

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ: ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ - ΕΜΒΑΔΟΝ ΧΩΡΙΟΥ



Όνοματεπώνυμο:

Τάξη:

Ημερομηνία:

Κάντε κλικ στο URL: <https://www.geogebra.org/m/jetSYMG4> (Το αρχείο είναι μορφής html και ανοίγει σε οποιοδήποτε browser, π.χ. Google Chrome, FireFox, Internet Explorer κλπ). Προτείνεται να α-

ντιγράψετε την διεύθυνση και να την επικολλήσετε στον FireFox, διότι τρέχει καλύτερα.

Δραστηριότητα 1

Στην οθόνη σας υπάρχει η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f . Κλικ στο κουμπί «Χωρίο». Παρουσιάζεται το χωρίο μεταξύ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , του άξονα $x'x$, της ευθείας $x=0$ και της ευθείας $x=\beta$ όπου π.χ. $\beta=5$.

- i. Κλικ στο κουμπί «Διαμέριση». Κλικ στο σημείο του δρομέα "v" ο οποίος έχει αρχική τιμή ίση με 1. Πατήστε αργά - διαδοχικά το δεξι βελάκι στο πληκτρολόγιο πέντε-έξι φορές. Το ευθύγραμμο τμήμα AB χωρίζεται σε ίσα μεταξύ τους διαστήματα. Πόσα τέτοια διαστήματα μπορούμε να δημιουργήσουμε;

Απάντηση:

- ii. Τι μήκος έχει κάθε διάστημα (σε σχέση με τις τετμημένες a , β των σημείων A , B και τον αριθμό v);

Απάντηση: $\Delta x =$

- iii. Κλικ στο κουμπί «Κατακόρυφες». Ποιο το μήκος (σχετικά με τα σημεία τομής τους με τη γραφική παράσταση) των ευθυγράμμων τμημάτων που δημιουργήθηκαν ξεκινώντας από το ευθύγραμμο τμήμα με άκρο το σημείο O (αρχή των αξόνων);

Απάντηση: $f()$, $f()$, $f()$, $f()$,

- iv. Κλικ στο κουμπί «Κάτω Ορθογώνια». Ποια η βάση, ποιο το ύψος και ποιο το εμβαδόν καθενός από τα κάτω ορθογώνια;

Απάντηση:

.....

- v. Δίπλα στο κουμπί «Κάτω Ορθογώνια» εμφανίζεται το άθροισμα των εμβαδών αυτών των ορθογώνιων με όνομα s_n και η αριθμητική του τιμή. Μπορείτε να εκφράσετε αλγεβρικά το άθροισμα αυτό;

Απάντηση:

$$s_v = \dots \dots \dots = \sum_{\kappa=0}^{v-1} \dots \dots \dots$$

- vi. Κλικ στο κουμπί «**Πάνω Ορθογώνια**». Δίπλα στο κουμπί «**Πάνω Ορθογώνια**» εμφανίζεται το άθροισμα των εμβαδών αυτών των ορθογωνίων με όνομα S_v και η αριθμητική του τιμή. Μπορείτε να εκφράσετε αλγεβρικά το άθροισμα αυτό (ξεκινώντας από το επόμενο σημείο της αρχής των αξόνων);

Απάντηση:

$$S_v = \dots \dots \dots = \sum_{\kappa=1}^v \dots \dots \dots$$

- vii. Κάντε κλικ στο κουμπί $v \rightarrow +\infty$ και παρακολουθείστε τη μεταβολή στο χωρίο και στις τιμές των s_v και S_v (με κλικ στο κουμπί $v=1$ επαναφέρουμε το σημείο του δρομέα v στην αρχή). Πως μεταβάλλονται οι τιμές των s_v και S_v ; Τι εκφράζει για το καθένα αυτή η μεταβολή; Τα δύο αθροίσματα θα γίνουν κάποτε ίσα;

Απάντηση:

.....

- viii. Τι συμπεραίνετε για τις αλγεβρικές σχέσεις των ερωτήσεων v και vi σε σχέση με την συνεχή αύξηση του v ; Μπορείτε να εκφράσετε αλγεβρικά το συμπέρασμά σας;

Απάντηση:.....

.....

