

Äquivalenzumformungen für lineare Gleichungen

Beispiel 1:

Löse die Gleichung $x - 4 = 10$ in x .

Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Umformungen:

$$\begin{aligned}x - 4 &= 10 && | + 4 \\x - 4 + 4 &= 10 + 4 \\x &= 14\end{aligned}$$

Lösungsmenge:

$$L = \{14\}$$

Probe:

$$14 - 4 = 10 \quad \text{w. A.}$$

Pfeilrechnung:

$$\begin{aligned}x &\xrightarrow{-4} 10 \\14 &\xleftarrow{+4} 10\end{aligned}$$

Beispiel 2:

Löse die Gleichung $x - 7 = 10$ in x .

Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Umformungen:

$$\begin{aligned}x - 7 &= 10 & | + 7 \\x - 7 + 7 &= 10 + 7 \\x &= 17\end{aligned}$$

Lösungsmenge:

$$L = \{17\}$$

Probe:

$$17 - 7 = 10 \quad \text{w. A.}$$

Pfeilrechnung:

$$\begin{aligned}x &\overset{-7}{\rightarrow} 10 \\17 &\overset{+7}{\leftarrow} 10\end{aligned}$$

Beispiel 3:

Löse die Gleichung $7 \cdot x = 28$ in x .

Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Umformungen:

$$7x = 28 \quad | \div 7$$

$$\frac{7 \cdot x}{7} = \frac{28}{7}$$

$$x = 4$$

Lösungsmenge:

$$L = \{4\}$$

Probe:

$$7 \cdot 4 = 28 \quad \text{w. A.}$$

Pfeilrechnung:

$$x \xrightarrow{\cdot 7} 28$$

$$4 \xleftarrow{\div 7} 28$$

Beispiel 4:

Löse die Gleichung $\frac{x}{12} = 28$ in x .

Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Umformungen:

$$\frac{x}{12} = 28 \quad | \cdot 12$$

$$\frac{x}{12} \cdot 12 = 28 \cdot 12$$

$$x = 336$$

Lösungsmenge:

$$L = \{336\}$$

Probe:

$$\frac{336}{12} = 28 \quad \text{w. A.}$$

Pfeilrechnung:

$$x \xrightarrow{\div 12} 28$$

$$336 \xleftarrow{\cdot 12} 28$$

Beispiel 5:

Löse die Gleichung $5 \cdot (x - 12) = -30$ in x .

Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Umformungen:

$$5 \cdot (x - 12) = -30 \quad | \div 5$$

$$x - 12 = -6 \quad | + 12$$

$$x = 6$$

Lösungsmenge:

$$L = \{6\}$$

Probe:

$$5 \cdot (6 - 12) = -30 \quad \text{w. A.}$$

Pfeilrechnung:

$$\begin{array}{r} x \xrightarrow{-12} x - 12 \xrightarrow{\cdot 5} -30 \\ 6 \xleftarrow{+12} -6 \xleftarrow{\div 5} -30 \end{array}$$

Beispiel 6:

Löse die Gleichung $2 \cdot (x + 18) = 4 \cdot x + 16$ in x .
Starte deine Umformungen mit dem **Nullsetzungs-**
Verfahren. Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Umformungen:

$$\begin{aligned}2 \cdot (x + 18) &= 4 \cdot x + 16 && | -T_{re} \\2 \cdot (x + 18) - 4 \cdot x - 16 &= 0 \\2x + 36 - 4x - 16 &= 0 \\-2x + 20 &= 0 && | -20 \\-2x &= -20 && | /(-2) \\x &= 10\end{aligned}$$

Lösungsmenge:

$$L = \{10\}$$

Probe:

$$\text{Linke Seite: } 2 \cdot (10 + 18) = 56$$

$$\text{Rechte Seite: } 4 \cdot 10 + 16 = 56$$

$$\text{Vergleich: } 56 = 56 \text{ w. A.}$$

Umformungen in einer Nebenrechnung:

$$2 \cdot (x + 18) = 4 \cdot x + 16$$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot (x + 18) - 4 \cdot x - 16 \\ &= 2x + 36 - 4x - 16 \\ &= 2x - 4x + 36 - 16 \\ &= -2x + 20 \end{aligned}$$

$$T_{li} - T_{re} = 0$$

$$\begin{array}{ll} -2x + 20 = 0 & | -20 \\ -2x = -20 & | /(-2) \\ x = 10 & \end{array}$$

Das muss in dein Heft!

Eingabe: $2 \cdot (x + 18) = 4x + 16$

$$T_{\text{links}} - T_{\text{rechts}} = 0$$

$$2 \cdot (x + 18) = 4x + 16$$

$$-2x + 20 = 0$$

Löse nach x auf.

$$x = 10$$

Mini-Doku:

*Das musst du
in dein Heft
notieren...*

*... und das
auch!*

Lösungsmenge:

$$L = \{10\}$$

Probe:

$$\text{Linke Seite: } 2 \cdot (10 + 18) = 56$$

$$\text{Rechte Seite: } 4 \cdot 10 + 16 = 56$$

$$\text{Vergleich: } 56 = 56 \text{ w. A.}$$

Beispiel 7:

Löse die Gleichung $5x + 3 = 4 \cdot x + 2$ in x .

