VISTAS DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA COM ÊNFASE NA IMPORTÂNCIA DAS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS: O EXEMPLO DO CASO DO CUBO

Cristian Roberto Miccerino de Almeida[1]

Resumo
O presente artigo trata de um estudo das vistas de sólidos geométricos destacando a importância das construções geométricas que embasaram as ações realizadas no software de geometria dinâmica e que hoje em dia estão cada vez mais ausentes dos currículos escolares. Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática uma vez que o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar de forma organizada tais vistas, obtidas após o fatiamento do sólido geométrico e que são representações de acordo com a posição em que o observador se encontra e as visualiza. Finaliza-se com a apresentação detalhada um exemplo de uma dessas abordagens de construção: o caso do cubo, e apresentam-se somente ilustrações do fatiamento de vários outros sólidos.
Palavras-chave: Sólidos Geométricos; Vistas; Fatiamento; Construções Geométricas; GeoGebra.

1. Introdução

O presente artigo trata de um estudo das vistas de sólidos geométricos ressaltando a importância das construções geométricas que estão por trás do uso das funcionalidades de um software da geometria dinâmica. Destacando ainda, que tais construções, hoje em dia, estão cada vem mais ausentes dos currículos escolares. Tais vistas (superior, lateral, frontal) são as representações de acordo com a posição em que o observador se encontra e as visualiza.

A visualização é a principal habilidade para o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno em relação ao ensino de conceitos de geometria escolar no processo de aprendizagem. Para a percepção da noção de espaço, tal habilidade é de extrema importância para o desenvolvimento psíquico do sujeito aprendiz, uma vez que permite a integração de inúmeras funções mentais. Esta integração ocorre também por meio das representações gráficas do mundo que nos cerca concretizando até pensamentos abstratos.

No ensino da matemática escolar, conforme é lembrado por Kaleff:

1 Secretaria da Educação da Prefeitura Municipal de Campinas crma1979@gmail.com

> Apesar das muitas controvérsias sobre a forma pela qual a visualização se processa em nossa mente, é importante que ocupe seu lugar no ensino da geometria, pois a habilidade da visualização pode ser desenvolvida até certo ponto, se for disponibilizado ao indivíduo um apoio didático baseado em materiais concretos representativos do objeto geométrico em estudo. O material concreto permite ao indivíduo efetivamente ver o objeto de seu estudo. Por outro lado, como a habilidade da visualização não é inata a todos os indivíduos, o que acarreta a existência de indivíduos "visualizadores" e indivíduos "não-visualizadores", podem surgir grandes conflitos em sala de aula, pela confrontação de alunos visualizadores e professores não-visualizadores e vice-versa, se os profissionais não estiverem conscientes deste fato (KALEFF, 2003, p. 17).

Sob essas considerações, somente a página de um livro ou a lousa não são os instrumentos mais apropriados para auxiliar a visualização de objetos tridimensionais. E, no entanto, na maioria das vezes, o professor dispõe apenas do livro didático como ferramenta para o ensino da geometria.

Por outro lado, como ressalta Gravina e Basso (2012), existem outras formas de abordar tais conteúdos uma vez que a tecnologia digital põe a nossa disposição, ferramentas interativas distintas que revelam na tela do computador objetos dinâmicos e manipuláveis virtualmente, tornando mais atraente as aulas de matemática quando transformamos o ambiente mais dinâmico, lúdico e representativo.

Frente a tudo isso, o uso de tecnologias digitais pode contribuir para práticas pedagógicas inovadoras, desde que sejam baseadas em concepções de conhecimento tanto do aluno, quanto do professor, já que as novas tecnologias podem propiciar novas concepções de ensino e aprendizagem, podemos explorá-las na elaboração de materiais didáticos e também, como recurso didático à prática pedagógica. Como isso, as tecnologias digitais fornecem um amplo acervo de ferramentas a ser usado pelos professores no intuito de auxiliar a troca de informações e conhecimentos, que podem levá-lo a reflexão e a possível mudança em sua prática de ensino.

