

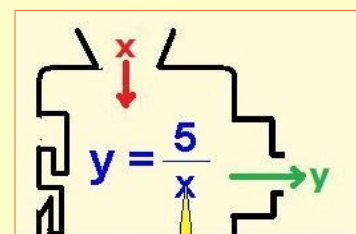
Les "taules de preus" constitueixen una de les aplicacions més habituals de les funcions definides mitjançant taula.

A l'exemple es pot observar la identificació de la variable independent i la dependent.

Tiempo (minutos)	Precio (euros)
$\leq 30$	0.50
entre 31 y 60	1
entre 61 y 90	1.20
entre 91 y 120	1.50

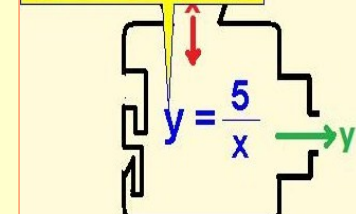
Per cada temps en minuts haurem de pagar una quantitat. (VARIABLE INDEPENDENT: TEMPS)

La fórmula és una expressió algebraica que relaciona dues variables.



Para cada valor que tome la variable "x" se obtendrá el correspondiente valor de "y" (VARIABLE INDEPENDIENTE (x))

Dependiendo del valor que tome la variable "x" se irán obteniendo los valores de la variable "y". (VARIABLE DEPENDIENTE (y))



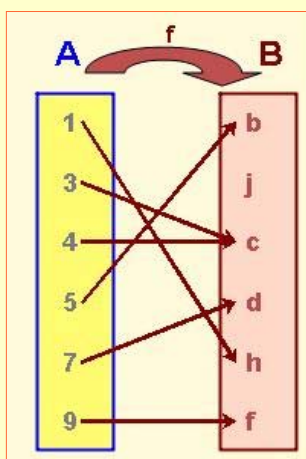
# Funcions.

## Domini i recorregut.

El *domini* o *camp d'existència* d'una funció és el conjunt de tots els valors que pren la variable independent.

El *recorregut*, *imatge* o *rang* d'una funció és el conjunt de valors que pren la variable dependent.

Veiem el següent exemple entre dos conjunts.



**Domini:** Todos los elementos de A que están relacionados.

$\{1, 3, 4, 5, 7, 9, \}$

**Recorrido:** Todos los elementos de B que son imagen de algún elemento de A

$\{b, c, d, h, f, \}$

Observa com hi ha un element del conjunt B, element  $j$ , que no pertany al recorregut, ja que no és imatge de cap element del domini.

Pot haver-hi elements de B que siguin imatge de més d'un element de A.

## Exercici resolt

1. La taula representa valors d'una funció. Completa els buits que falten.

SOLUCIÓ:

Observa que les imatges de cada valor es van obtenint multiplicant per 2 i sumant després 5.

x	f(x)
4	13
5	15
6	17
8	21
9	23

Per calcular la imatge de 8:

$$2 \cdot 8 + 5 = 21$$

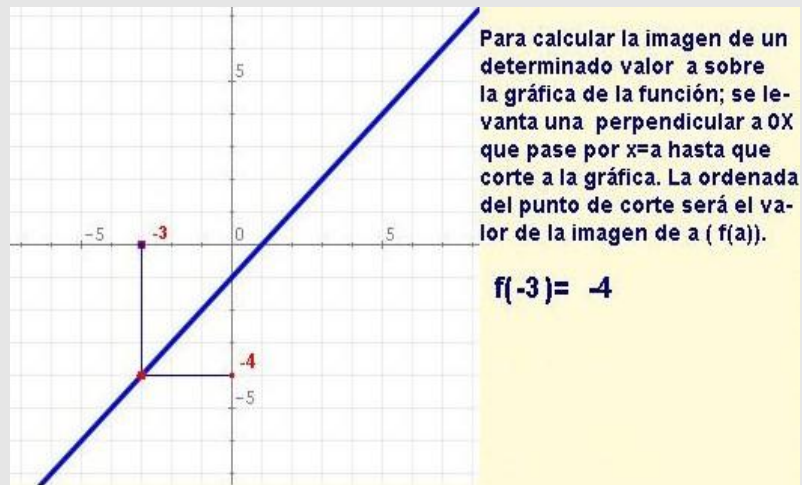
Per calcular l'antiimatge de 23:

$$\frac{23 - 5}{2} = 9$$

## Exercicis resolts

2. Calcula en el següent gràfic  $f(-3)$ .

SOLUCIÓ:



3. Fes una taula de valors per a la funció  $f(x) = 1x+1$ , i després dibuixa el seu gràfic de punts.

SOLUCIÓ:

Si una función tiene por fórmula  $f(x) = 1x+1$  Las imágenes de los valores de la tabla se obtienen:

$$f(2) = 1 \cdot 2 + 1 = 3$$

$$f(3) = 1 \cdot 3 + 1 = 4$$

$$f(4) = 1 \cdot 4 + 1 = 5$$

$$f(5) = 1 \cdot 5 + 1 = 6$$

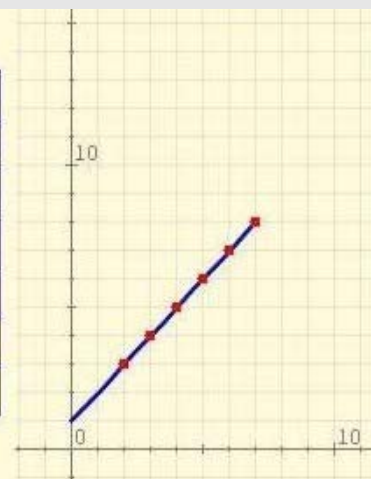
$$f(6) = 1 \cdot 6 + 1 = 7$$

Por último, para la preimagen si  $1x+1 = 8$

$$1x = 8 - 1$$

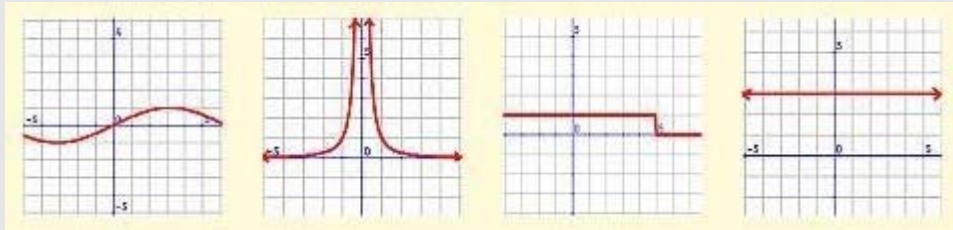
$$x = \frac{8-1}{1} = 7$$

x	f(x)
2	3
3	4
4	5
5	6
6	7
7	8



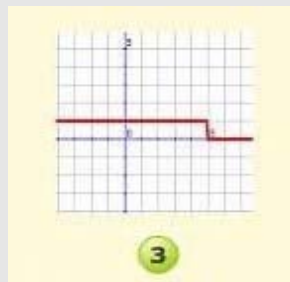
## Exercicis resolts

4. Entre les següents representacions gràfiques n'hi ha una que no correspon a una funció.

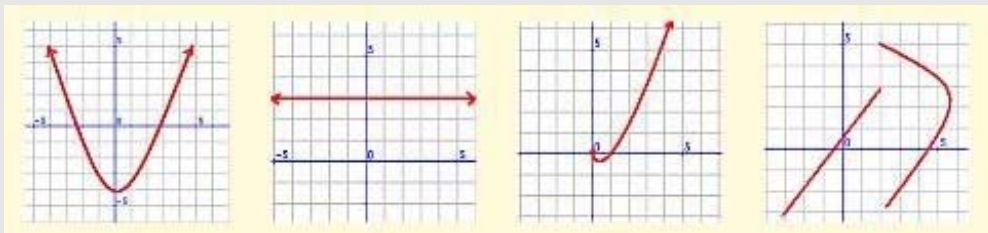


SOLUCIÓ:

Almenys hi ha un valor de  $x$  al que correspon més d'una imatge, i per tant no és funció.