Starte deine Umformungen mit dem **Nullsetzungsverfahren**. Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Nebenrechnungen:

$$\begin{aligned}T_{li} - T_{re} &= 5x + 3 - 4x - 2 \\ &= 5x - 4x + 3 - 2 \\ &= x + 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x + 1 &= 0 && | - 1 \\ x &= -1\end{aligned}$$

Hauptrechnung: (Das muss in dein Heft!)

$$\begin{aligned}T_{links} - T_{rechts} &= 0 && 5x + 3 = 4x + 2 \\ &&& x + 1 = 0 \\ \text{Löse nach } x \text{ auf.} &&& x = -1\end{aligned}$$

Lösungsmenge:

$$L = \{-1\}$$

Probe:

$$\text{Linke Seite: } 5 \cdot (-1) + 3 = -2$$

$$\text{Rechte Seite: } 4 \cdot (-1) + 2 = -2$$

$$\text{Vergleich: } -2 = -2 \quad \text{w. A.}$$

Beispiel 8:

Löse die Gleichung $3x + 5 = x + 33$ in x .

Starte deine Umformungen mit dem **Nullsetzungsverfahren**. Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Nebenrechnungen:

$$\begin{aligned}T_{li} - T_{re} &= 3x + 5 - x - 33 \\ &= 3x - x + 5 - 33 \\ &= 2x - 28\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}2x - 28 = 0 & & | + 28 \\ 2x = 28 & & | / 2 \\ x = 14 & & \end{array}$$

Hauptrechnung: (Das muss in dein Heft!)

$$\begin{array}{r}T_{links} - T_{rechts} = 0 \\ 3x + 5 = x + 33 \\ 2x - 28 = 0 \\ \text{Löse nach } x \text{ auf.} \\ x = 14\end{array}$$

Lösungsmenge:

$$L = \{14\}$$

Probe:

$$\text{Linke Seite: } 3 \cdot 14 + 5 = 47$$

$$\text{Rechte Seite: } 14 + 33 = 47$$

$$\text{Vergleich: } 47 = 47 \quad \text{w. A.}$$

Beispiel 9:

Löse die Gleichung $-\frac{4}{7}x + 1 = \frac{2}{7}x - \frac{5}{7}$ in x .

Starte deine Umformungen mit dem **Nullsetzungsverfahren**. Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Nebenrechnungen:

$$\begin{aligned}T_{li} - T_{re} \\&= -\frac{4}{7}x + 1 - \frac{2}{7}x + \frac{5}{7} \\&= -\frac{4}{7}x - \frac{2}{7}x + 1 + \frac{5}{7} \\&= -\frac{6}{7}x + \frac{12}{7}\end{aligned}$$

$$-\frac{6}{7}x + \frac{12}{7} = 0 \quad | -\frac{12}{7}$$

$$-\frac{6}{7}x = -\frac{12}{7} \quad | \cdot \left(-\frac{7}{6}\right)$$

$$x = 2$$

Hauptrechnung: (Das muss in dein Heft!)

$$-4/7 * x + 1 = 2/7 * x - 5/7$$

$$T_{links} - T_{rechts} = 0$$

$$-\frac{6}{7}x + \frac{12}{7} = 0$$

Löse nach x auf.

$$x = 2$$

Lösungsmenge:

$$L = \{2\}$$

Probe:

$$\text{Linke Seite: } -\frac{4}{7} \cdot 2 + 1 = -\frac{1}{7}$$

$$\text{Rechte Seite: } \frac{2}{7} \cdot 2 - \frac{5}{7} = -\frac{1}{7}$$

$$\text{Vergleich: } -\frac{1}{7} = -\frac{1}{7} \text{ w. A.}$$

Beispiel 10:

Löse die Gleichung $\frac{5}{6}x - 1 = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$ in x .

Starte deine Umformungen mit dem **Nullsetzungsverfahren**. Gib die Lösungsmenge und die Probe an.

Nebenrechnungen:

$$\begin{aligned}T_{li} - T_{re} \\&= \frac{5}{6}x - 1 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} \\&= \frac{5}{6}x + \frac{2}{3}x - 1 - \frac{1}{2} \\&= \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = 0 \quad | + \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{3}{2} \quad | \cdot \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$x = 1$$

Hauptrechnung: (Das muss in dein Heft!)

$$5/6 * x - 1 = -2/3 * x + 1/2$$

$T_{links} - T_{rechts} = 0$

$$\frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

Löse nach x auf.

$$x = 1$$

Lösungsmenge:

$$L = \{1\}$$

Probe:

$$\text{Linke Seite: } \frac{5}{6} \cdot 1 - 1 = -\frac{1}{6}$$

$$\text{Rechte Seite: } -\frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$$

$$\text{Vergleich: } -\frac{1}{6} = -\frac{1}{6} \quad \text{w. A.}$$

Empfehlung:

Schau dir das Lernvideo „[Äquivalenzumformungen bei Gleichungen](#)“ an.