

Šime Šuljić

# *Funkcije*

Zadavanje funkcije i  
područje definicije

## Iz povijesti

---

- Dvojica Francuza, **Pierre de Fermat** i **Rene Descartes**, posebno su zadužila matematiku unijevši ideju koordinatne metode u geometriju
- Omogućili su pretvaranje krivulje u jednadžbu i time primjenu snažne algebre na geometrijske probleme

# Pierre de Fermat

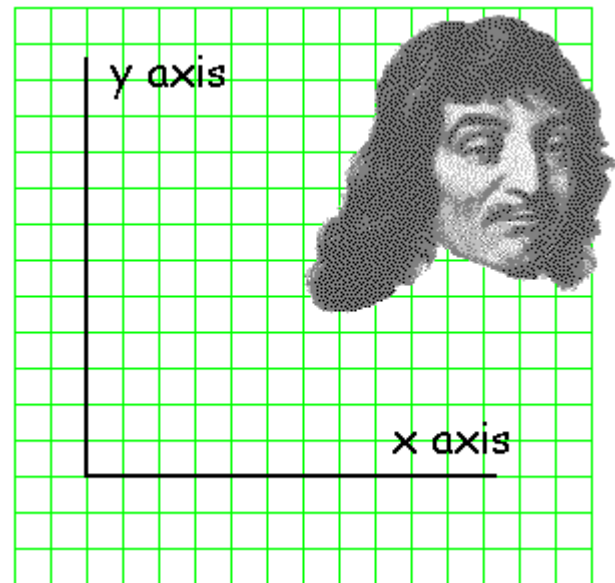


- Pravnik koji se bavio matematikom iz hobija
- Problemi maksimuma i minimuma, vjerojatnost, teorija brojeva (posljednji teorem dokazan 1993)
- 1629. piše djelo u kojem primjenjuje algebru i koordinatnu metodu za proučavanje geometrijskih krivulja
- Btw. Posljednji teorem dokazao je Andrew Wiles 1993.

# Rene Descartes

---

- 1596. – 1650.
- Prvi veliki moderni filozof, biolog, fizičar i matematičar
- Uveo pojam promjenljive veličine i koordinatnog sustava



# Uvod

---

- Znanstvenici se često bave istraživanjem odnosa jedne varijable o drugoj
- To može biti vrlo jednostavna veza. Primjerice zavisnost površine kruga o njegovom radijusu
- Ponekad veza može biti vrlo složena. Za koliko vremena će biti završen neki posao zavisi o broju radnika, ali i njihovoj motivaciji (i o još mnogim čimbenicima?)

