Triángulo rectángulo
Teorema de Pitágoras
Números pitagóricos o ternas pitagóricas

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Triángulo rectángulo es todo triángulo en el cual uno de sus ángulos interiores es recto (mide 90°).

Hipotenusa de un triángulo rectángulo es el **lado opuesto al ángulo recto.** Corresponde al **lado de mayor longitud**. En las figuras 1, 2 y 3 corresponde al lado **BC**.

Catetos de un triángulo rectángulo son los lados que forman el ángulo recto. Cada cateto es de menor longitud que la hipotenusa. En las figuras 1, 2 y 3 corresponden a los lados **AB** y **BC.**

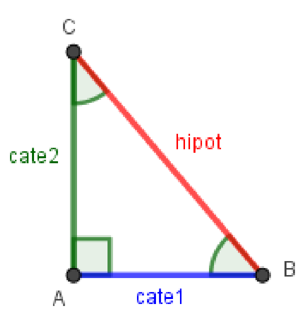

Fig. 1: Triángulo Rectángulo

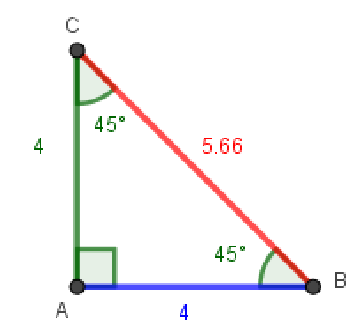

Fig. 2: Triángulo Rectángulo Isósceles

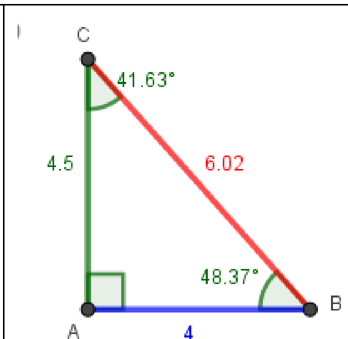

Fig. 3: Triángulo Rectángulo Escaleno

Los triángulos rectángulos pueden clasificarse en **triángulo rectángulo isósceles** (Fig. 2) y **triángulo rectángulo escaleno** (Fig. 3).

Triángulo rectángulo isósceles es el triángulo rectángulo que tiene dos lados congruentes, es decir, dos lados de igual medida. Como el lado no congruente del triángulo es la hipotenusa, se tiene que para ser triángulo isósceles, el triángulo debe tener los dos catetos congruentes. Fig. 2.

Triángulo rectángulo escaleno es el triángulo rectángulo que no tiene lados congruentes, es decir, todos los lados son de diferente medida. Fig. 3.

Los **ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios**, es decir, la suma de los dos equivale a 90° o un ángulo recto. Fig. 2 y 3.

Triángulo rectángulo inscrito en una semicircunferencia. Fig. 4. Todo triángulo inscrito en una semicircunferencia es un triángulo rectángulo.

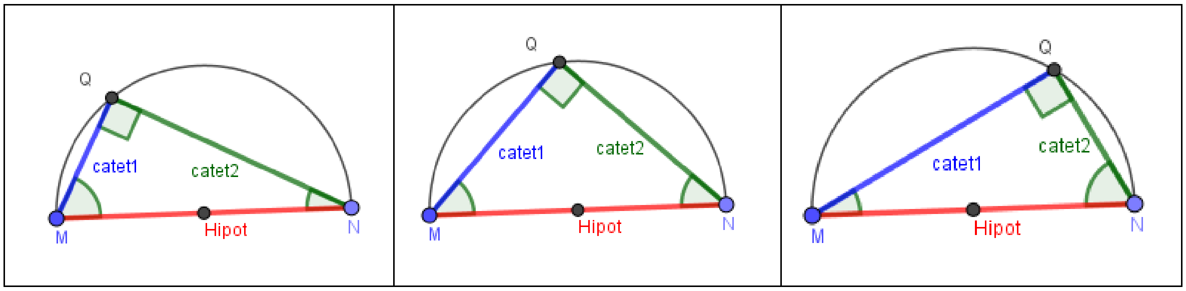

Fig. 4: Triángulo rectángulo inscrito en una semicircunferencia

Esta propiedad mostrada en la Fig. 4 se puede utilizar para dibujar un triángulo rectángulo cuando se conoce la hipotenusa:

- Se dibuja la hipotenusa (segmento **MN**) que corresponde al diámetro de la circunferencia.
- Se ubica un punto **Q** sobre la semicircunferencia.
- Los segmentos **MQ** y **NQ** forman un ángulo recto (vértice **Q**) y el triángulo **MNQ** es rectángulo en **Q**.

