

Ellisse

Definizione: fissati due punti F_1 e F_2 detti fuochi e una distanza $2a$, l'ellisse è il luogo geometrico dei punti per il quali la somma delle distanze dai fuochi è pari a $2a$: $PF_1+PF_2=2a$.

Considereremo solo ellissi con fuochi sull'asse x o y , simmetrici rispetto all'origine.

Come è fatta? Metodo del giardiniere.

Qual è l'equazione? Presi a e b numeri positivi: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (quasi come quella della circonferenza, ma i termini quadratici hanno coefficienti diversi tra loro).

L'ellisse ha 4 **vertici**, che sono le intersezioni con gli assi:

- intersezioni con asse x : $A_1 (a; 0)$ e $A_2 (-a; 0)$;
- intersezioni con asse y : $B_1 (0; b)$ e $B_2 (0; -b)$.

A_1O e B_1O sono detti **semiassi** dell'ellisse. A seconda della relazione tra a e b il semiasse maggiore può essere A_1O o B_1O . I fuochi stanno sul semiasse maggiore e hanno coordinate:

- se $a > b$ (A_1O semiasse maggiore): $c^2 = a^2 - b^2$ e $F_1 (c; 0)$ e $F_2 (-c; 0)$ con $c > 0$;
- se $a < b$ (B_1O semiasse maggiore): $c^2 = b^2 - a^2$ e $F_1 (0; c)$ e $F_2 (0; -c)$ con $c > 0$.

La distanza tra i fuochi ($2c$) è detta **distanza focale**.

Al variare di a e b l'ellisse è più o meno "schiacciata"; tale "schiacciamento" è misurato da un numero detto **eccentricità**, un numero tra 0 e 1 calcolato come rapporto tra metà della distanza focale e il semiasse maggiore, quindi:

- per ellisse con semiasse maggiore sull'asse x : $e = \frac{c}{a}$;
- per ellisse con semiasse maggiore sull'asse y : $e = \frac{c}{b}$.

Riassumendo:

| Caratteristiche | $a > b$ | $a < b$ |
|--------------------------|------------------------------|------------------------------|
| semiasse maggiore | A_1O | B_1O |
| fuochi | $F_1 (c,0)$ e $F_2 (-c,0)$ | $F_1 (0,c)$ e $F_2 (0,-c)$ |
| eccentricità | $e = \frac{c}{a}$ | $e = \frac{c}{b}$ |