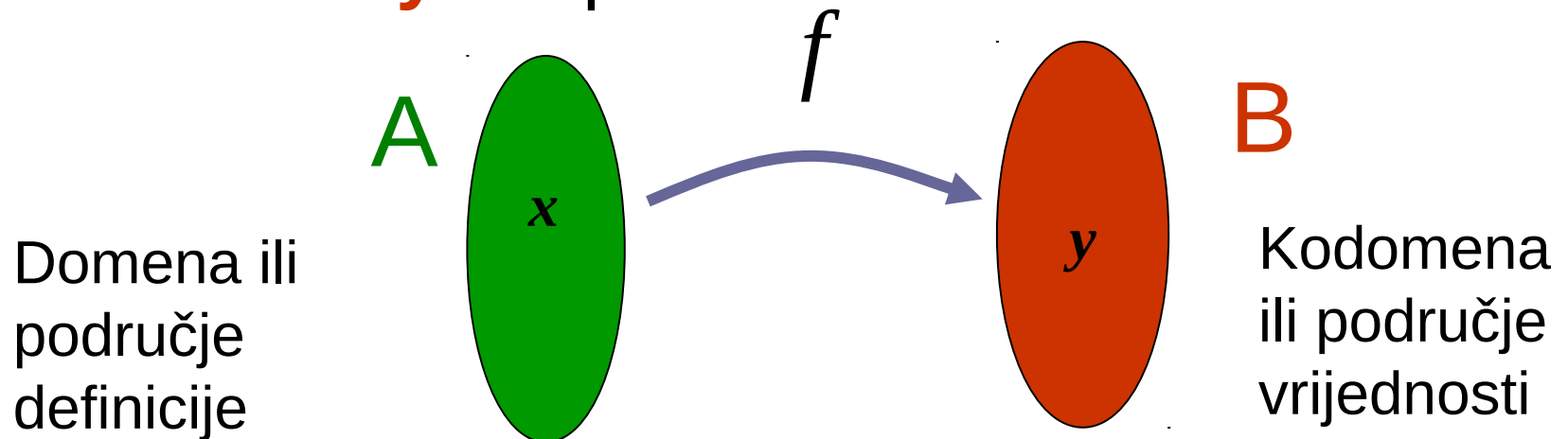
# Opis

---



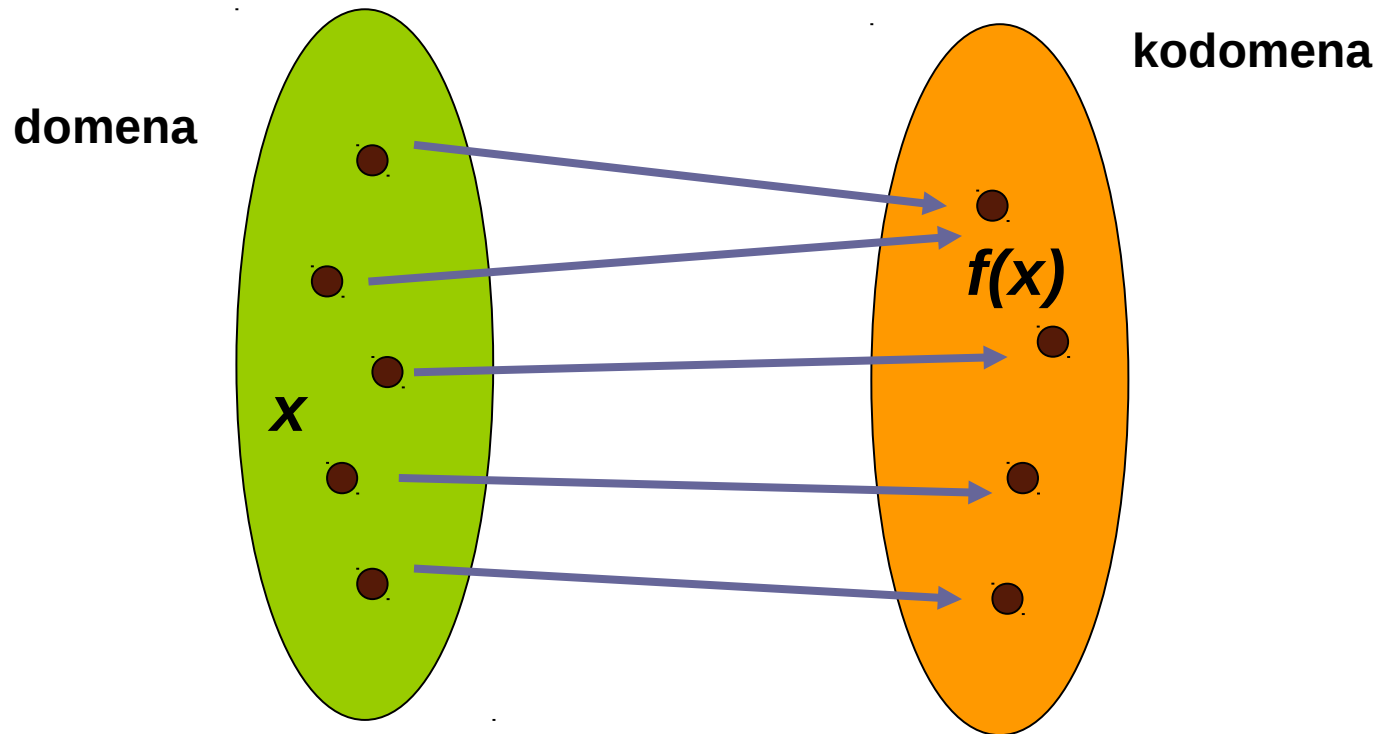
# Matematička definicija

- Funkcija ili preslikavanje sa skupa **A** u skup **B** je pravilo koje **svakom** elementu **x** skupa **A** pridružuje točno **jedan** element **y** skupa **B**