Teorema de Pitágoras

Pitágoras *(matemático griego, 572 a.C – 496 a.C)* descubrió una propiedad interesante de los triángulos rectángulos que se conoce como **TEOREMA DE PITÁGORAS.**

Ver **Aplicación** Triangulos 04- Triángulo rectángulo y Teorema Pitágoras:
https://www.geogebra.org/m/tka9hFMR

Teorema de Pitágoras: En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la medida de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de la medida de cada cateto:

$$(\boldsymbol{Hipotenusa})^2 = (\boldsymbol{cateto1})^2 + (\boldsymbol{cateto2})^2$$

En consecuencia,

$$\boldsymbol{Hipotenusa} = \sqrt{(\boldsymbol{cateto1})^2 + (\boldsymbol{cateto2})^2}$$

Las Fig. 5 y 6 muestran dos triángulos rectángulos **ABC**: los lados **AB** y **AC** son los catetos mientras que el lado **BC** es la hipotenusa.

Sobre cada lado de los triángulos se ha dibujado un cuadrado. *El área de un cuadrado es igual a la medida del lado al cuadrado.*

En la Fig. 5 se tiene:

$$(5)^2 = (3)^2 + (4)^2$$
$$25 = 9 + 16$$

$$\boldsymbol{Hipotenusa} = \sqrt{9+16}$$
$$\boldsymbol{Hipotenusa} = \sqrt{25} = 5$$

En la Fig. 6 se tiene:

$$(4.61)^2 = (3.5)^2 + (3)^2$$
$$21.25 = 12.25 + 9$$

$$\boldsymbol{Hipotenusa} = \sqrt{12.25+9}$$
$$\boldsymbol{Hipotenusa} = \sqrt{21.25} = 4.61$$

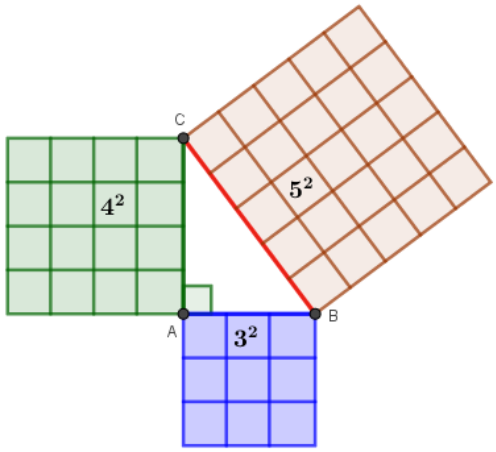

Fig. 5: Teorema de Pitágoras: $5^2 = 3^2 + 4^2$

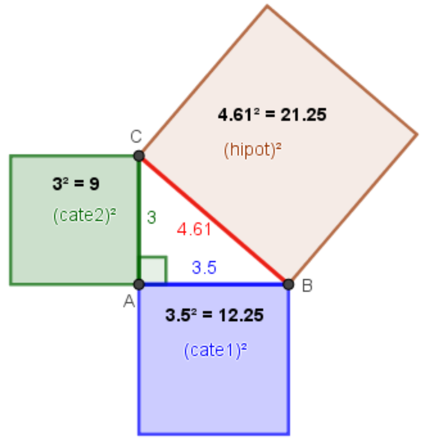

Fig. 6: Teorema de Pitágoras: $4.61^2 = 3.5^2 + 3^2$

La expresión o fórmula del **Teorema de Pitágoras** se puede transformar para **obtener la medida de un cateto cuando se conoce la hipotenusa y un cateto**. Recuerde: La hipotenusa es el lado mayor del triángulo.

$$(\boldsymbol{Hipotenusa})^2 = (\boldsymbol{cateto1})^2 + (\boldsymbol{cateto2})^2$$

$$(\mathbf{cateto2})^2 = (\mathbf{Hipotenusa})^2 - (\mathbf{cateto1})^2$$

$$\boldsymbol{cateto2} = \sqrt{(\boldsymbol{Hipotenusa})^2 - (\boldsymbol{cateto1})^2}$$

*Esto se puede experimentar en la **parte B** de la aplicación reseñada anteriormente.*

Se presentan dos ejemplos: En la Fig. 7, calcular el cateto2 y en la Fig. 8, calcular el cateto 1.