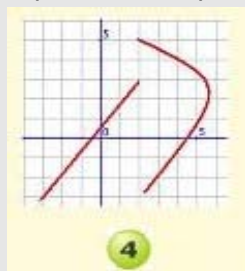


5. Entre les següents representacions gràfiques n'hi ha una que no correspon a una funció.



SOLUCIÓ:

Almenys hi ha un valor de  $x$  al qual li correspon més d'una imatge, i per tant no és funció.





## Exercicis resols

6. Troba el domini de  $f(x) = \frac{3x+4}{2x^2+2}$

SOLUCIÓ:

$$f(x) = \frac{3x+4}{2x^2+2}$$

El único problema de la fórmula está en el denominador. Se puede dividir entre cualquier número excepto entre 0. Es decir ( $2x^2+2$ ) debe ser distinto de cero. Por tanto:

El dominio será el CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES EXCEPTO LOS VALORES QUE ANULAN EL DENOMINADOR.

$$2x^2+2 \rightarrow 2x^2 = -2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{-2}{2}}$$

NO EXISTE LA RAÍZ DE UN NÚMERO NEGATIVO. Por tanto:

$$\text{Dom}f \equiv \mathbf{R}$$

7. Troba el domini de  $f(x) = \frac{4x+4}{x+5}$

SOLUCIÓ:

$$f(x) = \frac{4x+4}{x+(5)}$$

El único problema de la fórmula está en el denominador. Se puede dividir entre cualquier número excepto entre 0. Es decir ( $x+(5)$ ) debe ser distinto de cero. Por tanto:

El dominio será el CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES EXCEPTO LOS VALORES QUE ANULAN EL DENOMINADOR.

$$x+(5) = 0 \rightarrow x = -5 \rightarrow \text{Dom}f \equiv \mathbf{R - \{-5\}}$$

## Exercicis resols

8. Troba el recorregut de  $f(x)=2x+1$

SOLUCIÓ:

$$f(x) = 2x + 1$$

**Veamos cuando tiene sentido  $2x + 1 = r$  (siendo  $r$  un elemento genérico del recorrido)**

$$2x + 1 = r \rightarrow 2x = r - 1 \rightarrow x = \frac{r - 1}{2}$$
 Esta expresión tiene sentido siempre, por tanto:

**El recorrido de la función es  $\mathbf{R}$**

9. Troba el recorregut de  $f(x) = \frac{4}{x+4}$

SOLUCIÓ:

$$f(x) = \frac{4}{x + (-4)}$$

**Veamos cuando tiene sentido  $\frac{4}{x + (-4)} = r$  (siendo  $r$  un elemento genérico del recorrido)**

$$\frac{4}{x + (-4)} = r \rightarrow 4 = r \cdot (x + (-4)) \rightarrow \frac{4}{r} = x + (-4)$$

$\frac{4}{r} - (-4) = x$  → La expresión tiene sentido cuando  $r$  es distinto de cero, por tanto:

**El recorrido de la función es  $\mathbf{R - \{0\}}$**

## 2. Representació gràfica

### Gràfic d'una funció.

Per representar gràficament una funció, es forma la taula de valors corresponent. Cada parella s'identifica amb un punt del pla cartesià de manera que:

- La variable independent  $x$  es representa a l'eix d'abscisses.
- La variable dependent  $y$  es representa a l'eix d'ordenades.

Segons el tipus de funció podràs unir els punts obtinguts.



O no unir-los, segons el plantejament de la situació tractada.



La representació gràfica d'una funció és una ajuda fonamental per a l'estudi de propietats de la mateixa que no són evidents en una taula o una fórmula. Parlem de conceptes tan visuals com creixement, decreixement, màxims i mínims.

Aquests conceptes, que veurem més endavant, tenen una aplicació directa en la interpretació de l'evolució de molts processos.

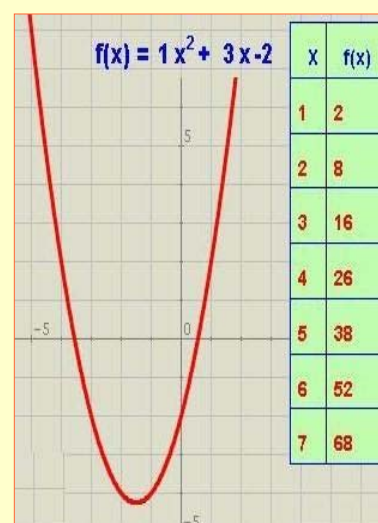
### A partir d'una taula:

Situem els punts sobre el gràfic, posteriorment els unim o no segons sigui el cas.



### A partir d'una fórmula:

Calculem el valor d'alguns punts, així com realitzem una taula de valors.

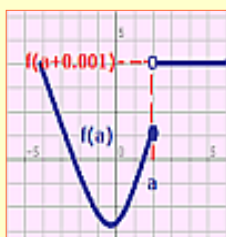


# Funcions.

## Uns símbols molt útils.

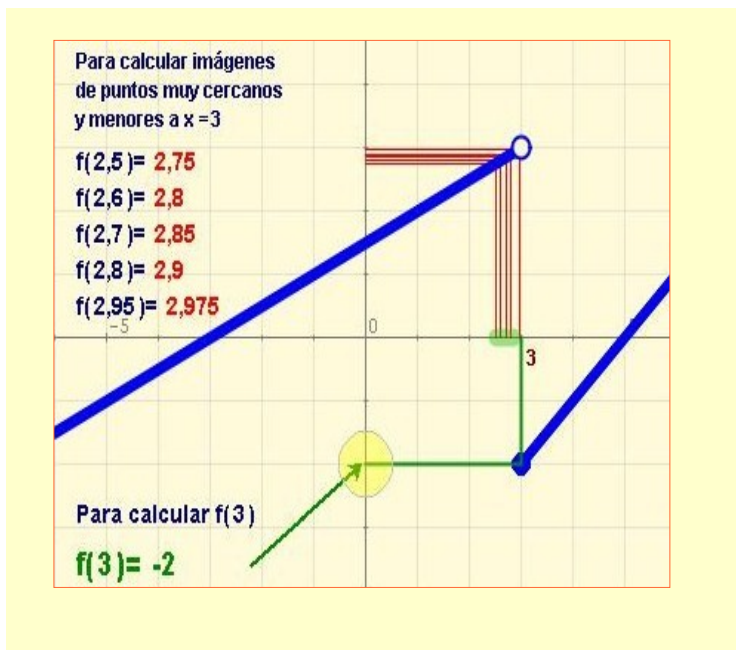
En la representació gràfica d'algunes funcions s'utilitzen símbols que ajuden a la comprensió del que passa en un punt, o prop d'ell (en el seu entorn).

Està generalitzat l'ús d'un *punt blanc* per indicar que aquest punt no forma part del gràfic i un *punt ple* quan sí ho és.



En el següent exemple pots comprovar la utilitat dels símbols donats.

Prenem valors molt propers al punt del qual volem saber el seu valor en  $f(x)$ . Obtindrem dos valors laterals, un per la dreta i l'altre per l'esquerra. Ara és quan s'ha d'estar atent al punt blanc.



