HOJA DE TRABAJO

1. ¿Existe alguna a de modo que $\lim\limits_{x\to 3} \frac{2x^2-3\text{ax}-\text{x}-\text{a}-1}{x^2-2x-3}$ exista?

- Primer método: Algebraico, se tiene que: $\lim\limits_{x\to 3} \frac{2x^2-3\text{ax}-\text{x}-\text{a}-1}{x^2-2x-3}$ al factorizar el límite se debe buscar en el polinomio del numerador que sea factor de (x – 3) para eliminar la indeterminación ya que $x \neq 0$; para ello debemos buscar un polinomio idéntico a este de la forma:

  $(x-3)(2x-b)$; Por lo tanto al igualar y factorizar se tiene:

  $(x-3)(2x-b) = 2x^2 - x(3a+1) - (a+1)$

  $2x^2 - 6x - xb + 3b = 2x^2 - x(3a+1) - (a+1)$

  $2x^2 - x(6+b) + 3b = 2x^2 - x(3a+1) - (a+1)$

  $(6+b) + 3b = (3a+1) - (a+1)$

  Primera ecuación: $6 + b = 3a + 1$; $b = 3a - 5$

  Segunda ecuación: $3b = -a - 1$; $b = \frac{-a-1}{3}$

  Igualando $b_1 = b_2$

  $$3a - 5 = \frac{-a-1}{3}$$

  $$a = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

  Sustituyendo en la ecuación original: $2x^2 - x\left(3\frac{7}{5}+1\right) - \left(\frac{7}{5}+1\right)$

  $$2x^2 - x\left(\frac{26}{5}\right) - \left(\frac{12}{5}\right) = \frac{10x^2 - 26x - 12}{5}$$

  Factorizando: $\frac{(10x)^2-26(10x)-120}{50} = \frac{(10x-30)(10x+4)}{50} = \frac{10(x-3)5(2x+\frac{4}{5})}{5*10}$

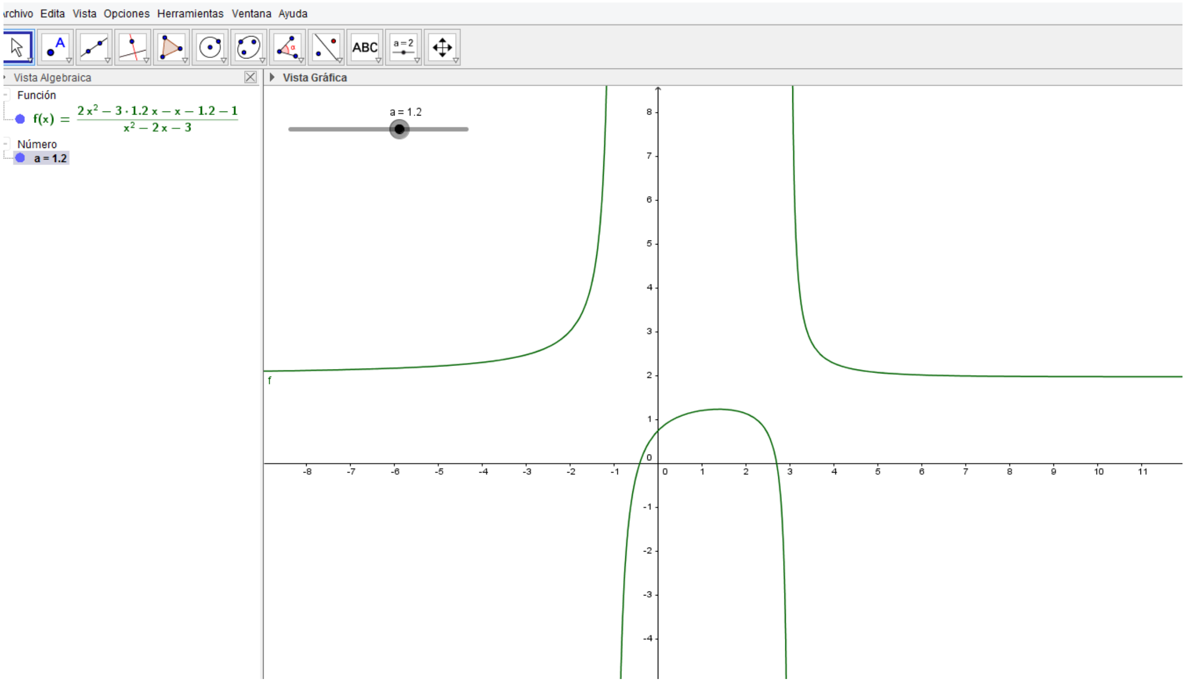
  $$= (x-3)\left(2x+\frac{4}{5}\right)$$

