Esfera de centre C i radi R1

H = (R1 cos(u) sin(v)+x(C),R1 sin(u) sin(v)+y(C),R1 sin(v)+z(C))

és un punt sobre la esfera

Recta que uneix C amb el punt H sobre la esfera:

$\overrightarrow{OC}+k\cdot\overrightarrow{CH}$

Esfera de centre A i radi R2

$RR=\left|R1-R2\right|$

I = (RR cos(u) sin(v)+x(C),RR sin(u) sin(v)+y(C),RR cos(v)+z(C))

Punt de l'esfera de centre H i radi R2 alineat amb C.

Equació del pla Mitger (sent M el punt mig del segment AI):

$$\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{MP}=0$$
$$\overrightarrow{AI}\cdot\left(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OM}\right)=0$$
$$\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{OM}=0$$
$$\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{AI}\cdot\left(\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OI}}{2}\right)=0$$
$$\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{OP}-\left(\overrightarrow{OI}-\overrightarrow{OA}\right)\cdot\left(\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OI}}{2}\right)=0$$
$$\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{OP}-\frac{OI^2-OA^2}{2}=0$$

Si P ha de ser un punt del pla i de la recta CH, tenim:

$$\overrightarrow{AI}\cdot\left(\overrightarrow{OC}+k\cdot\overrightarrow{CH}\right)-\frac{OI^2-OA^2}{2}=0$$
$$k\cdot\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{CH}=\frac{OI^2-OA^2}{2}-\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{OC}$$
$$k=\frac{\frac{OI^2-OA^2}{2}-\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{OC}}{\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{CH}}$$

I substituirem k a l'expressió de la recta CH per trobar el punt K del lloc geomètric:

$$\overrightarrow{OC}+\frac{\frac{OI^2-OA^2}{2}-\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{OC}}{\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{CH}}\cdot\overrightarrow{CH}$$

El numerador de l'expressió es pot simplificar considerablement:

$$\frac{OI^2 - OA^2}{2} - \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CI})^2 - OA^2}{2} - \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{OC} =$$

$$\frac{OC^2 + CI^2 + 2\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{CI} - OA^2}{2} - \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{OC} =$$

$$\frac{RR^2 + OC^2 - OA^2}{2} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{CI} - \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{OC} =$$

$$\frac{RR^2 + OC^2 - OA^2}{2} + \overrightarrow{OC} \cdot \left(\overrightarrow{CI} - \overrightarrow{AI}\right) =$$

$$\frac{RR^2 + OC^2 - OA^2}{2} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{CA}$$

Tot seguit substituirem les components dels vectors:

(x(C),y(C),z(C)) pel vector OC

(R1 cos(u) sin(v),R1 sin(u) sin(v),R1 cos(v)) pel vector CH

(RR cos(u) sin(v)+x(C)-x(A),RR sin(u) sin(v)+y(C)-y(A),RR cos(v)+z(C)-z(A))=

(RR cos(u) sin(v)+x(AC),RR sin(u) sin(v)+y(AC),RR cos(v)+z(AC)) pel vector AI

El producte escalar del numerador que hem citat anteriorment queda:

x(CA) x(C)+y(CA) y(C)+z(CA)z(C)

i, pel denominador de l'expressió, producte dels vectors AI i CH:

(RR cos(u) sin(v)+x(AC),RR sin(u) sin(v)+y(AC),RR cos(v)+z(AC))·

(R1 cos(u) sin(v),R1 sin(u) sin(v),R1 cos(v))=

RR R1+x(AC) R1 cos(u) sin(v)+y(AC) R1 sin(u) sin(v)+z(AC) R1 cos(v)

Reduirem el quocient introduint les expressions:

$$t0 = \frac{RR^2 + OC^2 - OA^2}{2}$$

t1=RR R1

t2= x(CA) x(C)+y(CA) y(C)+z(CA)z(C)

t31=x(AC) R1

t32=y(AC) R1

t33=z(AC) R1

f(x,y)=t1+t31 cos(x) sin(y)+t32 sin(x) sin(y)+t33 cos(y)

i el quocient de l'expressió del punt del lloc geomètric queda d'aquesta forma:

(t0+t2)/f(u,v)

I les tres coordenades del punt venen donades per:

x(C)+ (t0+t2)/f(u,v)(R1 cos(u) sin(v))

y(C)+ (t0+t2)/f(u,v)(R1 sin(u) sin(v))

z(C)+ (t0+t2)/f(u,v)(R1 cos(v))