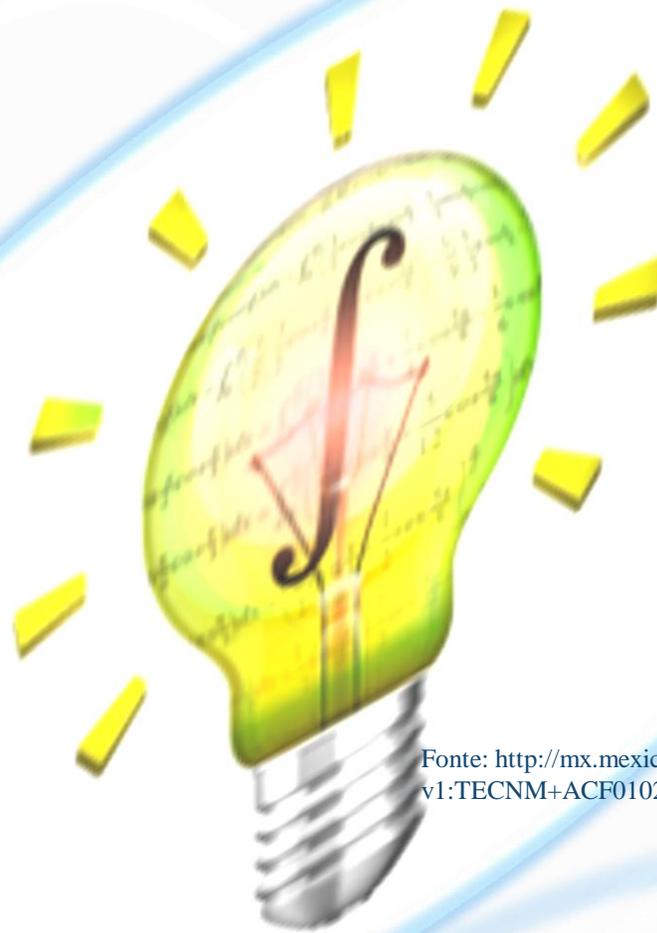


Estudando integral Indefinida



Fonte: http://mx.mexicox.gob.mx/courses/course-v1:TECNM+ACF010217Bx+2017_S1/about

Vanessa Lopes
Suely Scherer

1. Primitiva

Olá aluno! Ao finalizarmos nossa aula no ambiente VMT, você já deve ter compreendido a relação existente entre derivada e integral. Certo? O processo de integração é a operação inversa da diferenciação. Assim a integral, pode ser chamada de antiderivada, ou primitiva de uma função $f(x)$. Mas o que é uma primitiva? Vejamos então a definição

Definição: Uma primitiva de uma função $f(x)$, é uma função $F(x)$, tal que $F'(x)=f(x)$. Sendo $f(x)$ contínua em um intervalo I . Vamos ver alguns exemplo, para uma melhor compreensão!

Para compreender melhor o conceito de primitiva, vejamos alguns exemplos!

Exemplo 1: $F(x) = x^2$ é uma primitiva da função $f(x) = 2x$, sendo $f(x)$ contínua em R .

Solução: Pela definição uma primitiva é uma $F(x)$, da função $f(x)$, tal que $F'(x)=f(x)$. Vamos então verificar a igualdade anterior.

$$F'(x) = (x^2)' = 2x = f(x)$$

Que tal vermos mais um exemplo?

Exemplo 2: $F(x) = 5x^4 + 4x^3 + 5$ é uma primitiva da função $f(x) = 20x^3 + 12x^2$, sendo $f(x)$ contínua em R .

Solução: Pela definição uma primitiva é uma $F(x)$, da função $f(x)$, tal que $F'(x) = f(x)$.

$$F'(x) = (5x^4 + 4x^3 + 5)' = 20x^3 + 12x^2 = f(x)$$

Tomando o exemplo 2, para dar continuidade em nosso estudo, note que $F(x) = 5x^4 + 4x^3 + 10$ também é uma primitiva da função $f(x) = 20x^3 + 12x^2$, pois,

$$F'(x) = (5x^4 + 4x^3 + 10)' = 20x^3 + 12x^2 = f(x)$$

Pense um pouco sobre isso! Então poderíamos ter outras primitivas? E como poderíamos determinar todas as primitivas de uma função?

Ou seja, sendo c uma constante qualquer, a função $F(x) = 5x^4 + 4x^3 + c$ é uma primitiva da função $f(x) = 20x^3 + 12x^2$, sendo $f(x)$ contínua em R .

Dessa forma temos o seguinte teorema:

Teorema: Sendo $F(x)$ uma primitiva da função $f(x)$, e sendo c uma constante qualquer, então a função $H(x) = F(x) + c$ também é primitiva da função $f(x)$.