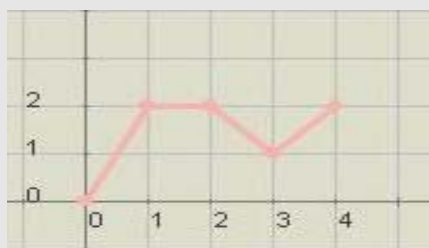
Observa que no s'obté el mateix resultat si aproximem acostant-nos per la dreta.

## Exercici resol

10. Representa el gràfic següent unint els seus punts.

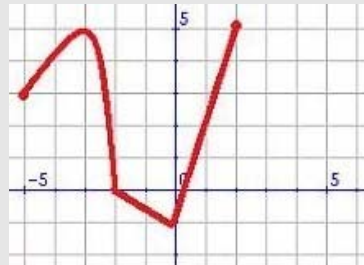
x	0	1	2	3	4
f(x)	0	2	2	1	2

SOLUCIÓ:

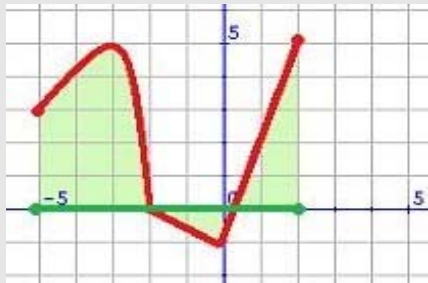


## Exercicis resols

11. Expressa en forma d'interval i sobre el gràfic de la funció quin és el seu domini.

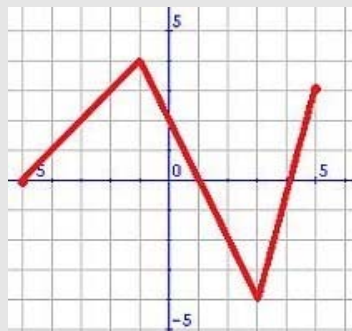


SOLUCIÓ:

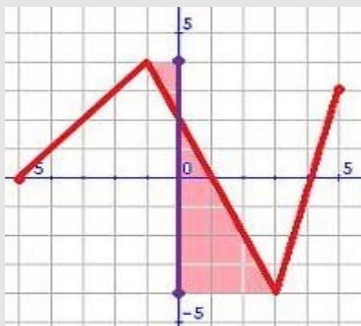


Tots els valors reals entre  $-5$  y  $2$ , ambdós inclosos, és a dir,  $-5 \leq x \leq 2$ .

12. Expressa en forma d'interval i sobre el gràfic de la funció quin és el seu recorregut.



SOLUCIÓ:



Tots els valors reals entre  $-5$  y  $4$ , ambdós inclosos, és a dir,  $-5 \leq y \leq 4$ .

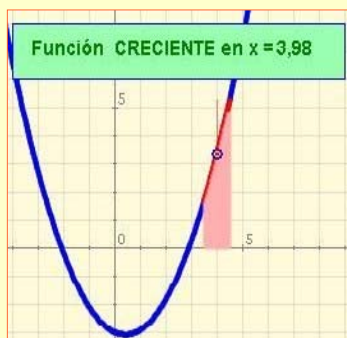
## 3. Propietats generals

### Creixement i decreixement.

El creixement i decreixement d'una funció són conceptes *locals*. Una funció pot ser creixent en un punt i decreixent en un altre. Per això ens hem de fixar en el què passa als voltants de cada punt, en el seu *entorn*.

#### Exemples

En un entorn de  $x=3,98$ , si veiem el gràfic, el dibuix va "pujant".



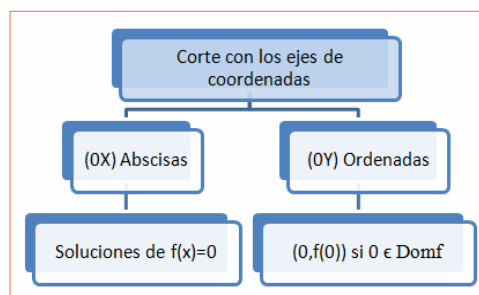
En un entorn de  $x=0,75$ , si veiem el gràfic, el dibuix va "baixant".



### Tall amb els eixos.

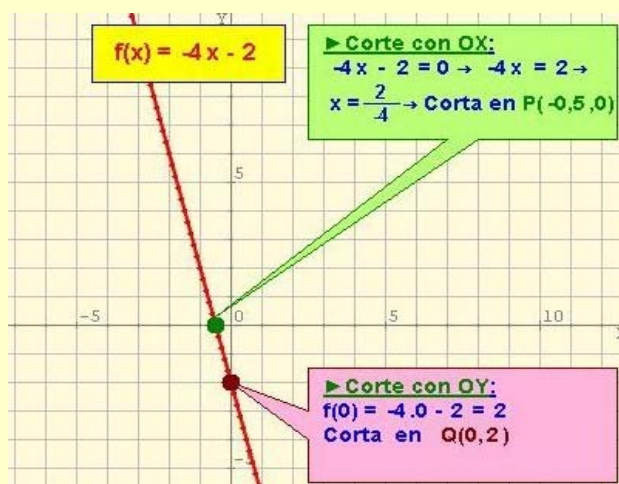
És molt important i ajuda especialment en el coneixement del gràfic d'una funció, localitzar els punts de tall amb els eixos de coordenades. Una funció talla com a màxim en un punt a l'eix d'ordenades  $(0, f(0))$  (en cas de que  $x=0$  sigui del domini de  $f$ ).

Una funció pot tallar a l'eix d'abscisses qualsevol nombre de vegades (fins i tot infinites) tantes com solucions tingui  $f(x) = 0$ .

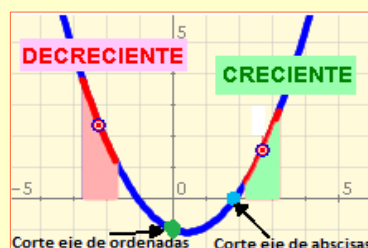


#### Exemple

Calcula els punts de tall amb els eixos de la funció:  
 $f(x) = -4x - 2$



#### RESUM



Decreixent en un punt quan "baixa" en tots els punts del seu entorn.

Creixent en un punt quan "puja" en tots els punts del seu entorn.

## Màxims i mínims relatius.

Una funció presenta un *màxim* en un punt si és creixent a l'esquerra d'aquest punt i decreixent a la dreta.



Un màxim és semblant al cim d'una muntanya.

Una funció presenta un *mínim* en un punt si és decreixent a l'esquerra d'aquest punt i creixent a la dreta.



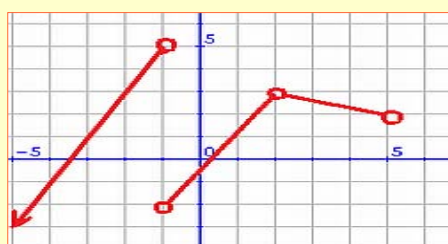
Un mínim és semblant al punt més baix en una vall.

Una mateixa funció pot tenir varis màxims (semblant per a mínims), per això s'anomenen *relatius*. Al major dels màxims (al menor dels mínims) se l'anomena *màxim absolut* (*mínim absolut*). Aquest és únic ja que és absolut en la funció.

Tenim que un canvi de creixent a decreixent o a l'inrevés és la característica per a un **possible** extrem, màxim o mínim.

### Exemple

Aquest gràfic no té extrems.