# Je li ovo funkcija?

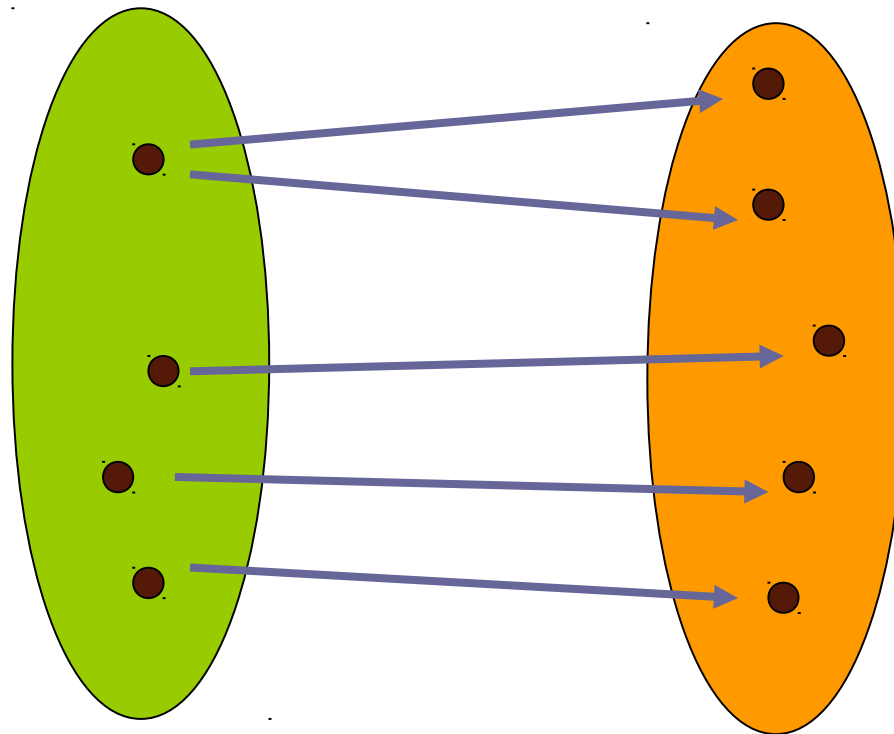
---





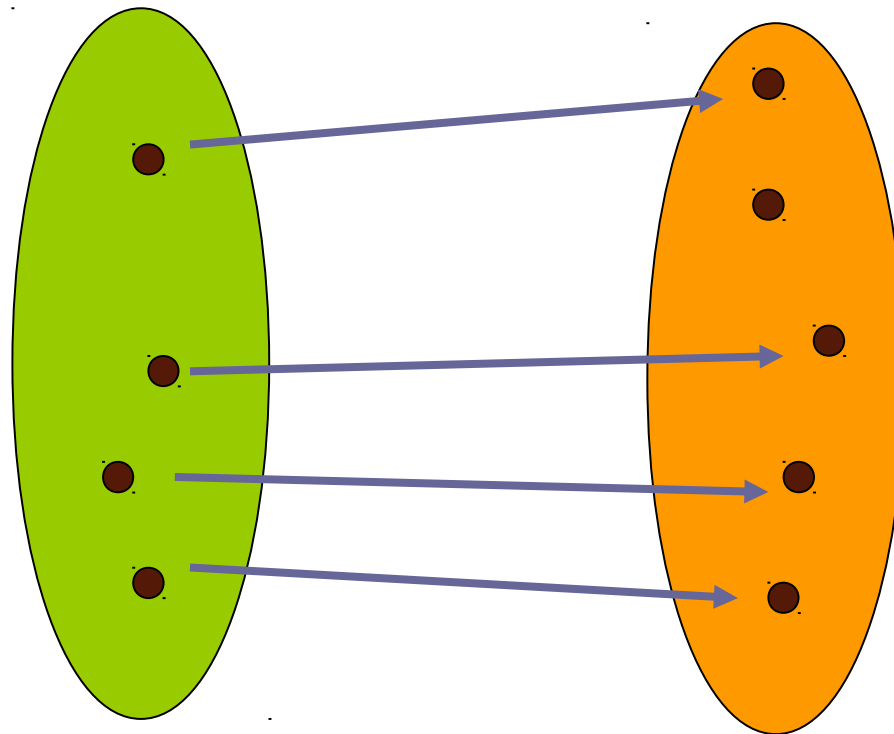