2. Justificativa do Estudo

Na época dos pitagóricos (século III a. C), as construções com régua e compasso tiveram uma enorme importância no desenvolvimento da matemática grega. No entanto, nos últimos 40 anos, as construções geométricas embora também um importante instrumento auxiliar no aprendizado de geometria, foram ficando cada vez mais ausentes dos currículos escolares, devido às constantes mudanças filosóficas as quais o ensino da geometria escolar ficou sujeito após o surgimento do Movimento da Matemática Moderna, que praticamente aboliu as figuras do ensino da matemática (KALEFF, 2008). A partir dos anos de 1990, o retorno das figuras ao ensino foi se intensificando e o valor das construções geométricas foi retomado.

De acordo com Wagner (1998), os problemas de construção geométrica são motivadores, as vezes intrigantes e frequentemente conduzem à descoberta de novas propriedades. São educativos no sentido que em cada um é necessária uma análise da situação onde se faz o planejamento da construção, seguindo-se a execução dessa construção, a posterior conclusão sobre o número de soluções distintas e também sobre a compatibilidade dos dados.

Conforme é afirmado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) tem-se:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. Este bloco de conteúdos contempla não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas. Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1988, p. 51).

Os PCN enfatizam categoricamente a importância do conteúdo de geometria, reforçando as conclusões de várias pesquisas nacionais e internacionais em Educação Matemática (COSTA, 2012). Tradicionalmente as construções geométricas são feitas com o uso de régua não graduada e compasso. Mas, como quando a intenção é ir além das construções geométricas reproduzidas, aproveitamos os demais instrumentos além de como esquadros e transferidor, porque o importante é discutir a construção e construir um o conhecimento geométrico intrínseco. Conforme é lembrado por Costa,

> "ao trabalhar com construções geométricas, deve-se: (a) mostrar o que se faz, ou seja, realizar a construção geométrica; (b) explicar por que se fez, ou seja, justificar se a resposta obtida é, de fato, a resposta procurada; (c) discutir a solução verificando o número de soluções problema e analisando se ele é realmente compatível, se existe apenas uma, se pode haver mais de uma solução e sob quais condições se poderiam ampliar ou reduzir o número de soluções" (COSTA, 2012, p. 27).

Isso ocorre porque independentemente da abordagem adotada pelo professor, as construções feitas com instrumentos concretos como compasso, régua, esquadros e transferidor, têm em comum a característica de serem construções estáticas, ou seja, fixas. No entanto, com a inserção de novas tecnologias no ensino da Matemática, novos padrões podem ser incluídos. Ao se usar os programas de geometria dinâmica, como por exemplo, o GeoGebra (https://www.GeoGebra.org/), passa-se a ter construções dinâmicas sujeitas a movimentos.

A seguir, à guisa de ilustração, apresentamos o passo a passo da construção das vistas do cubo utilizando inicialmente régua e compasso e como tudo isso pode ser representado no software GeoGebra.

3. Traçados com régua e compasso

Conforme apresentado na parte (a) da Figura 1, o cubo é um sólido composto de seis faces quadradas de igual tamanho, formando um hexaedro de comprimento de aresta t. Quando fatiado, temos n^3 cubos de tamanho de aresta t/n.

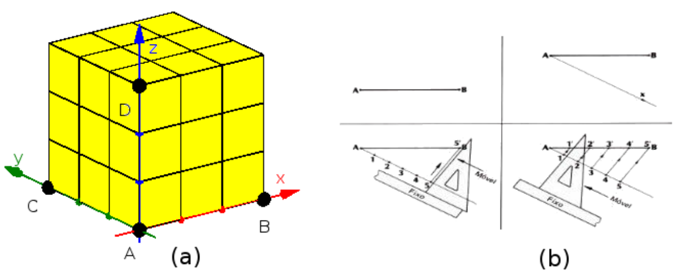

Figura 1 – Cubo fatiado e divisão de segmento

Dessa forma, precisamos dividir os segmentos AB, AC, AD em n partes iguais. Para isso, como apresentado na parte (b) da Figura 1, tracemos a reta r passando pelo ponto A (ou por B), e que seja oblíqua em relação ao segmento AB. Feito isso, usando um compasso, descrevemos arcos de circunferências com raio qualquer. Posicionando a ponta seca do compasso sobre o ponto A e descrevendo um arco interceptando a reta r, marcamos o ponto 1; Com a ponta seca do compasso em 1 e com mesmo raio, descrevemos um novo arco sobre a reta r, marcando o ponto 2; Repetindo este processo n vezes em que se deseje dividir o segmento AB.