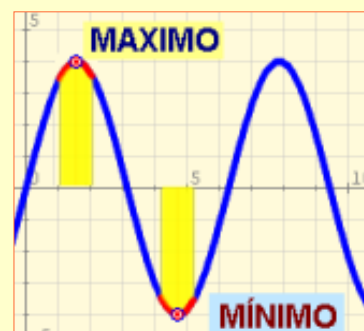
### Exemple

En el següent gràfic de la funció podem observar els conceptes de màxims i mínims.

En el punt  $(1,5, 4)$  analitzem màxims.

Per a  $x = 1,5$ , tenim que  $f(1,5) = 4$ . Tal com apareix en el gràfic, en un entorn de  $x = 1,5$ , els valors de la funció són menors a  $f(1,5) = 4$ , queda clar que en un entorn de  $(1,5, 4)$  qualsevol punt es troba gràficament per sota d'aquest, tant a la dreta com a l'esquerra. Resulta ser un màxim.

Observa també que a l'esquerra del màxim la funció és creixent i a la seva dreta decreixent.



De manera semblant com un mínim per al punt  $(4,5, -4)$ . Qualsevol valor que donem en un entorn proper d'aquest punt assolirà valors de  $f(x)$  majors que  $-4$ , és a dir, el valor que assolirà en  $f(x)$ ,  $x = 4,5$ , és el menor en aquest entorn.

Observa també que a l'esquerra del mínim la funció és decreixent i a la seva dreta creixent.

## Exercicis resols

13. Calcula els punts de tall amb els eixos de les funcions següents:

a)  $f(x) = 4x + 1$       b)  $f(x) = x^2 - 8x + 15$       c)  $f(x) = \frac{5}{x}$

SOLUCIÓ:

a)

$$f(x) = 4x + 1$$

**CORTE CON OX**  $\rightarrow 4x + 1 = 0 \rightarrow 4x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{4}$

La funció corta a OX en el punt  $(-\frac{1}{4}, 0)$

**CORTE CON OY**  $\rightarrow f(0) = 4 \cdot 0 + 1 \rightarrow f(0) = 1 \rightarrow$  Por tanto  
La funció corta a OY en  $(0, 1)$



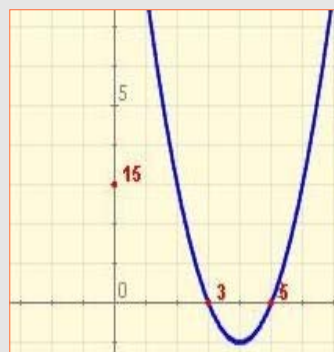
b)

$$f(x) = x^2 - 8x + 15$$

**CORTE CON OX**  $\rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} \rightarrow$

$x = 5, x = 3$  La funció corta a OX en  $(5, 0)$  y en  $(3, 0)$

**CORTE CON OY**  $\rightarrow f(0) = 0^2 - 8 \cdot 0 + 15 \rightarrow f(0) = 15 \rightarrow$  Por tanto  
La funció corta a OY en  $(0, 15)$



c)

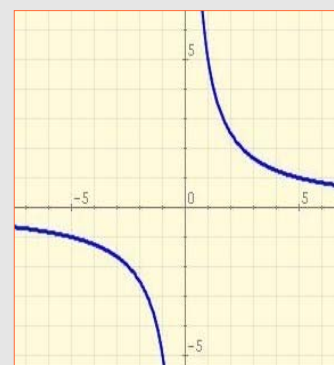
$$f(x) = \frac{5}{x}$$

**CORTE CON OX**  $\rightarrow \frac{5}{x} = 0 \rightarrow 5 = 0 \rightarrow$  Imposible; por tanto

La funció no corta a OX

**CORTE CON OY**  $\rightarrow f(0) = \frac{5}{0} \rightarrow f(0) =$  No se puede calcular  $\rightarrow$  Por tanto.

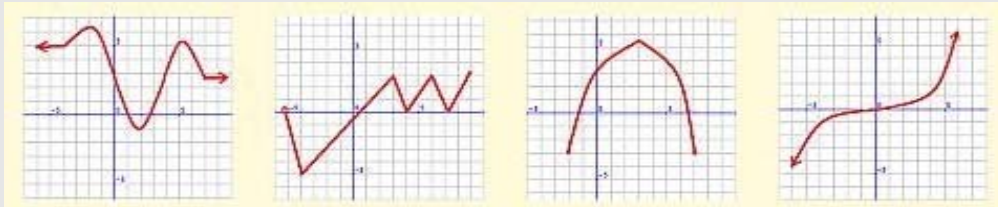
La funció no corta a OY



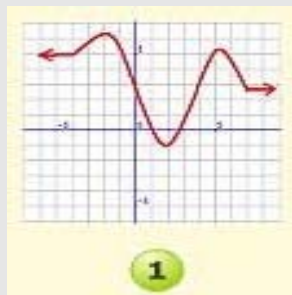


## Exercicis resols

14. Entre les següents funcions indica la que correspondria a una funció decreixent en el punt d'abscissa  $x=0$ .

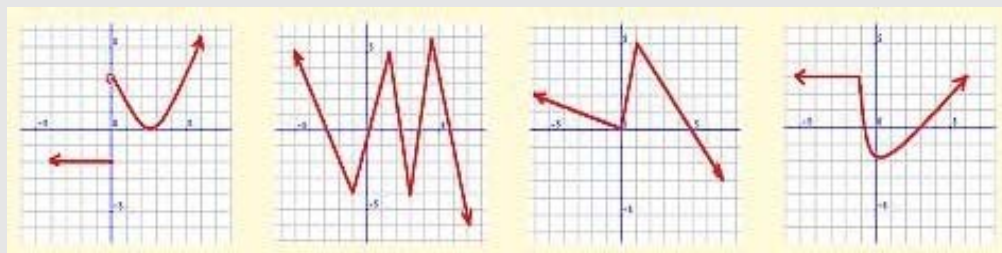


SOLUCIÓ:

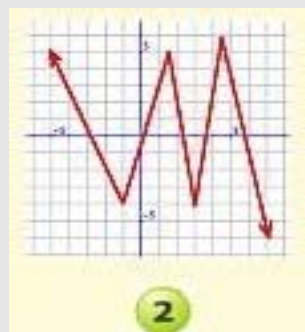


En un entorn del 0 la funció baixa

15. Entre les següents funcions indica la que correspondria a una funció creixent en el punt d'abscissa  $x=0$ .



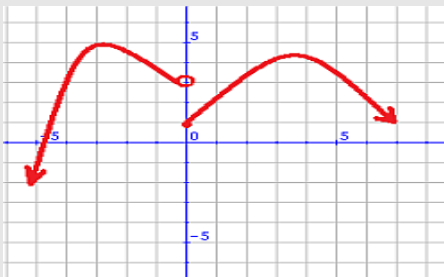
SOLUCIÓ:



En un entorn del 0, es compleix que la funció puja

## Exercicis resols

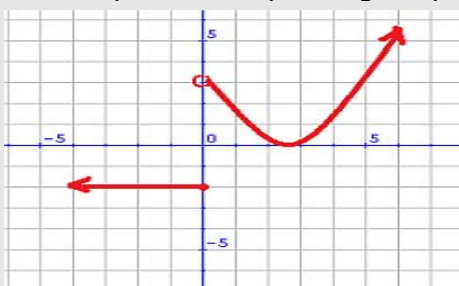
16. Indica les coordenades del punt en el què creguis que la funció assoleix un màxim.