# Je li ovo funkcija?

---



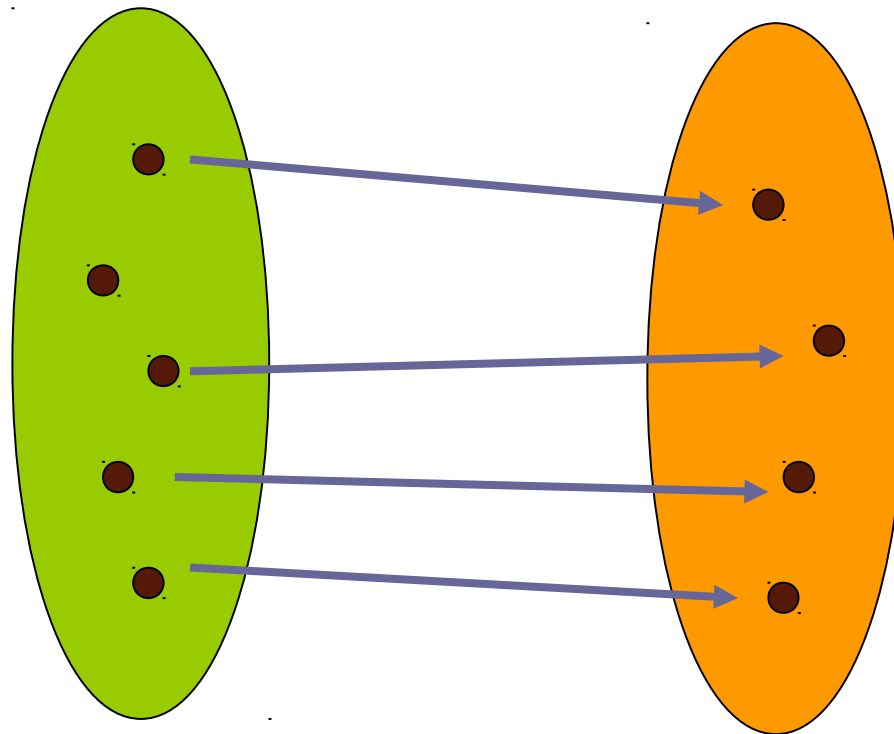
# Je li ovo funkcija?