Feito isso, unimos o último ponto ao outro extremo do segmento de reta, e traçando pelos outros pontos, retas paralelas em direção ao segmento inicial AB, executamos o mesmo procedimento para os segmentos AC e AD.

Finalmente, para obter o cubo de tamanho de aresta t/n, apresentado na parte (a) da Figura 1, traçamos as retas paralelas ao segmento AB e ao segmento AC pelas divisões obtidas no segmento AD. Depois, pelas divisões obtidas nos segmentos AB e AC, traçamos as retas paralelas ao segmento AD. Feito isso, completamos a representação do plano xOy que passa por D, uma vez que o segmento AB esta sobre o eixo x, o segmento AC está sobre o eixo y e o segmento AD está sobre o eixo z.

4. Relacionando os traçados com régua e compasso a representações no software: Disposição dos elementos nas janelas de visualização do GeoGebra

No software GeoGebra, conforme apresentado na Figura 2, utilizamos funcionalidades apresentadas na chamada Janela de Visualização: Controles Deslizantes e Caixas de Seleção. Já na Janela de Visualização 3D usamos as Listas.

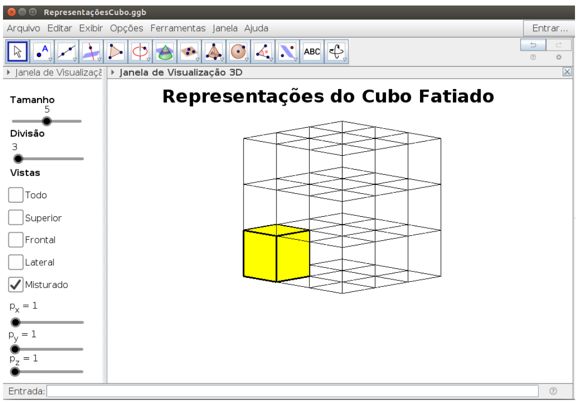

Figura 2 – Representações do cubo fatiado

4.1. Controle de Exibição

Definimos o comprimento das arestas do cubo (t) e o número de cortes necessários (n). Para isso, utilizamos o comando ControleDeslizante[<mínimo>,

<máximo>, <incremento>] no software para obtermos contadores. Assim, no campo de entrada, digitamos:

t = controledeslizante[0,10,0.1]
n = controledeslizante[1,50,1]

Agora, adicionamos as caixas de exibição de cada uma das vistas do Cubo: StTodo com legenda Todo, StFrontal com legenda Frontal, StLateral com legenda Lateral, StSuperior com legenda Superior e StMisturado com legenda Misturado. A programação de cada caixa será apresentada no item *Programação das Caixas de Seleção*. Como o cubo será dividido em n partes, para movimentar cada uma das representações condizente a vista do cubo selecionado, utilizamos a ferramenta controle deslizante para posicionar o cubo nas coordenadas x, y, z, sendo:

p_x = controledeslizante[1,n,1]
p_y = controledeslizante[1,n,1]
p_z = controledeslizante[1,n,1]

4.2. As partes internas do Cubo

Dentre as ferramentas disponíveis na Janela de Visualização 3D do software GeoGebra temos a opção cubo dado dois pontos. Durante o traçado com régua e compasso, após dividirmos comprimento de aresta t do cubo nos três eixos em n partes iguais, obtemos um cubo de tamanho de aresta t/n.

Dessa forma, para montar a estrutura do cubo de aresta t, utilizamos o comando sequência[<expressão>,<variável>,<valor inicial>,<valor final>] para obter uma lista e o comando transladar[<objeto>, <vetor>] para deslocar o objeto, no caso, o cubo (dado pelo comando cubo[<ponto>,<ponto>]), segundo uma trajetória no eixo (dado pelo comando vetor[<ponto inicial>,<ponto final>] e, como o ponto inicial do vetor é a origem, substituímos por vetor[<ponto>]).