SOLUCIÓ:

Hi ha dos màxims relatius,  $M_1 = (-2,5, 5)$  y  $M_2 = (3,5, 4,25)$

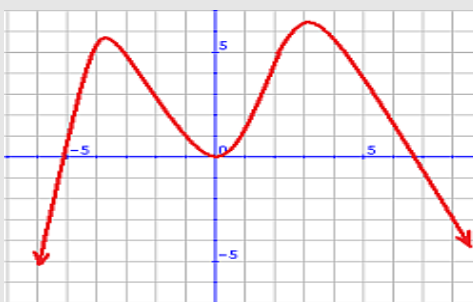
17. Indica les coordenades del punt en el què creguis que la funció assoleix un mínim.



SOLUCIÓ:

Hi ha un mínim,  $m_1 = (2,5, 0)$ .

18. Indica les coordenades del punt en el què creguis que la funció assoleix un extrem.



SOLUCIÓ:

Hi ha un mínim,  $m_1 = (0,0)$ , i dos màxims  $M_1 = (-3,5, 5,75)$ ,  $M_2 = (3,25, 6,25)$ .

## 4. Primeres funcions elementals

### Funció de proporcionalitat directa.

En moltes situacions dues variables estan relacionades de manera que quan una augmenta l'altra ho fa també i anàlogament quan disminueix, conservant sempre la mateixa relació. Són magnituds directament proporcionals.

#### Exemple

Imagina que aquest cap de setmana decideixes fer una excursió en bicicleta, amb una velocitat constant de 10 km/h, i que condueixes amb la teva bicicleta durant 2 hores, l'espai recorregut és de 20 km. Què passaria si anessis a més velocitat durant el mateix temps?

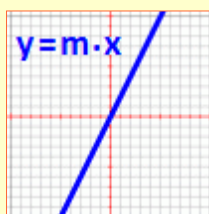


Per a un temps determinat:

**A més velocitat més espai recorregut.**

**A menys velocitat menys espai recorregut.**

Les funcions que relacionen aquest tipus de magnituds s'anomenen funcions de proporcionalitat directa. El seu gràfic segueix sempre un mateix patró: una recta que passa per l'origen de coordenades.



**A més, més  
i  
menys, menys"**

El valor de "m" es correspon amb la constant de proporcionalitat directa.

#### Exemple

Plantegem el problema i el resollem de forma algebraica.

Por 4 Kg de manzanas hemos pagado 6,40 euros. Para calcular el precio de 1 Kg de ellas:

$$\begin{array}{l} 4 \text{ Kg} \text{ -----} \blacktriangleright 6,40 \text{ euros} \\ 1 \text{ Kg} \text{ -----} \blacktriangleright x \end{array}$$

$$x = \frac{1 \cdot 6,40}{4,00} = 1,6 \text{ euros/Kg}$$

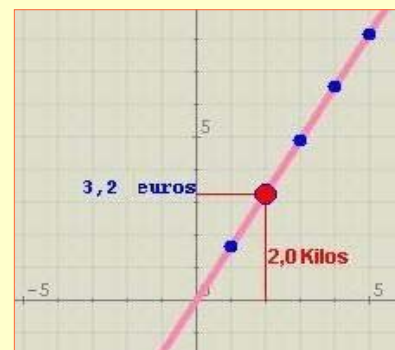
La funció que permete calcular el precio de cualquier cantidad sería:

$$f(x) = 1,6 \cdot x$$

Podem construir una taula amb la constant de proporció  $m=1,6$ . A més quilograms més euros necessito.

X	f(x)
1,0	1,6
2,0	3,2
3,0	4,8
4,0	6,4
5,0	8,0

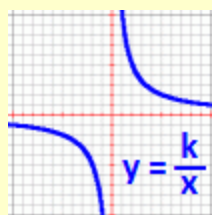
Si el representem gràficament, obtindrem una recta, de la que podem interpolar dades.



# Funcions.

## Funció de proporcionalitat inversa.

En moltes situacions s'observa que dues variables estan relacionades de manera que quan una augmenta l'altra disminueix, però en tot moment el seu producte és constant. Són magnituds inversament proporcionals.

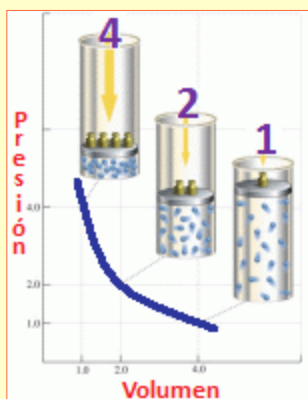


"A més, menys i a menys, més"

El valor de "k" es correspon amb la constant de proporcionalitat inversa.

### Exemple

Si vols pots fer la prova amb una bossa plena de papers, a major pressió que facis sobre els papers, aquests s'aniran aixafant i ocupant menys volum.



A temperatura constant:

$$P V = k$$

A més pressió menys volum

A menys pressió més volum

Les funcions que relacionen aquest tipus de magnituds s'anomenen funcions de proporcionalitat inversa. El seu gràfic segueix sempre un mateix patró: la hipèrbola.

### Exemple

Plantegem el problema i el resollem.

6 naufragos disponen de agua para 10 días . si queremos ver para cuanto tiempo tendría uno .

6 naufragos -----▶ 10 días  
1 naufragos -----▶ x

$$x = 60 \text{ días}$$

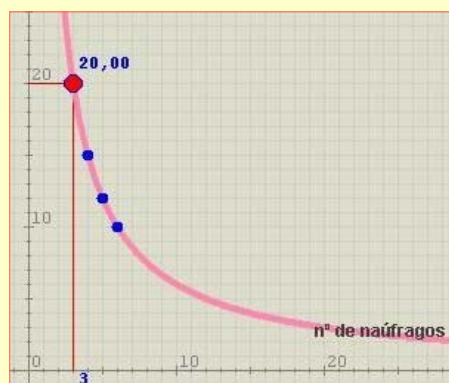
La función que permite relacionar las dos magnitudes sería:

$$f(x) = \frac{60}{x}$$

Podem construir una taula amb la constant de proporció  $k=60$ . A menys naufragos més dies.

f(x)	30	20	15	12	10
X	2	3	4	5	6

Si la representem gràficament, obtindrem la branca d'una hipèrbola.



## Exercicis resols

19. Classifica la relació entre les magnituds següents:

Velocitat i temps en fer un recorregut, despesa de llum i kilowatts gastats, radi i longitud de la circumferència, altura i pes d'una persona, pressió i volum que ocupa un gas, velocitat i espai en un temps fix.

SOLUCIÓ:

	INVERSA	DIRECTA	NINGUNA
Velocidad y tiempo en hacer recorrido	X		
Gasto de luz y kilovatios consumidos		X	
Radio y longitud de circunferencia		X	
Altura y peso de una persona			X
Presión y volumen que ocupa un gas	X		
Velocidad y espacio en un tiempo fijo		X	

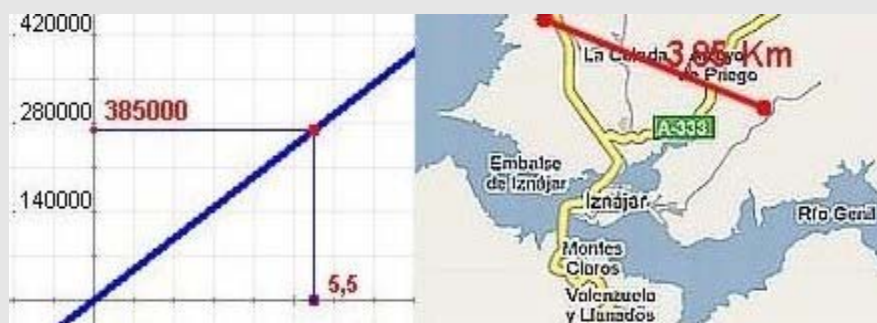
20. L'escala d'un mapa és 1:70000. Qualsevol distància en el mapa es tradueix en el seu corresponent a la realitat i a l'inrevés.