---



# Je li ovo funkcija?

---



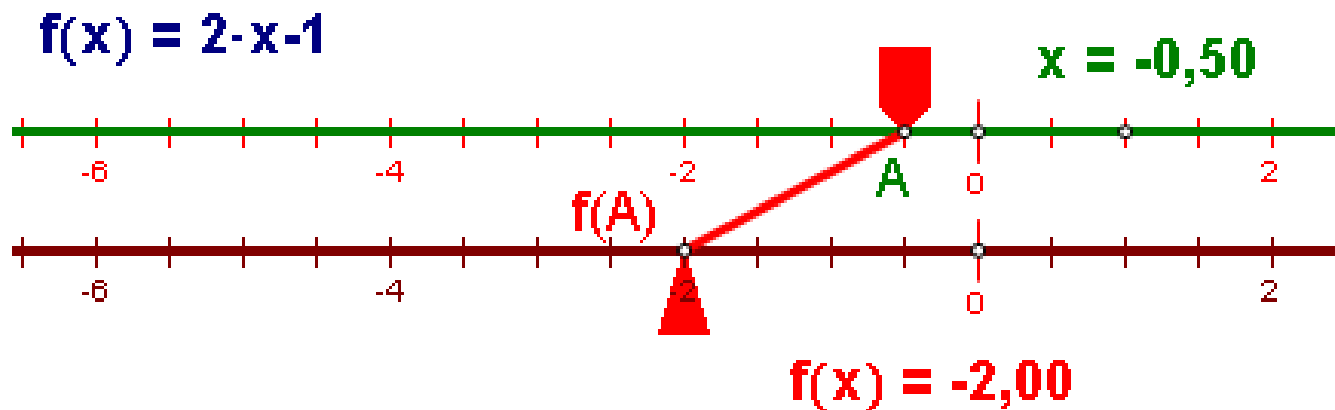
# Oznake

---

- $f: A \rightarrow B$
- $x$  iz  $A$  – argument ili nezavisna varijabla
- $y$  iz  $B$  – vrijednost funkcije, zavisna varijabla
- $y = f(x)$

# Realne funkcije

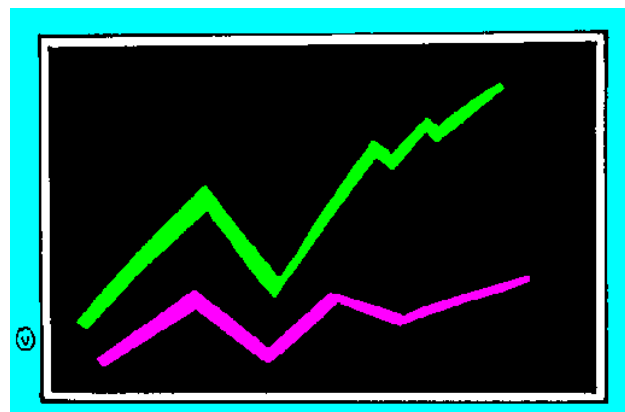
- Ako je domena funkcije neki podskup skupa realnih brojeva i ako su vrijednosti te funkcije realni brojevi, onda se ta funkcija zove realna funkcija



Slika je link

# Načini zadavanja funkcija

x	f(x)
-2	-3
0	-1
2	3
4	7
6	12



$$f(x) = \frac{\log_2 x}{\sqrt{x^3 - 1}}$$

# Tablično (numeričko) zadavanje funkcije

---

x	f(x)
-2	-3
0	-1
2	3
4	7
6	12

- Tablično zadavanje funkcije je jednostavan način prikaza domene u jednom, a vrijednosti funkcija u drugom stupcu ili retku
- Uspostavljena je jednoznačna veza između elemenata domene i kodomene:
  - $f(-2) = -3$
  - $f(0) = -1$
  - $f(2) = 3$  itd.
- Primjer: stare logaritamske tablice