Sendo assim, as primitivas de uma função $f(x)$ apresentam diferenças apenas com relação ao valor da constante. Logo, $f(x)$ pode possuir infinitas primitivas, todas elas da forma $F(x) + c$, sendo c uma constante qualquer. Essas primitivas podem ser denominadas “Família de primitivas.”

A partir dessa compreensão emerge a definição de integral indefinida:

Definição: Seja $F(x)$ uma primitiva da função $f(x)$, então $F(x)+c$ é chamada de integral indefinida da função $f(x)$ e escrevemos:

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

Usa-se o símbolo \int , para representar a integração e $f(x)dx$ recebe nome de integrando. E $\int f(x)dx = F(x) + k$, representa um conjunto, ou família de funções, ou seja, todas as primitivas da função $f(x)$.

Vamos agora continuar nosso estudo aprendendo algumas propriedades da integral indefinida. Com essas propriedades podemos calcular a primitiva de algumas funções.

Vejamos então algumas propriedades de integrais indefinidas que decorrem da definição:
Sendo $f, h: I \rightarrow \mathbb{R}$ e sendo k uma constante,

✓ **Propriedade I (integral da soma):**

$$\int (f(x) + h(x))dx = \int f(x)dx + \int h(x)dx$$

✓ **Propriedade II (integral da diferença):**

$$\int (f(x) - h(x))dx = \int f(x)dx - \int h(x)dx$$

✓ **Propriedade III (constante)**

$$\int kh(x)dx = k \int h(x)dx$$

Vejamos dois exemplos relacionados a essas três primeiras propriedades:

Exemplo 3: Sendo $f(x) = x^2 - 5$ contínua em R , vale a seguinte igualdade com relação ao processo de integração:

$$\int (x^2 - 5) dx = \int x^2 dx - 5 \int dx$$

Exemplo 4: Sendo $f(x) = x^5 - x^4 + 100$, contínua em R , vale a seguinte igualdade com relação ao processo de integração:

$$\int (x^5 - x^4 + 100) dx = \int x^5 dx - \int x^4 dx + 100 \int dx$$

• **Propriedade IV:**

$$\int dx = x + c$$

• **Propriedade V:** Sendo $n \neq -1$ vale as seguinte igualdade

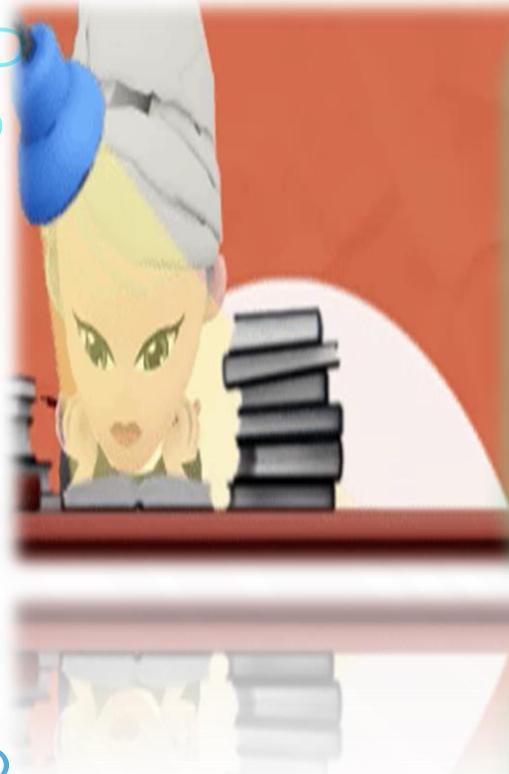
$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

Exemplo 5 : Dada a função $f(x) = 3x + 6$, calcule $\int f(x)dx$.

• **Solução:**

$$\begin{aligned}\int f(x)dx &= \int (3x + 6)dx = \int 3xdx + \int 6dx = \\ &= 3 \int xdx + 6 \int dx = \\ &= \frac{3x^{1+1}}{1+1} + 6x + c = \\ &= \frac{3x^2}{2} + 6x + c\end{aligned}$$

Finalizando



Agora que você já compreendeu alguns conceitos iniciais do estudo de integrais, retome a agenda e veja na lista, a atividade que foi indicada para você. Resolva e depois grave um vídeo de no máximo 3 minutos, explicando sua resolução. Feito isso, envie o vídeo ao nosso grupo, para que os demais possam visualizar e discutir sua resolução. (envio até 02/12).

possam visualizar e discutir sua resolução. (envio até 02/12).
Feito isso, envie o vídeo ao nosso grupo, para que os demais
um vídeo de no máximo 3 minutos, explicando sua resolução.
suas atividades de forma organizada, para que os demais possam