1. Escriu la funció que relaciona aquesta distància i representa-la gràficament.
2. Calcula la distància corresponent a 5'50 cm en el mapa.

SOLUCIÓ:

- a)
- a funció seria  $f(x) = 70000 \cdot x$  (cada unitat en el mapa es converteix en 70000), a més cm en el mapa més distància en la realitat. Proporcionalitat directa.

- b)
- a distància del mapa de 5'50 cm es correspon amb  $f(5'50)$ , resulta:  
 $f(5'50) = 70000 \cdot 5'50 = 385000 \text{ cm} = 3'85 \text{ km}$



## Exercicis resols

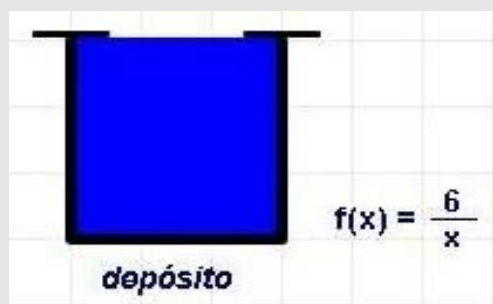
21. Una aixeta de cabal fix omple un dipòsit en 6 hores. Si en lloc d'una hi haguessin 4 aixetes.

- Escriu i representa la funció que correspon a la relació entre el nombre d'aixetes i el temps que tarda en omplir el dipòsit.
- Quant temps tardaria?

SOLUCIÓ:

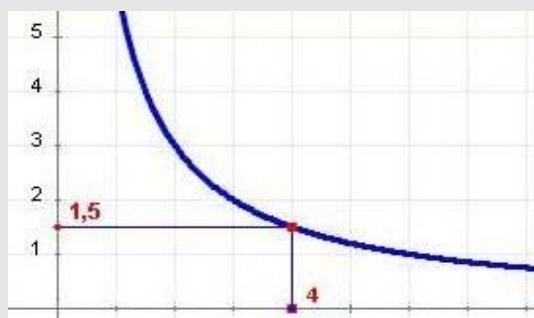
- Si hi ha més aixetes per omplir el dipòsit, tardarà menys temps en omplir-se, per tant, és una proporcionalitat inversa.

La funció seria  $f(x) = \frac{6}{x}$



- El temps per a 4 aixetes, és el resultat que correspon a  $f(4)$ .

$$f(x) = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ hores}$$



## Para practicar



1. Completa els valors de la taula següent:

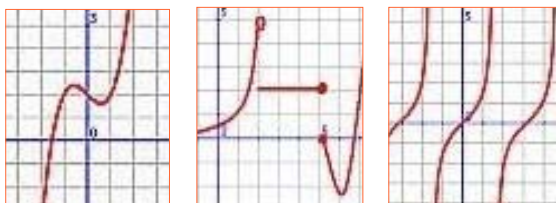
<b>x</b>	4	5	6	8	
<b>f(x)</b>	12	14	16		22

2. Amb la funció  $f(x) = 2x + 1$  calcula la imatge de  $-5$ . Dibuixa el gràfic d'aquesta funció.

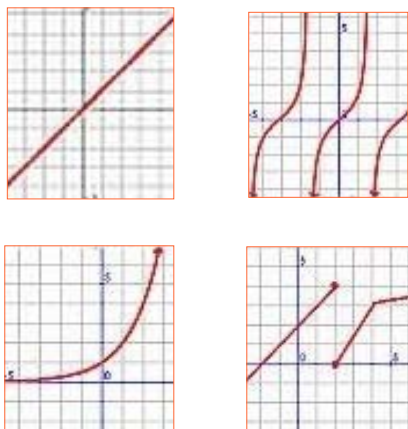
3. Completa la taula de valors corresponent a la funció  $f(x) = 4x + 3$ . Dibuixa el gràfic d'aquesta funció.

<b>x</b>	2	3	4	5	
<b>f(x)</b>					31

4. Entre els següents gràfics n'hi ha un que no correspon al d'una funció. Justifica quin és el gràfic.



5. Entre els següents gràfics n'hi ha un que no correspon al d'una funció. Justifica quin és el gràfic.



6. Calcula el domini de la funció:

$$f(x) = 2x^3 + x^2 + 5x + 5$$

7. Calcula el domini de la funció:

$$f(x) = \frac{4x + 2}{x - 3}$$

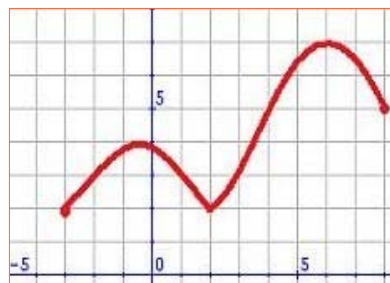
8. Calcula el recorregut de la funció:

$$f(x) = \frac{-5}{x}$$

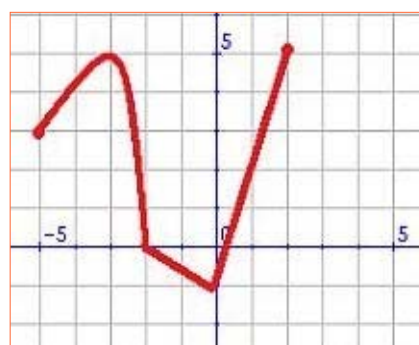
9. Calcula el recorregut de la funció:

$$f(x) = \frac{4}{x + 5}$$

10. Determina de forma gràfica i amb intervals el domini del següent gràfic:

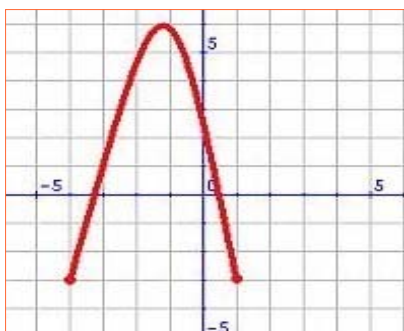


11. Determina de forma gràfica i amb intervals el domini del següent gràfic:

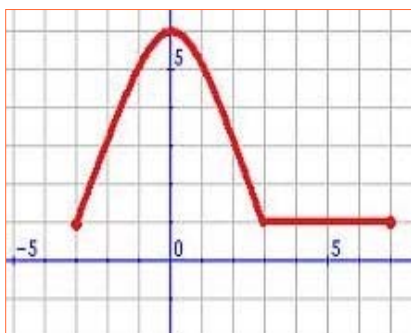


# Funcions.

12. Determina de forma gràfica i amb intervals el recorregut del següent gràfic:



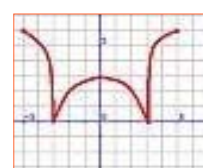
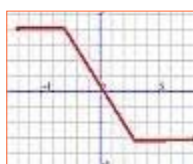
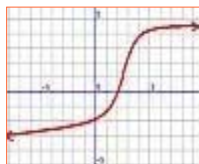
13. Determina de forma gràfica i amb intervals el recorregut del següent gràfic:



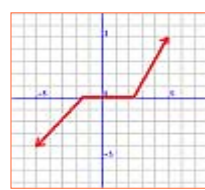
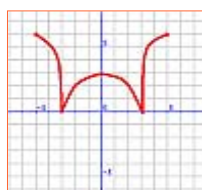
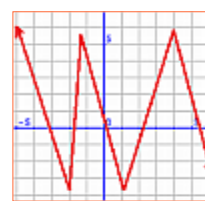
14. Calcula els punts de tall amb els eixos de la funció  $f(x)=x+5$

15. Troba els punts de tall amb els eixos de la funció  $f(x)=5-3x$

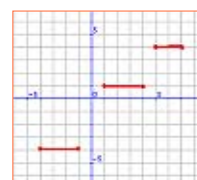
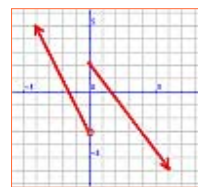
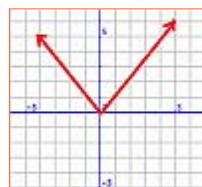
16. Entre les següents funcions indica la que es correspon amb una funció decreixent en el punt d'abscissa  $x=0$ .