# Tablično (numeričko) zadavanje funkcije

---

x	f(x)
2	-3
1	-2
0	-1
2	0
-1	-5

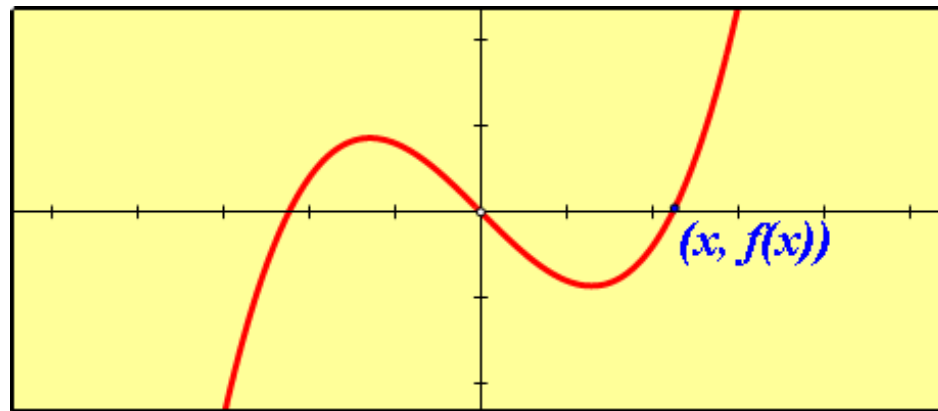
- Svaka tablica ne predstavlja funkciju
- Predstavlja li ova tablica funkciju?



# Grafičko zadavanje funkcije

---

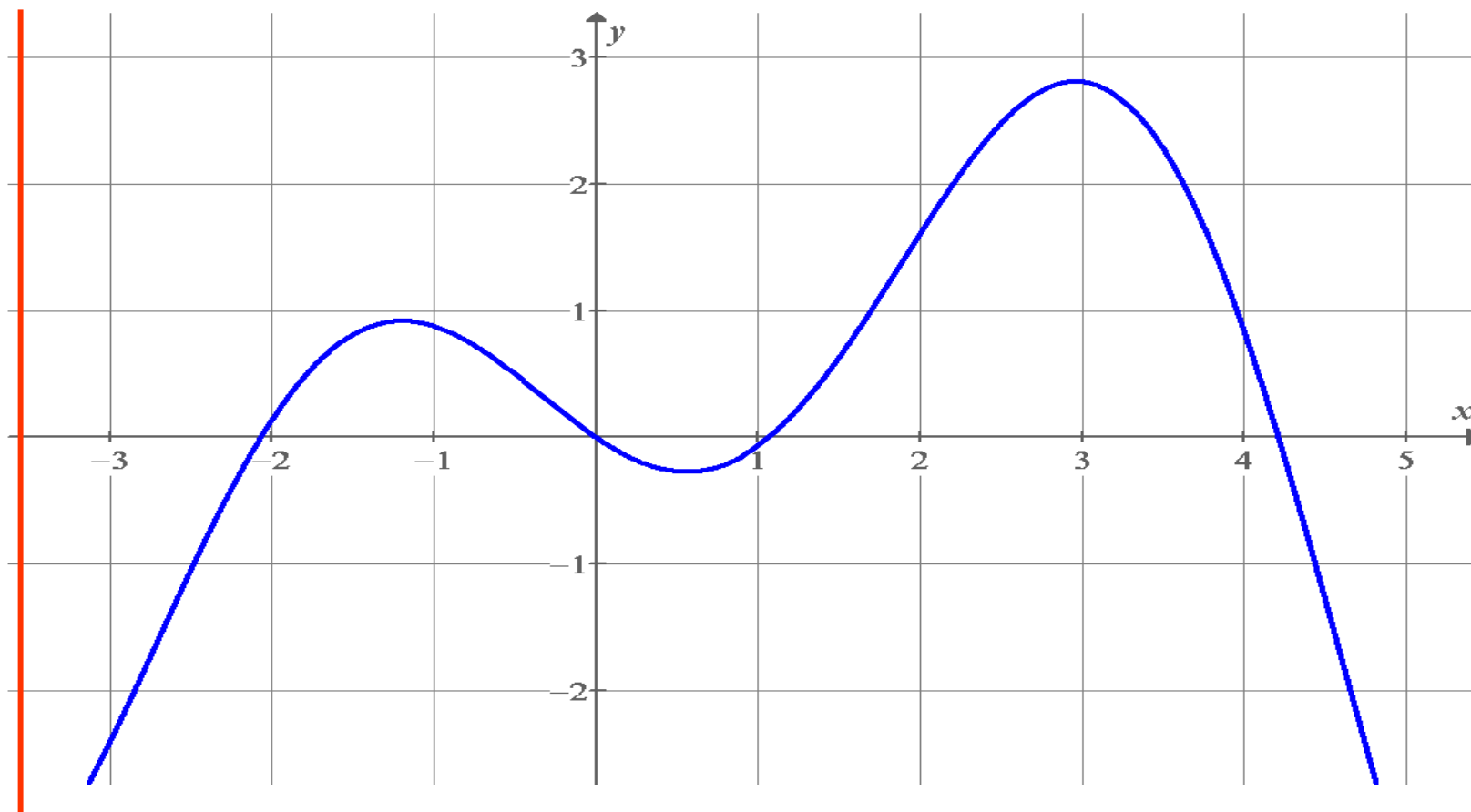
$$\Gamma_f = \{ (x, y) : x \in \mathbf{D}, y = f(x) \}$$