- ix. Τι σχέση έχει ο αριθμός S , που εμφανίζεται με τα δύο παραπάνω αθροίσματα, με το συμπέρασμά σας στη προηγούμενη ερώτηση; (εκφράστε τη σκέψη σας αλγεβρικά)


Απάντηση:

- x. Συνδυάστε τις απαντήσεις σας στις ερωτήσεις $viii$ και ix και συμπληρώστε τον παρακάτω τύπο. Ο τύπος αυτός αποτελεί τον ορισμό του **ορισμένου ολοκληρώματος συνεχούς συνάρτησης f σε κλειστό διάστημα $[0, \beta]$** και το αντίστοιχο ολοκλήρωμα συμβολίζεται:

$$\int_0^{\beta} f(x) dx = \dots \dots \dots$$

Δραστηριότητα 2

- i. Κλικ στο κουμπί «**Αρχική**». Παρατηρείστε ότι εμφανίζεται η γραφική παράσταση της αρχικής συνάρτησης F της συνάρτησης f . Αν δεν είναι ορατό το σημείο τομής

M αυτής της καμπύλης με την $x=x_B$, κάντε κλικ στο κουμπί , επιλέξτε το κουμπί «**Σμίκρυνση**», πηγαίνετε το ποντίκι στην αρχή των αξόνων και κάντε κλικ ή κάντε κλικ σε κενό μέρος της οθόνης και πατήστε διαδοχικά το **κάτω βελάκι του πληκτρολογίου**. Τι παρατηρείτε;

Απάντηση:

ii. Στο κουτί εισαγωγής του τύπου της συνάρτησης **f** βάλτε όλο τον τύπο της συνάρτησης μέσα σε παρενθέσεις με το πρόσημο «-» μπροστά και πατήστε **Enter**. Κάντε κλικ σε κενό μέρος της οθόνης και πατήστε διαδοχικά το **πάνω βελάκι του πληκτρολογίου** μέχρι να εμφανιστεί το σημείο **M**. Τι παρατηρείτε;

Απάντηση:

iii. Συμπληρώστε τον παρακάτω κανόνα και τον αντίστοιχο τύπο στη γενική του μορφή:

«**Το ορισμένο ολοκλήρωμα συνεχούς συνάρτησης f σε κλειστό διάστημα [0,β] ισούται με**

$$\int_0^{\beta} f(x) dx = \dots\dots\dots$$

iv. Κλικ στο κουμπί «**Ολοκλήρωμα**». Βλέποντας τους τύπους που εμφανίστηκαν συγκρίνετέ τους με την απάντησή σας στην προηγούμενη ερώτηση.

v. Συμπληρώστε τον παρακάτω κανόνα και το αντίστοιχο τύπο στη γενική του μορφή:

«**Το Εμβαδό του χωρίου μεταξύ συνεχούς συνάρτησης f, του άξονα x'x, της ευθείας x=0 και της ευθείας x=β ισούται**

$$E = \int_0^{\beta} f(x) dx = \dots\dots\dots$$

vi. Κλικ στο κουμπί «**Εμβαδόν Χωρίου**». Βλέποντας τους τύπους που εμφανίστηκαν συγκρίνετέ τους με την απάντησή σας στην προηγούμενη ερώτηση

Δραστηριότητα 3

i. Αποεπιλέξτε το κουμπί «**Ολοκλήρωμα**» και σύρετε το σημείο **A** στον αριθμό **3** (παρατηρώντας την τιμή της κατακόρυφης ευθείας που διέρχεται από το σημείο **A**).

a. Με τι ισούται το ορισμένο ολοκλήρωμα μεταξύ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης **f**, του άξονα **x'x** και των ευθειών **x=3** και **x=5**;

Απάντηση: $\int_3^5 f(x)dx =$

β. Με τι ισούται το εμβαδόν του χωρίου μεταξύ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης **f**, του άξονα **x'x** και των ευθειών **x=3** και **x=5**;

Απάντηση: $E = \int_3^5 f(x)dx =$

- ii. Στο κουτί εισαγωγής του τύπου της συνάρτησης **f** σβήστε το πρόσημο «-» μπροστά από την παρένθεση και πατήστε **Enter**. Κάντε κλικ σε κενό μέρος της οθόνης και πατήστε διαδοχικά το **κάτω βελάκι του πληκτρολογίου** μέχρι να εμφανιστεί το σημείο **M**. Πότε συμπίπτουν οι τιμές ολοκληρώματος - εμβαδού;

Απάντηση:.....

- iii. Συμπληρώστε τον παρακάτω κανόνα και το αντίστοιχο τύπο στη γενική του μορφή:

«Το ορισμένο ολοκλήρωμα συνεχούς συνάρτησης f σε κλειστό διάστημα [α , β] ισούται με
.....»

$I = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx =$

- iv. Συμπληρώστε τον παρακάτω κανόνα και το αντίστοιχο τύπο στη γενική του μορφή:

«Το Εμβαδό του χωρίου μεταξύ συνεχούς συνάρτησης f, του άξονα x'x, της ευθείας x=a και της ευθείας x=β ισούται
.....»

$E = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx =$

- v. Επιλέξτε τα κουμπιά **«Ολοκλήρωμα»** και **«Εμβαδόν Χωρίου»** και επιβεβαιώστε τις παραπάνω απαντήσεις σας.

Κλείστε την ιστοσελίδα