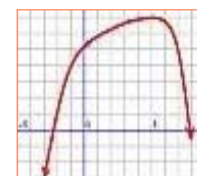
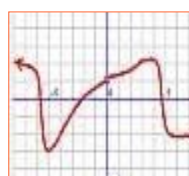
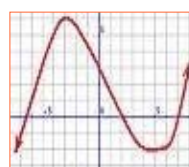
17. Entre les següents funcions indica la que es correspon amb una funció creixent en el punt d'abscissa  $x=0$



18. Entre les següents funcions indica la que es correspon amb una funció creixent en el punt d'abscissa  $x=0$

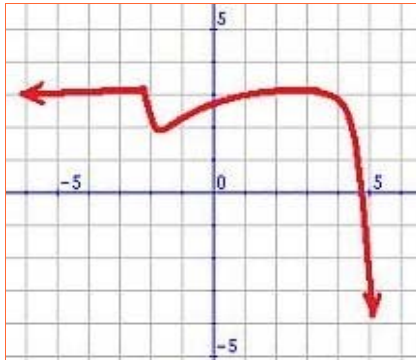


19. Entre les següents funcions indica la que es correspon amb una funció decreixent en el punt d'abscissa  $x=0$ .

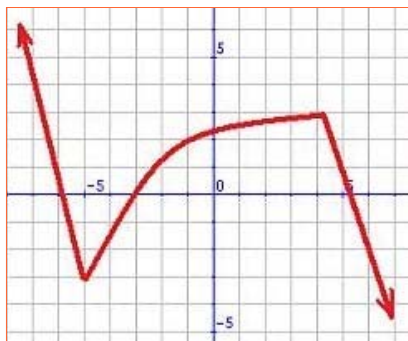




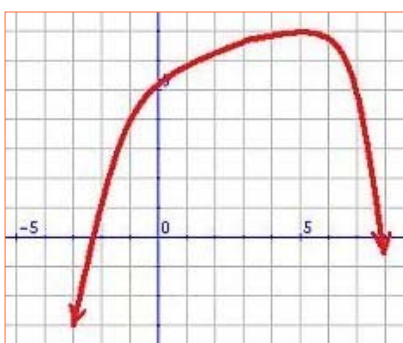
20. En el gràfic següent indica les coordenades on s'assoleix un mínim.



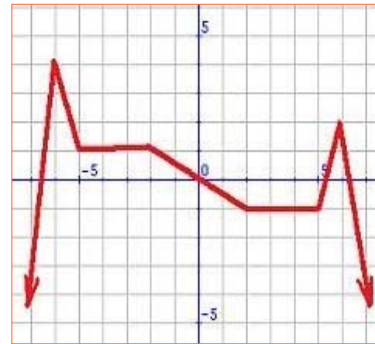
21. En el gràfic següent indica les coordenades on s'assoleix un mínim.



22. En el gràfic següent indica les coordenades on s'assoleix un màxim.



23. En el gràfic següent indica les coordenades on s'assoleix un màxim.



24. Classifica la relació entre les magnituds següents:

Calories i quantitat de pastís, velocitat i espai en un temps fix, costat d'un quadrat i perímetre, nombre d'entrades i recaptació, aficionats al cinema i preu d'entrada, despesa en combustible i nombre de litres, nombre de persones i part de pastís, temps que està el llum obert i despesa, nombre de dies festius i hores de sol.

25. Una aixeta de cabal fix omple un dipòsit en 8 hores. Escriu la funció que relaciona el nombre d'aixetes i el temps. Si en lloc d'una n'hi haguessin 5, quant tardaria?

26. Una aixeta de cabal fix omple un dipòsit en 5 hores. Escriu la funció que relaciona el nombre d'aixetes i el temps. Si en lloc d'una n'hi hagués una més, quant tardaria?

27. L'escala d'un mapa és 1:90000. escriu la funció que correspon amb l'escala. Calcula la distància que correspondria amb 2 cm en un mapa.

28. L'escala d'un mapa és 1:60000. escriu la funció que correspon amb l'escala. Calcula la distància que correspondria 4'5 cm en un mapa.



### Idea sobre continuïtat



La primera idea que imaginem sobre continuïtat és la d'un traç que dibuixem sense aixecar el llapis del paper.

El pas del temps, el desplaçament d'un cotxe que es dirigeix cap a un lloc determinat, el creixement de les plantes, dels infants, de tots els éssers vius, les diferents posicions del sol en el cel durant el dia... multitud de situacions que s'associen intuïtivament cap a relacions funcionals on la continuïtat és característica comú.

Des del punt de vista matemàtic; la continuïtat és un concepte "local", és a dir que per estudiar "local" continuïtat en un determinat valor s'ha d'observar com es comporta la funció al voltant d'aquest mateix valor (entorn d'aquest punt).

Perquè una funció sigui continua en un punt del seu domini s'ha de comportar de forma regular en les proximitats del mateix. No s'han d'observar salts, en el sentit de que quan la variable independent varia molt poc, a la variable dependent no s'observen diferències significatives. La traducció al llenguatge matemàtic d'aquesta propietat no és fàcil; per a la perfecta definició de continuïtat en un punt s'ha de recórrer a tot un invent matemàtic; el concepte de límit i als treballs, entre altres, de matemàtics com:



Cauchy

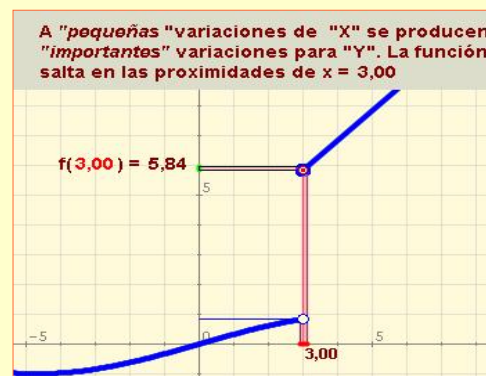
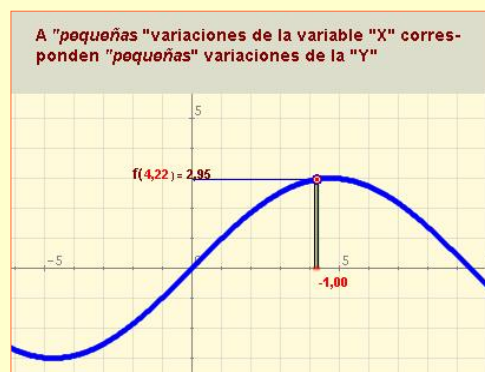


Bolzano



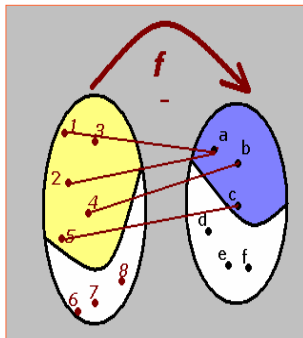
Weierstrass

La imatge tradueix les conseqüències del que passa amb petites variacions de la variable independent en funcions contínues en un punt i funcions discontinües en un punt.