Slika je link

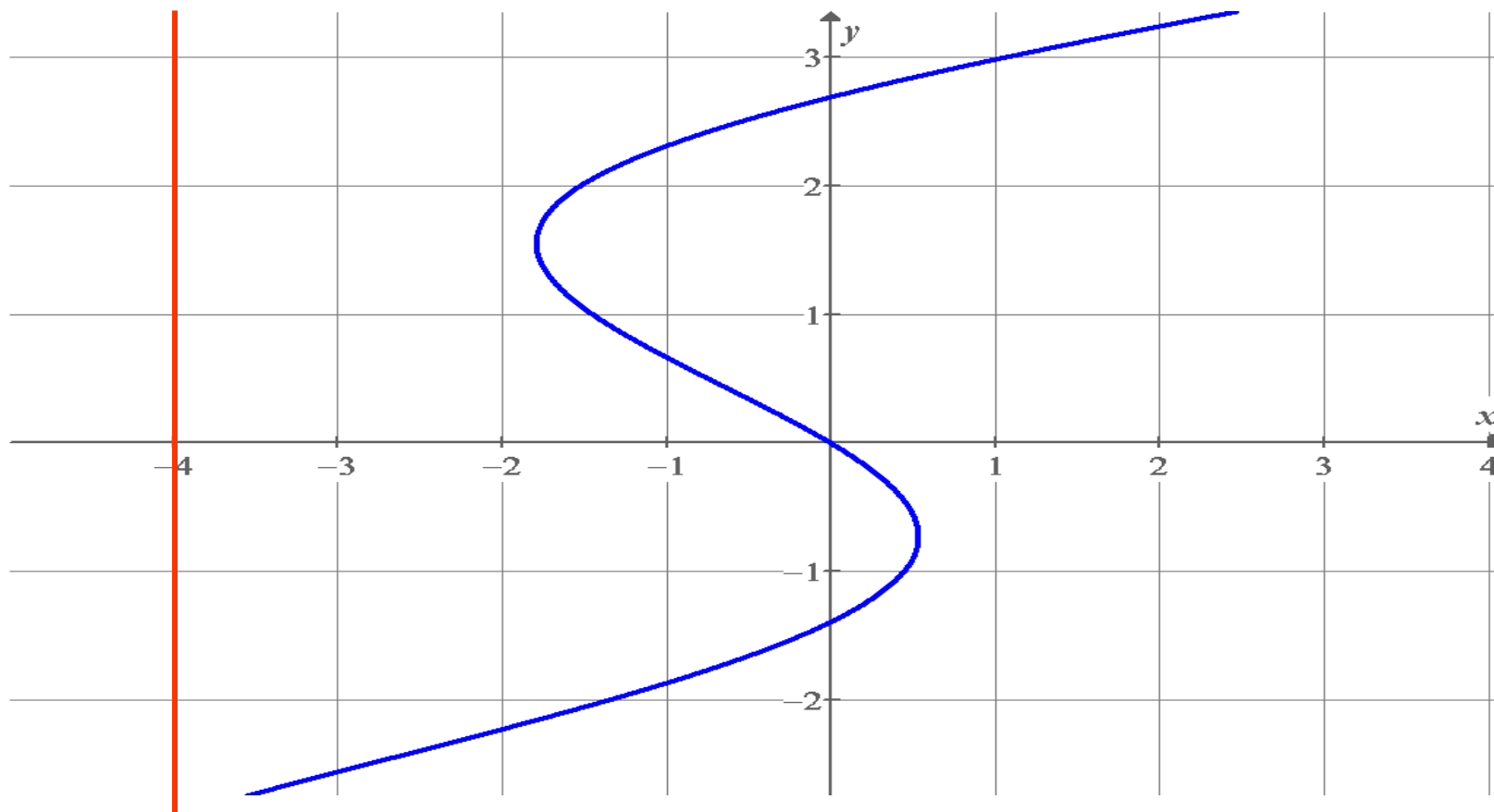
# Grafičko zadavanje funkcije: vertikalni test za funkcije