Assim, conforme exibido na Figura 3, obteremos uma lista L_1 deslocando n vezes o cubo de aresta t/n pelo eixo x, dado o comando:

L_1 = sequência[transladar[Cubo[(0,0,0),(0,0,t/n)],i
vetor[(t/n,0,0)]],i,0,n-1]

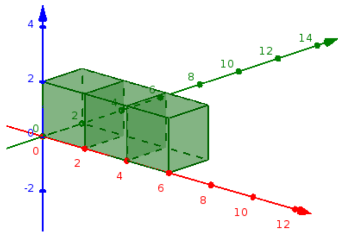

Figura 3 – Translação do cubo de aresta t/n pelo vetor vetor[(t/n,0,0)], n vezes

Feito isso, conforme exibido na Figura 4, obteremos uma lista L_2 deslocando n vezes a lista L_1 pelo eixo y, dado o comando:

L_2 = sequência[transladar[L_1,i vetor[(0,t/n,0)]],i,0,n-1]

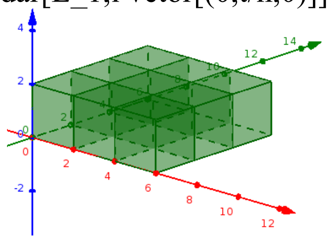

Figura 4 - Translação da lista L_1 pelo vetor vetor[(0,t/n,0)], n vezes

Finalmente, conforme exibido na Figura 5, obteremos uma lista L_3 deslocando n vezes a lista L_2 pelo eixo z, dado o comando:

L_3 = sequência[transladar[L_2,i vetor[(0,0,t/n)]],i,0,n-1]

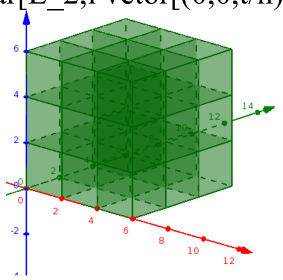

Figura 5 - Translação da lista L_3 pelo vetor vetor[(0,0,t/n)], n vezes

Na lista L_3 temos n³ cubos de aresta t/n e para exibi-los individualmente no GeoGebra, utilizamos o comando elemento[elemento[elemento[L_3, p_z], p_y], p_x]. Durante a aplicação, a lista L_3 ficará exibida segundo a vista selecionada e as listas L_1 e L_2 ficaram invisíveis por serem objetos auxiliares de da representação e não visíveis. Assim, conforme exibido na Figura 6, nas propriedades da lista L_3, utilizamos a cor preta, transparência 0, espessura da linha 1, e a condição de exibição é ¬StTodo

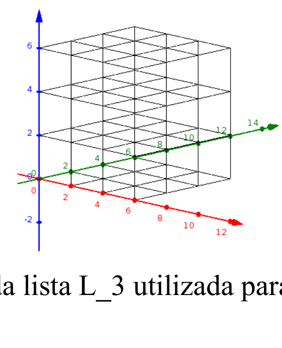

Figura 6 - Configuração da lista L_3 utilizada para posicionar o cubo de aresta t/n

4.3. As vistas do Cubo

Na vista Misturado exibimos cada cubo de comprimento de aresta t/n obtido com a lista L_3 conforme as posições p_x, p_y e p_z visualizado na Figura 7. E, para que a resposta seja uma lista de um elemento optamos pelo uso das "chaves". Assim, no campo de entrada digitamos:

L_{Misturado} = {elemento[elemento[elemento[L_3,p_z],p_y],p_x]}
L_{MisturadoLinha} = L_{Misturado}