  Volviendo al límite original se tiene:

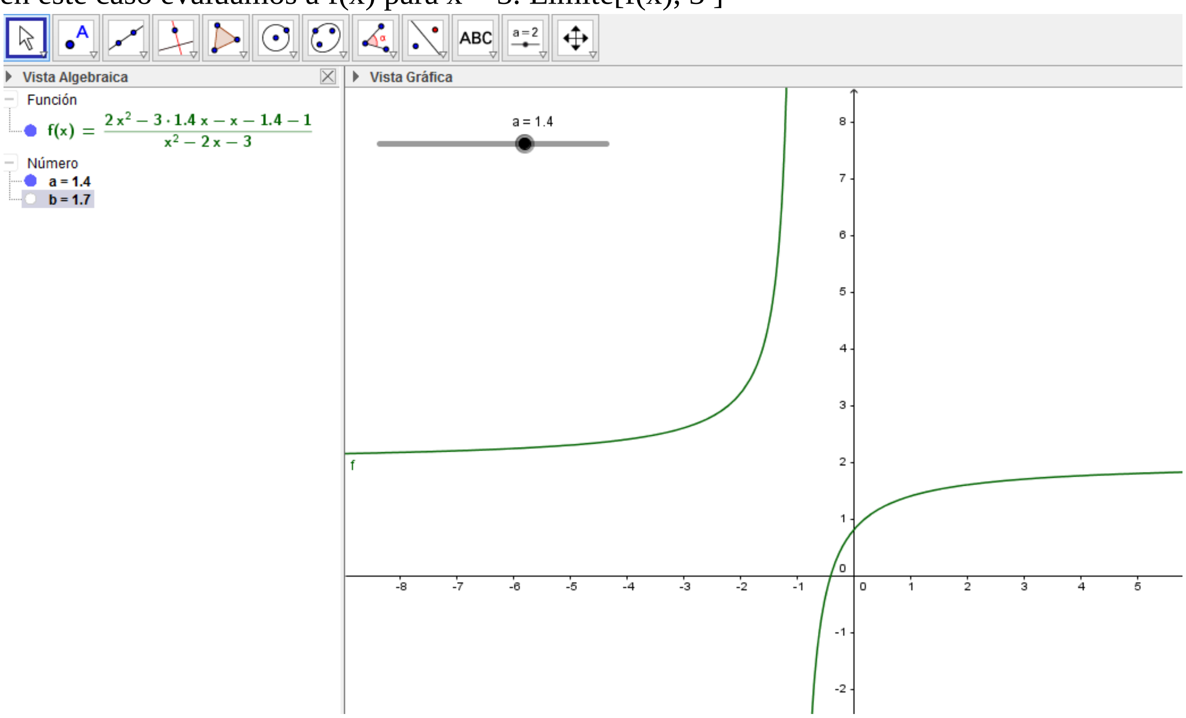
  $$\lim_{x\to 3} \frac{(\text{x}-3)(2\text{x}+\frac{4}{5})}{(x-3)(x+1)} = \frac{2(3)+\frac{4}{5}}{3+1} = \frac{34}{20} = \frac{17}{10} = 1.7$$

  Lo que confirma que "a debe valer 1.4" para que exista el límite, en este caso el valor de a debe ser constante y no tener n valores.