---



# Grafičko zadavanje funkcije: vertikalni test za funkcije

---



# Funkcije zadane opisom

---

- Pravilo pridruživanja je dano riječima, opisom
- Primjeri
  - $v(t)$  je brzina tijela u vremenu  $t$
  - $T(t)$  je temperatura tijela ovisna o vremenu  $t$
  - $V(a)$  je volumen kocke koji ovisi o njenom bridu  $a$
  - $E(v)$  je kinetička energija tijela koja ovisi o brzini
- Matematičari će radije pribjeći izražavanju opisa formulom, zar ne? 😊

# Analitičko zadavanje funkcija

---

$$f(x) = \frac{\log_2 x}{\sqrt{x^3 - 1}}$$

- Za funkciju zadanu formulom kažemo da je zadana analitički
- Formula predstavlja algebarske operacije koje svakom realnom broju  $x$  iz domene pridružuju realni broj  $f(x)$  kodomene.

# Analitičko zadavanje funkcija

---

- Pridružuju li algebarske operacije baš svakom realnom broju  $x$  jedinstveni realni broj  $f(x)$ ?
- Primjer  $f(x) = x + 3$
- Primjer  $f(x) = x^2$
- Primjer  $f(x) = \sin x$

# Analitičko zadavanje funkcija

## Prirodno područje definicije

---

- Što je s funkcijom  $f(x) = \sqrt{x}$ ?
- Ona jest funkcija, jer korijen nekog pozitivnog broja je jedinstven pozitivan broj
- Ali njezina domena nije cijeli skup  $\mathbb{R}$ , jer je korijen definiran samo za nenegativne realne brojeve
- Skup realnih brojeva za koje je pojedina funkcija definirana moguće je izračunati i naziva se **prirodna domena** funkcije.  
Oznaka  **$D(f)$**

# Analitičko zadavanje funkcija: Prirodno područje definicije

---

- Postoje tri elementa na koja moramo obraditi pažnju u algebarskim operacijama:
  1. Nazivnik razlomka mora biti različit od nule  
 $f(x) = x/(1-x^2)$
  2. Radikand korijena ne smije biti negativan  
 $f(x) = \text{sqrt}(1-x)$
  3. Argument logaritamske funkcije mora biti pozitivan  
 $f(x) = \log(1-x^2)$



## Izvori:

---

- Dakić, Elezović: Matematika 4, Element
- Šikić: Matematika 2, Profil
- Kavka i dr.: Matematika 1, Linea, Ljubljana
- Warberg: Precalculus, Prentice Hall, Englewood Cliffs
- Visual Calculus  
<http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/index.html>