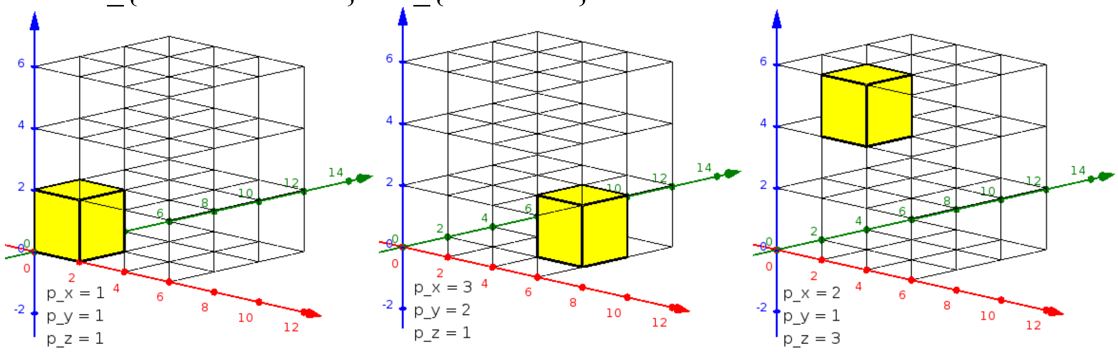

Figura 7 – Vista misturado

Nas próximas representações, exibiremos todas as partes do cubo do plano xOz variando y na vista Frontal (Figura 8), exibiremos todas as partes do cubo do plano yOz variando x na vista Lateral (Figura 9) e exibiremos todas as partes do cubo do plano xOy variando z na vista Superior (Figura 10).

Na vista Frontal, apenas o controle deslizante p_y é exibido. Assim, no campo de entrada digitamos:

L_{Frontal} = sequência[sequência[elemento[elemento[elemento[
L_3,i],p_y],j],i,1,n],j,1,n]
L_{FrontalLinha} = L_{Frontal}

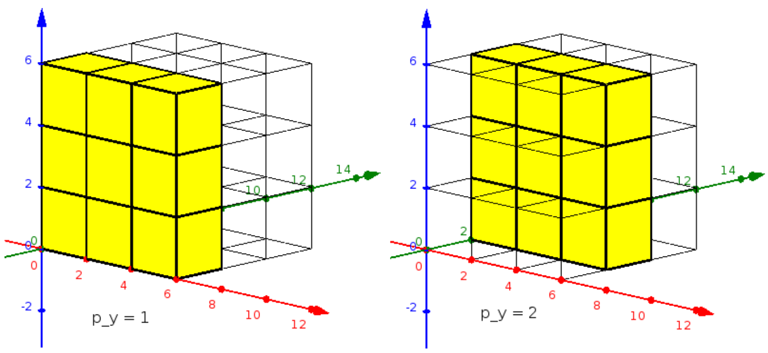

Figura 8 – Vista frontal

Na vista Lateral, apenas o controle deslizante p_x é exibido. Assim, no campo de entrada digitamos:

L_{Lateral} = sequência[sequência[elemento[elemento[elemento[
L_3,i],j],p_x],i,1,n],j,1,n]
L_{LateralLinha} = L_{Lateral}

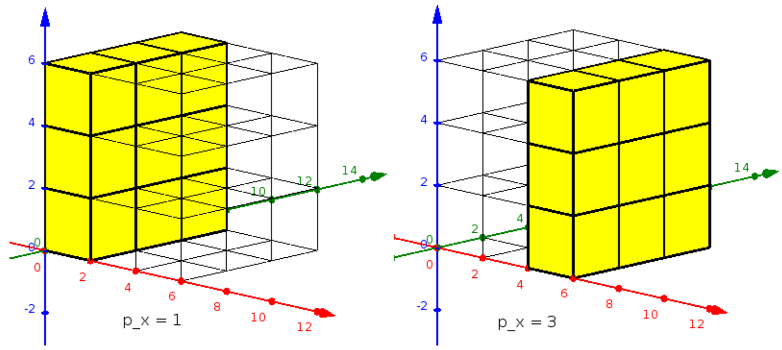

Figura 9 – Vista lateral

Na vista Superior, apenas o controle deslizante p_z é exibido. Assim, no campo de entrada digitamos:

L_{Superior} = sequência[sequência[elemento[elemento[elemento[
L_3,p_z],i],j],i,1,n],j,1,n]
L_{SuperiorLinha} = L_{Superior}