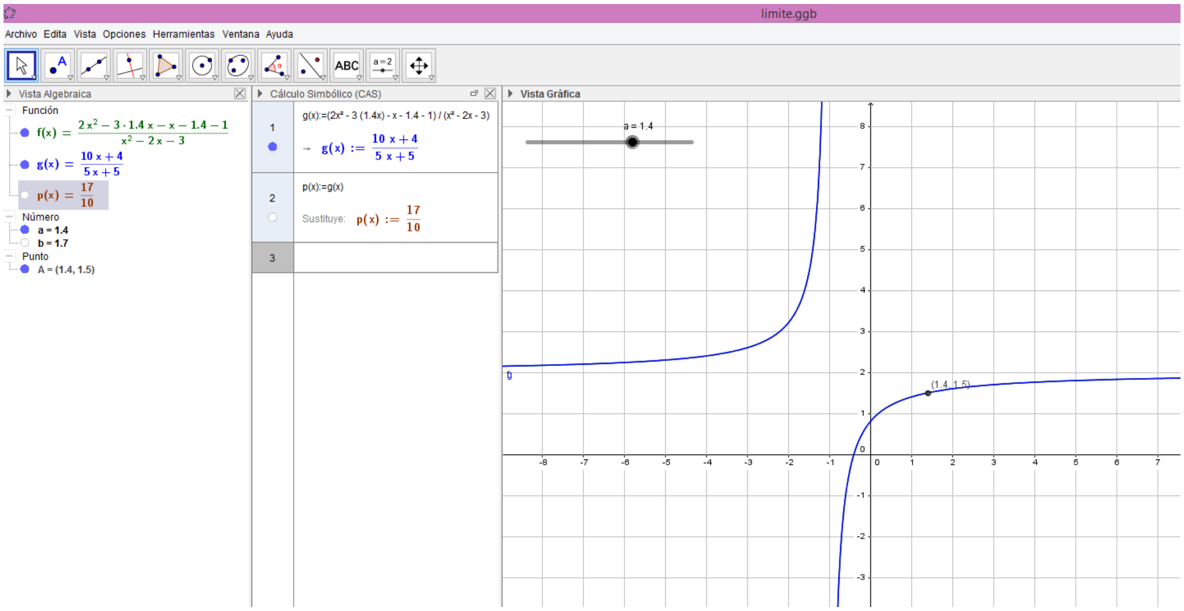
- Segundo método: Introducimos la función sin definir el limite, y se da un parámetro deslizador para "a", lo cual confirma que sólo tomará un valor, en este punto es bueno hacer alguna conjetura con los estudiantes (¿Qué sucede cuando el límite se acerca a 1.4 por izquierda y por derecha?)



Ahora calculamos el límite con la función: Límite[<Función>, <Valor numérico>], en este caso evaluamos a f(x) para x = 3. Límite[f(x), 3]



Finalmente colocamos un punto (a, f(a)) y evaluamos con la función CAS.


limite.ggb
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
ABC
Vista Algebraica
Función
$f(x) = \frac{2x^2 - 3 \cdot 1.4x - x - 1.4 - 1}{x^2 - 2x - 3}$
$g(x) = \frac{10x + 4}{5x + 5}$
$p(x) = \frac{17}{10}$
Número
a = 1.4
b = 1.7
Punto
A = (1.4, 1.5)
Cálculo Simbólico (CAS)
g(x):=(2x² - 3 (1.4x) - x - 1.4 - 1) / (x² - 2x - 3)
$\rightarrow\ g(x) := \frac{10x + 4}{5x + 5}$
p(x):=g(x)
Sustituye: $p(x) := \frac{17}{10}$
Vista Gráfica
a = 1.4
(1.4, 1.5)