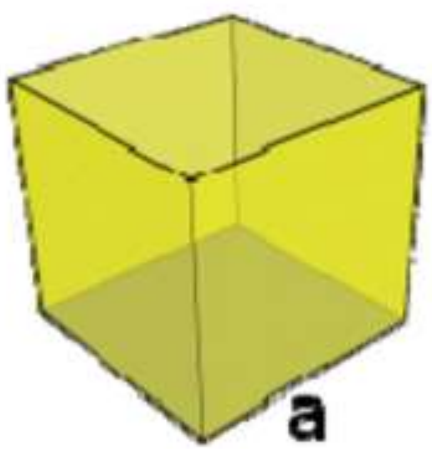
Volumen de los cuerpos geométricos.

Volúmenes de prismas y pirámides

Cubo

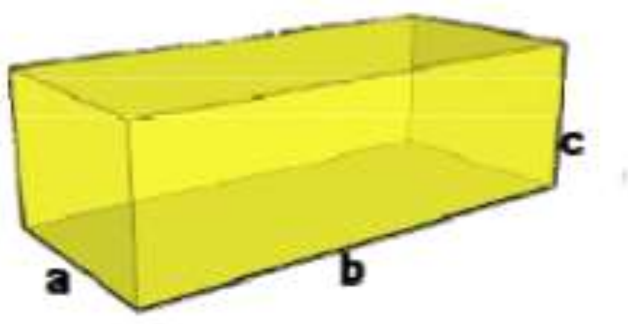
Un **cubo** es un prisma particular formado por seis caras cuadradas. Su volumen es el cubo de la longitud de la arista.



Volumen (V)= a · a · a = a^3

Ortoedro

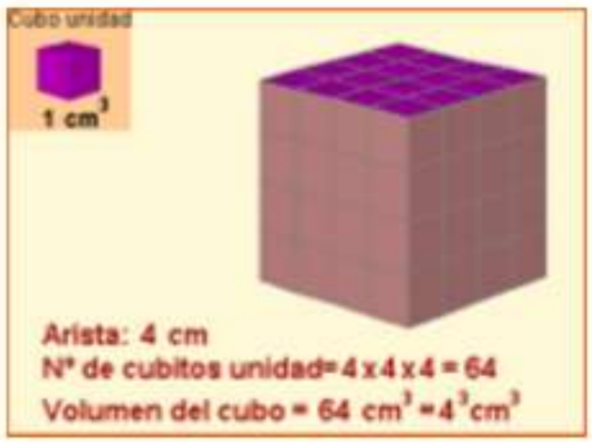
Un **ortoedro** es un prisma cuyas caras son todas rectangulares.



Volumen (V)= a · b · c

Deducción de las fórmulas

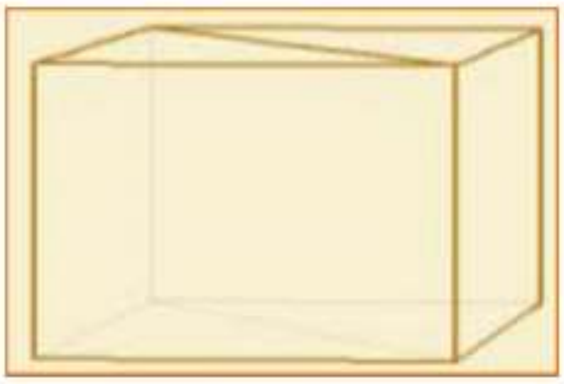
Un cubo de 3 cm de arista estaría formado por 3^3=27 cubos unidad, de un cm^3 cada uno.



Un cubo de 4 cm de arista estaría formado por 4^3=64 cubos unidad, de un cm^3 cada uno. En general, el volumen de un cubo es la longitud de la arista al cubo.

El volumen de un ortoedro es el producto de las longitudes de las aristas.

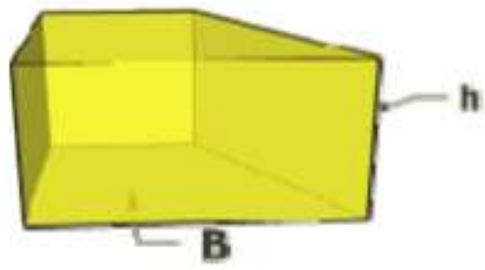
Deducción de las fórmulas.



Con dos prismas triangulares se puede formar un paralelepípedo recto, y de éste se puede obtener un ortoedro. Es fácil deducir que el volumen del prisma triangular es el área de su base por su altura.