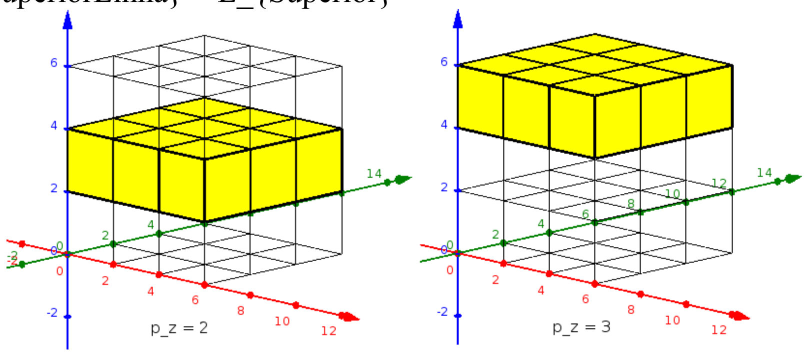

Figura 10 – Vista superior

Para vista Todo, apresentada na figura 11, exibimos todas as partes do cubo de L_3. Assim, no campo de entrada digitamos:

L_{Todo} = L_3
L_{TodoLinha} = L_{Todo}

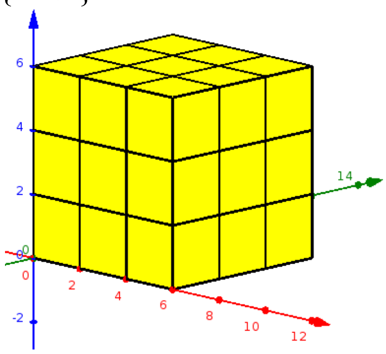

Figura 11 – Vista todo

Nas propriedades gerais de ambas as representações, utilizamos cor preto, transparência 0, espessura da linha 3 para as listas L_{MisturadoLinha}, L_{FrontalLinha}, L_{LateralLinha}, L_{SuperiorLinha} e L_{TodoLinha}. E, cor amarelo, transparência 100, espessura da linha 1 para as listas L_{Misturado}, L_{Frontal}, L_{Lateral}, L_{Superior}, L_{Todo}. Note que cada caixa de exibição é responsável por cada representação e, a condição de existência de p_x vale StMisturado ∨ StLateral, p_y vale StMisturado ∨ StFrontal e p_z vale StMisturado ∨ StSuperior.

4.4. Programação das Caixas de Seleção

Como as caixas de seleção são exibidas individualmente, apresentamos a programação que deve ser utilizada na aba *Ao Atualizar*.

```
StTodo
Se[(StTodo==false)∧(StSuperior==false)∧(StFrontal==false)∧(StLateral==false)∧(StMisturado==false),DefinirValor[StTodo,true]]
Se[StTodo==true,DefinirValor[StSuperior,false]]
Se[StTodo==true,DefinirValor[StFrontal,false]]
Se[StTodo==true,DefinirValor[StLateral,false]]
Se[StTodo==true,DefinirValor[StMisturado,false]]

StSuperior
Se[p_z<>1,DefinirValor[p_z,1]]
Se[(StTodo==false)∧(StSuperior==false)∧(StFrontal==false)∧(StLateral==false)∧(StMisturado==false),DefinirValor[StSuperior,true]]
Se[StSuperior==true,DefinirValor[StTodo,false]]
Se[StSuperior==true,DefinirValor[StFrontal,false]]
Se[StSuperior==true,DefinirValor[StLateral,false]]
Se[StSuperior==true,DefinirValor[StMisturado,false]]

StFrontal
Se[p_y<>1,DefinirValor[p_y,1]]
Se[(StTodo==false)∧(StSuperior==false)∧(StFrontal==false)∧(StLateral==false)∧(StMisturado==false),DefinirValor[StFrontal,true]]
Se[StFrontal==true,DefinirValor[StTodo,false]]
Se[StFrontal==true,DefinirValor[StSuperior,false]]
Se[StFrontal==true,DefinirValor[StLateral,false]]
Se[StFrontal==true,DefinirValor[StMisturado,false]]

StLateral
Se[p_x<>1,DefinirValor[p_x,1]]
Se[(StTodo==false)∧(StSuperior==false)∧(StFrontal==false)∧(StLateral==false)∧(StMisturado==false),DefinirValor[StLateral,true]]
Se[StLateral==true,DefinirValor[StTodo,false]]
Se[StLateral==true,DefinirValor[StSuperior,false]]
Se[StLateral==true,DefinirValor[StFrontal,false]]
Se[StLateral==true,DefinirValor[StMisturado,false]]

StMisturado
Se[p_x<>1,DefinirValor[p_x,1]]
Se[p_y<>1,DefinirValor[p_y,1]]
```

```
Se[p_z<>1,DefinirValor[p_z,1]]
Se[(StTodo==false)∧(StSuperior==false)∧(StFrontal==false)∧(StLateral==false)∧(StMisturado==false),DefinirValor[StMisturado,true]]
Se[StMisturado==true,DefinirValor[StTodo,false]]
Se[StMisturado==true,DefinirValor[StSuperior,false]]
Se[StMisturado==true,DefinirValor[StFrontal,false]]
Se[StMisturado==true,DefinirValor[StLateral,false]]
```

