

Wie löst man Potenzgleichungen in „erweiterter“ Form?

Beispiel: $3x^3 + 12 = 36$

Wir formen zunächst um:

$$3x^3 + 12 = 36 \quad | -12$$

$$3x^3 = 24 \quad | \div 3$$

$$x^3 = 8$$

Gib die Lösungsmenge der Potenzgleichung an.

Lösungsmenge: $L = \{2\}$

Allgemein: Forme die Gleichung zunächst in eine Potenzgleichung mit natürlichem Exponenten äquivalent um. Gib die Lösungsmenge L an.

Wie löst man Potenzgleichungen mit rationalen Exponenten?

Beispiel: $x^{\frac{5}{3}} = 4$

Wir formen zunächst um:

$$x^{\frac{5}{3}} = 4 \quad | \text{ auf beiden Seiten wird mit 3 potenziert}$$

$$x^5 = 4^3$$

Gib die Lösungsmenge der Potenzgleichung an.

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{\sqrt[5]{4^3}\}$$

Allgemein:

Wir vereinbaren:

$$a \in \mathbb{R}; a > 0;$$

$$m \in \mathbb{N}; n \in \mathbb{N}; m \geq 1; n \geq 2.$$

Wir formen zunächst um:

$$x^{\frac{m}{n}} = a \quad | \text{ auf beiden Seiten wird mit } n \text{ potenziert}$$

$$x^m = a^n$$

Löse die Potenzgleichung mit natürlichem Exponenten m . Gib die Lösungsmenge L an.