## Recuerda lo más importante

Es diu que una correspondència entre dos conjunts és una **funció**, quan a cada element del primer conjunt se li fa correspondre de forma única un element del segon que anomenem *imatge*.



**Domini** o **camp d'existència** és el conjunt de tots els valors que pren la variable independent.

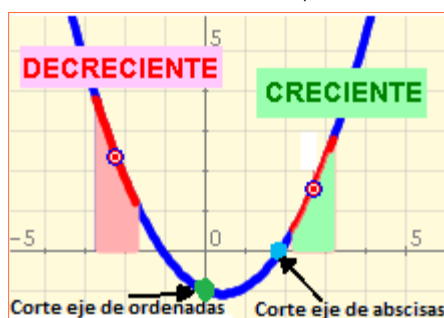
**Recorregut, imatge** o **rang** és el conjunt de valors que pren la variable dependent.

Per representar gràficament una funció, es forma la taula de valors corresponent. Cada parell s'identifica amb un punt del pla cartesià.

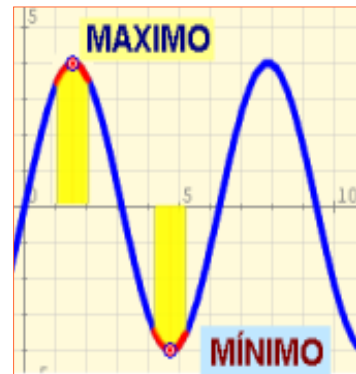


Representem a l'eix d'abscisses la variable independent. Usualment se'l designa com  $x$ , i a l'eix com OX. La variable dependent es representa a l'eix d'ordenades. Se'l sol designar com  $y$ . I l'eix com OY.

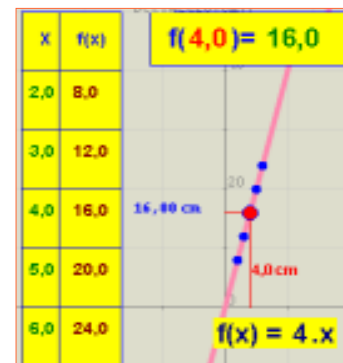
Punts de tall amb els eixos, creixement



Extremes d'una funció

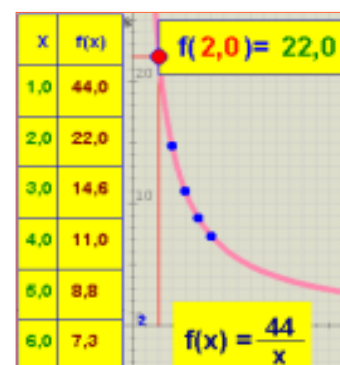


Funció de proporcionalitat directa



"A més... més i a menys... menys"  
El gràfic és una **línia recta** que passa per l'origen de coordenades.

Funció de proporcionalitat inversa



"A més... menys i a menys... més"  
El gràfic és una **hipèrbole equilàtera**.

## Autoevaluación

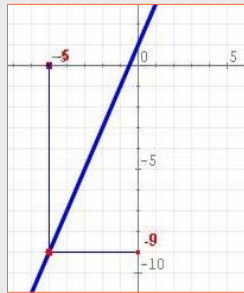


1. Una funció associa a cada valor el resultat de multiplicar per 1 i restar 2. Quina és la imatge de 0?
2. Una funció associa a cada nombre el seu doble menys 8. Quin és el nombre que té per imatge  $-8$ ?
3. Una funció té per fórmula  $f(x)=7x+2$ . Indica quin és el valor  $f(5)$ ?
4. Una funció té per fórmula  $f(x) = \frac{4}{x}$ . Indica quin és el valor de  $x$  en  $f(x) = \frac{4}{8}$ .
5. Un conductor va a una velocitat uniforme de 70 km/h. Indica la distància que haurà recorregut al cap de 5 hores.
6. Per terme mig una persona inspira un cop cada 2 segons. Si per cada inspiració consumeix 3 litres d'aire, calcula el volum d'aire que ha consumit en 14 hores.
7. Si una funció té per fórmula  $f(x) = \frac{x-12}{x-4}$ . Quin valor no pertany al seu domini?
8. Indica el valor en el que la funció  $f(x)=-3x+9$  talla l'eix d'abscisses (OX).
9. Indica el valor en el que la funció  $f(x)=-6x-4$  talla l'eix d'ordenades (OY).
10. Indica si la funció que relaciona: Costat d'un pentàgon i perímetre, és de proporcionalitat directa, inversa o cap de les dues.

Soluciones dels exercicis per practicar

1.  $f(8)=20, f(9)=22$

2.  $f(-5)=-9$



3.

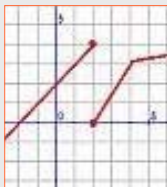
x	f(x)
2	11
3	15
4	19
5	23
7	31



4.



5.



6.  $\mathbb{R}$  = reals

7.  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$

8.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

9.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

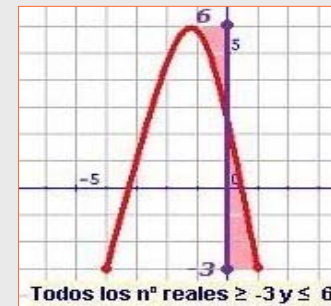
10.



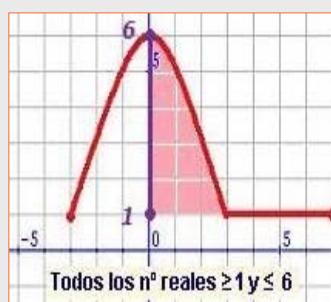
11.



12.



13.



14.  $(-5,0) , (0,5)$

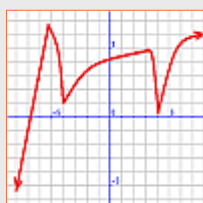
15.  $(\frac{5}{3},0) , (0,5)$

# Funcions.

16.



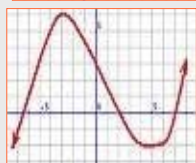
17.



18.



19.



20.  $(-1, 75,2)$

21.  $(-5, -3)$

22.  $(5,7)$

23.  $(-6,4)$  y  $(6,2)$

24.

	DIRECTA	INVERSA	CAP
Calories i quantitat de pastis	X		
Velocitat i espai en un temps fix	X		
Costat d'un quadrat i perímetre	X		
Nombre d'entrades i recaptació	X		
Aficionats al cine i preu d'entrada			X
Despesa en combustible i nombre de litres	X		
Nombre de persones i part de pastis		X	
Temps que està la llum encesa i cost	X		
Nombre de dies festius i hores de sol			X

25.  $f(x) = \frac{8}{x}$ , 1'6 hores

26.  $f(x) = \frac{5}{x}$ , 2'5 hores

27.  $f(x)=90000x$ , 4'95 km

28.  $f(x)=60000x$ , 2'7 km

## Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. - 2
2. 0
3. 37
4. 8
5. 350
6. 75600
7. 4
8.  $x=3$
9.  $y= - 4$
10. Directa

No oblidis enviar les activitats al tutor ►