O applet da construção pode ser encontrado no link https://www.geogebra.org/m/c42dXQEA. A seguir, apresentamos as representações de outros sólidos geométricos fatiados utilizando o software GeoGebra.

5. Representações de outros sólidos geométricos fatiados

Quando fatiamos o cubo de aresta t, obtemos n³ cubos de aresta t/n e cada um desses cubos foi chamado de vista Misturado. E, a partir da vista L_3, construímos as demais vistas.

Porém, o software facilitou todo o processo de construção da vista L_3 pelo fato de existir uma ferramenta chamada cubo o que não ocorre para os outros sólidos quando fatiados.

Nesse caso, precisamos construir a vista L_3, e renomeá-la para L_{Estrutura}, montando as listas referentes às faces dos sólidos (base, topo, meio, lateral) que podem ser polígonos, semicírculos ou superfícies quaisquer. As representações de outros sólidos geométricos fatiados utilizando o software GeoGebra é exibido nas figura 12 e 13.

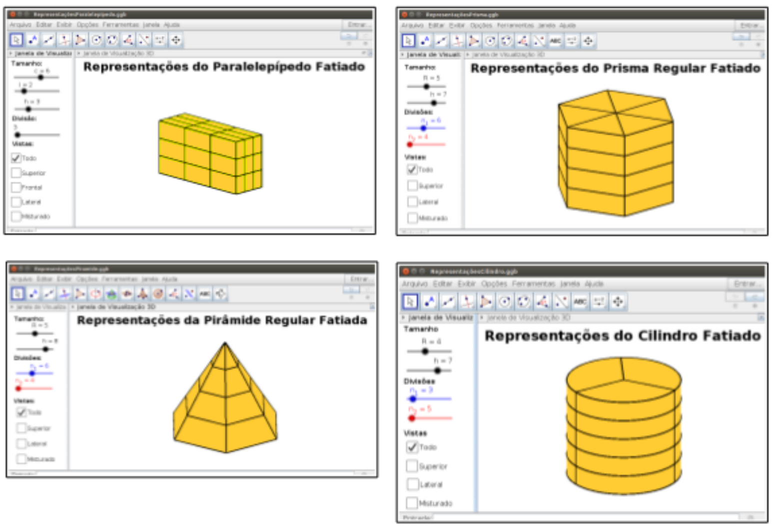

Figura 12 – Representações do paralelepípedo, prisma, pirâmide e cilindro fatiados