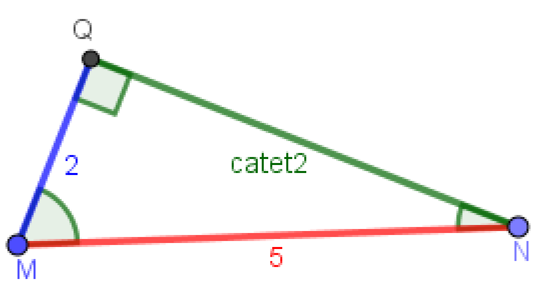

Fig. 7: Calcular medida de cateto2

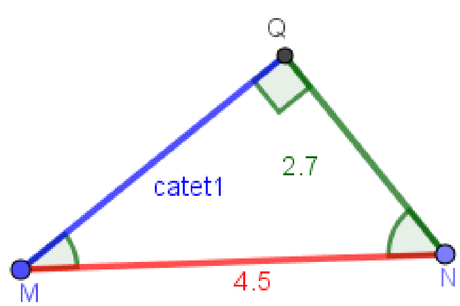

Fig. 8: Calcular medida de cateto1

En la Fig. 7 se tiene:

$$(\boldsymbol{cateto2})^2 = (\boldsymbol{Hipotenusa})^2 - (\boldsymbol{cateto1})^2$$

$$(\boldsymbol{cateto2})^2 = (\mathbf{5})^2 - (\mathbf{2})^2$$

$$(\boldsymbol{cateto2})^2 = \mathbf{25 - 4}$$

$$\boldsymbol{cateto2} = \sqrt{\mathbf{25 - 4}}$$

$$\boldsymbol{cateto2} = \sqrt{\mathbf{21}} = \mathbf{4.58}$$

En la Fig. 6 se tiene:

$$(\boldsymbol{cateto1})^2 = (\boldsymbol{Hipotenusa})^2 - (\boldsymbol{cateto2})^2$$
$$(\boldsymbol{cateto1})^2 = (\mathbf{4.5})^2 - (\mathbf{2.7})^2$$
$$(\boldsymbol{cateto2})^2 = \mathbf{20.25 - 7.29}$$
$$\boldsymbol{cateto2} = \sqrt{\mathbf{20.25 - 7.29}}$$
$$\boldsymbol{cateto2} = \sqrt{\mathbf{12.96}} = \mathbf{3.6}$$

La propiedad de los triángulos rectángulos descubierta por Pitágoras (Teorema de Pitágoras) tiene muchas aplicaciones en la ciencia, el arte, la ingeniería y la arquitectura. Por eso es un tema obligado en la enseñanza secundaria y/o media.

NÚMEROS PITAGÓRICOS O TERNAS PITAGÓRICAS

Son una tripleta de números naturales (enteros positivos) **a, b, c,** que cumplen que la suma de los cuadrados de los dos menores, equivalen al cuadrado del número mayor. Si los dos menores de la tripleta son **a** y **b**, entonces $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$.

Geométricamente una terna pitagórica se corresponde con un triángulo rectángulo donde la medida de sus lados son números enteros. Fig. 9.

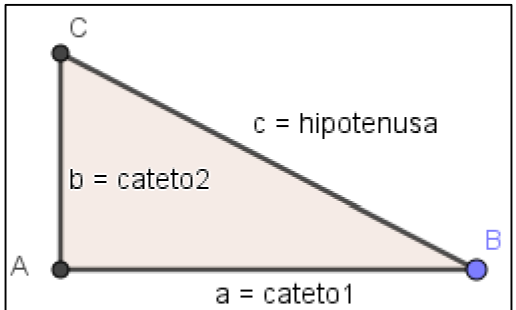

Fig. 9: Triángulo rectángulo y Terna pitagórica

Toda tripleta de números enteros positivos que cumplan el teorema de Pitágoras es una terna pitagórica.

Las ternas pitagóricas pueden ser primitivas o no primitivas:

Ternas pitagóricas primitivas cuando el máximo común divisor de los tres números es **1** como (3, 4, 5), (5, 12, 13), (7, 24, 25), etc.

Ternas pitagóricas no primitivas cuando sus términos son múltiplos de una terna primitiva. Las ternas (4, 8, 10) y (9, 12, 15) son no primitivas de (3, 4, 5).

Construcción de ternas pitagóricas:

Se tiene dos números enteros positivos **m** y **n**, siendo **m < n**:

Se hace $\boldsymbol{a = n^2 - m^2}$ $\boldsymbol{b = 2mn}$ $\boldsymbol{c = m^2 + n^2}$

Si **m = 1** y **n = 2** se tiene la primera terna pitagórica, **(3, 4, 5)**.
Si **m = 2** y **n = 3** se tiene la terna pitagórica **(5, 12, 13)**.
Si **m = 1** y **n = 3** se tiene la terna pitagórica **(6, 8, 10)** que es no primitiva de **(3, 4, 5)**.

La aplicación **Números Pitagóricos** https://www.geogebra.org/m/ydh6vepr

permite generar ternas pitagóricas para valores de **m entre 1 y 99** y de **n entre (m + 1) y (m + 50).** Si **m = 70**, entonces **n** puede tomar cualquier valor entre **71 y 120**.

profedomingohely