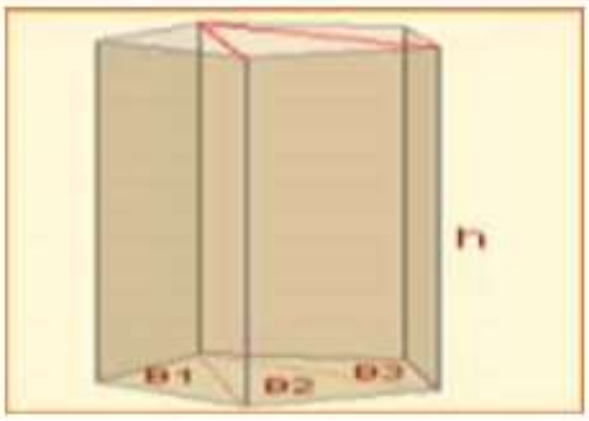
Resto de prismas rectos

Un **prisma recto** es un poliedro que tiene dos caras iguales y paralelas, llamadas bases y cuyas caras laterales son rectangulares.



Volumen (V)= B · h

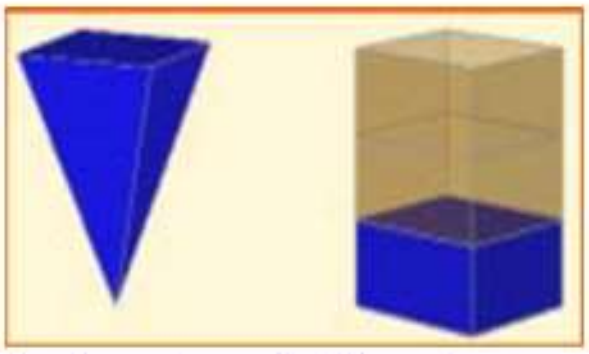
B=área de la base h=altura



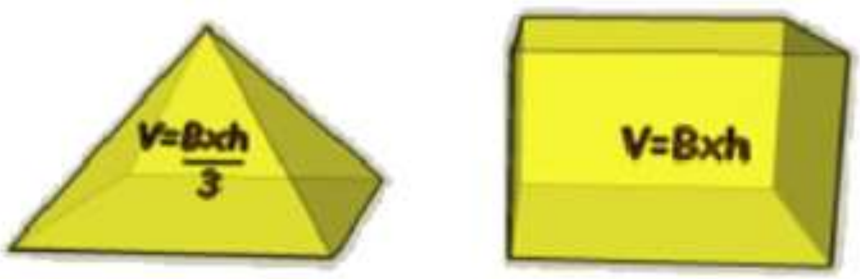
Los restantes prismas rectos se pueden descomponer en prismas triangulares. De esta forma se deduce sin dificultad que el volumen de un prisma recto es el área de su base por su altura.

Relación entre prismas y pirámides

El **volumen de una pirámide** es la tercera parte del volumen de un prisma con la misma base que dicha pirámide y la misma altura que ésta.



El volumen de una pirámide es la tercera parte del volumen de un prisma con la misma altura y misma base. Por tanto, el volumen de una pirámide es un tercio del área de su base por su altura.



Volumen (V)= (B · h)/3

B=área de la base h=altura

EJERCICIOS resueltos

7. La base de este prisma es un polígono regular de lado 1,7 cm y apotema 1,5 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 3,9 cm.

El área de la base es:

$$B = \frac{6 \cdot 1{,}7 \cdot 1.5}{2} = 7{,}65 \text{ cm}^2$$

El volumen es:

$$\mathbf{V = 7{,}65 \cdot 3{,}9 = 29{,}83 \text{ cm}^3}$$

8. La base de esta pirámide es un polígono regular de lado 1,3 cm y apotema 0,9 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 2,7 cm.

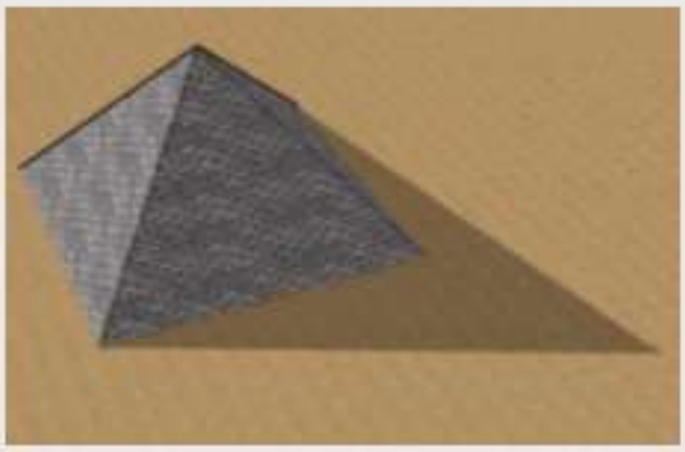
El área de la base es:

$$B = \frac{5 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}9}{2} = 2{,}93 \text{ cm}^2$$

El volumen es:

$$V = \frac{2{,}93 \cdot 2{,}7}{3} = \mathbf{2{,}64 \text{ cm}^3}$$

9. La Gran Pirámide de Giza es la única que perdura de las *siete maravillas del mundo antiguo*. Actualmente tiene una altura de 137 m y la base es un cuadrado de 230 m de lado. ¿Cuál es su volumen aproximado?



El área de la base es:

$B = 230 \cdot 230 = 52.900\ m^2$

Su volumen aproximado es:

$$V = \frac{52900 \cdot 137}{3} = \mathbf{2.415.767\ m^3}$$