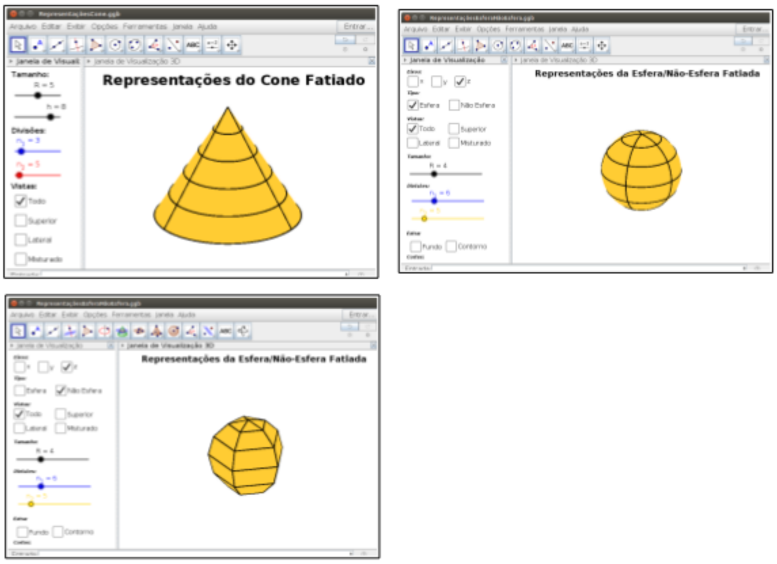

Figura 13 – Representações do cone, esfera e não-esfera fatiados

6. Conclusão

O uso dos computadores nas escolas, em especial por meio dos softwares de geometria dinâmica, de forma educativa e articulada, torna-se uma ferramenta potente para a Educação. Percebe-se que os alunos se sentem mais motivados por utilizar um recurso diferenciado e podem aprimorar seus conhecimentos matemáticos uma vez que a exploração das construções desenhadas nesses ambientes virtuais podem constituir estratégias poderosas para a aprendizagem da geometria, desde que inseridas em contextos específicos, entendidos como o conjunto de inter-relações que se estabelecem entre alunos, professores e software educativos (ALMEIDA; KALEFF, 2016).

De acordo com Almeida (2015), é papel do professor promover a interação entre os alunos, incentivando a rever, descrever o seu raciocínio e ao mesmo tempo, desenvolver o espírito explorador, criativo e independente por meio de práticas de princípios construtivistas ao explorar situações do dia a dia com o uso das novas tecnologias.

Dessa forma, o programa GeoGebra possibilita que as construções geométricas sejam feitas de maneira dinâmica e interativa, permitindo que as técnicas de construções geométricas sejam exploradas com mais riqueza de detalhes do que as representações das construções tradicionais.

No entanto, é fundamental que o professor esteja atualizado com as ferramentas do mundo tecnológico e virtual visto que os recursos dos programas de geometria dinâmica são uma inovação no ensino de geometria, e, o ambiente colaborativo propiciado por eles, transforma as aulas em ambientes prazerosos e ilustrativos, uma vez que a exploração, a manipulação e a consequente visualização realmente favorecem uma aprendizagem significativa (ALMEIDA; KALEFF, 2016).

Finalmente, vale ressaltar que o uso das representações concretas ou virtuais promove um melhor entendimento dos conteúdos geométricos e ajuda a fixar os conceitos estudados durante as aulas. Porém, se as representações dos sólidos forem construídas, tanto com régua e compasso ou por meio do uso do software, e, portanto, tais sólidos não sejam apenas utilizados como elementos prontos pelos próprios estudantes, o ganho no processo de ensino e aprendizagem é muito maior, além de tornar mais dinâmicas e mais prazerosas as aulas de geometria.

7. Referências

ALMEIDA, C. R. M. *Sólidos de Platão e seus duais: Construção com material concreto e representações por GeoGebra*. 2015. 236f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática/Profmat) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, 2015.

ALMEIDA, C.R.M.; KALEFF. A.M.M.R. Poliedros de Platão sob uma perspectiva de educação matemática usando recursos Didáticos Concretos e Virtuais. *Anais* do XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4995_2293_ID.pdf

BRASIL. *Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 3º e 4º ciclos*. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 3 mar. 2017

COSTA, J. L. . *Práticas de Ensino III: Construções Geométricas*. 1a Ed.. Ouro Preto: UFOP, 2012. 198p.

GRAVINA, M. A., BASSO, M. V. A., Mídias Digitais na Educação Matemática. In: GRAVINA, M. A., BÚRIGO, E. Z., BASSO, M.V.A., GARCIA, V.C.V. (org.) *Matemática, Mídias Digitais e Didática* - tripé para formação do professor de Matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/livros/livro2-matematica_midiasdigitais_didatica.pdf. Acesso em 08 mar 2017.

KALEFF, A. M. M. R. *Tópicos em Ensino de geometria: A Sala de Aula Frente ao Laboratório de Ensino e à Historia da geometria*. 1a Ed.. Rio de Janeiro: UFF/UAB/CEDERJ, 2008. 223p.

KALEFF, A. M. M. R. *Vendo e Entendendo Poliedros*. 2a ed. Niterói: EdUFF, 2003. 210p.

WAGNER, E.; *Construções Geométricas*. 2ª ed., Markgraph, Rio de Janeiro, 1998. 110p.