

# **Integraal 1 Meetkunde Leerwerkboek (incl. online ICT)**

Plantyn



www.knooppunt.net

De site [www.knooppunt.net](http://www.knooppunt.net) geeft je toegang tot het digitale lesmateriaal bij dit boek. Activeer jouw licentie aan de hand van de onderstaande code. Tijdens de activatie accepteer je de gebruiksvoorwaarden. Zo krijg je voor de duur van de licentie toegang tot het digitale lesmateriaal.

Code

PT-NTEG-RZJ7-YA95-UU



Dit symbool in de marge duidt aan dat er specifiek digitaal lesmateriaal beschikbaar is op [www.knooppunt.net](http://www.knooppunt.net).



Plantyn  
Motstraat 32, 2800 Mechelen  
T 015 36 36 36  
F 015 36 36 37  
klantendienst@plantyn.com  
www.plantyn.com



*Dit boek werd gedrukt op papier van verantwoorde herkomst.*

Ontwerp en opmaak binnenwerk: Crius Group

Ontwerp en opmaak omslag: The Line

Omslagillustratie: Fotolia

Illustratieverantwoording: © aleksvf - Fotolia.com, © CUKMEN - Fotolia.com, © divers-photo89 - Fotolia.com, © elemental imaging - Fotolia.com, © Gabriele Giorgetti - Fotolia.com, © NBina - Fotolia.com, © rocter - Fotolia.com, © sinaappel - Fotolia.com

Alexey Kljatov, Corbis, Fotopedia/Johan Doe, iStockphoto, Stefaan Provijn, Wikipedia/Stefan Kühn onder GNU-licentie voor vrije documentatie, Wikipedia/TheSupermat

NUR 126

© Plantyn nv, Mechelen, België

Alle rechten voorbehouden. Behoudens de uitdrukkelijk bij wet bepaalde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, op welke wijze dan ook, zonder de uitdrukkelijke voorafgaande en schriftelijke toestemming van de uitgever. Uitgeverij Plantyn heeft alle redelijke inspanningen geleverd om de houders van intellectuele rechten op het materiaal dat in dit leermiddel wordt gebruikt, te identificeren, te contacteren en te honoreren. Mocht u ondanks de zorg die daaraan is besteed, van oordeel zijn toch rechten op dit materiaal te kunnen laten gelden, dan kunt u contact opnemen met uitgeverij Plantyn.

# Inhoud

## Deel I

### Vlakke figuren 5

Hoofdstuk 1.	Vlakke figuren	6
Hoofdstuk 2.	Rechten	20
Hoofdstuk 3.	Lijnstukken	39
Hoofdstuk 4.	Hoeken	57

## Deel II

### Spiegelingen 87

Hoofdstuk 1.	Spiegelingen	88
--------------	--------------	----

## Deel III

### Veelhoeken en cirkels 113

Hoofdstuk 1.	Driehoeken	114
Hoofdstuk 2.	Merkwaardige lijnen in een driehoek	136
Hoofdstuk 3.	Veelhoeken en cirkels	155
Hoofdstuk 4.	Omtrek en oppervlakte	190

## Deel IV

### Voorstellen van lichamen 213

Hoofdstuk 1.	Voorstellen van lichamen	214
--------------	--------------------------	-----





## DEEL I

# Vlakke figuren

Hoofdstuk 1.	Vlakke figuren	6
Hoofdstuk 2.	Rechten	20
Hoofdstuk 3.	Lijnstukken	39
Hoofdstuk 4.	Hoeken	57

# 1 Vlakke figuren

## OP VERKENNING!



Sneeuwvlokjes zijn een mooi voorbeeld van meetkunde in de natuur. De hierboven afgebeelde vlokjes werden gefotografeerd door een microscoop. Hoewel er wel eens wordt beweerd dat er geen twee dezelfde vlokjes bestaan, bewijzen de afbeeldingen toch dat sneeuwvlokjes heel wat gemeenschappelijke kenmerken hebben: ze zijn niet alleen allemaal zeshoekige figuren maar ze zijn ook convex en ze hebben even lange zijden en even grote hoeken.

Het zijn dus regelmatige zeshoeken.

## 1.1 Ruimte

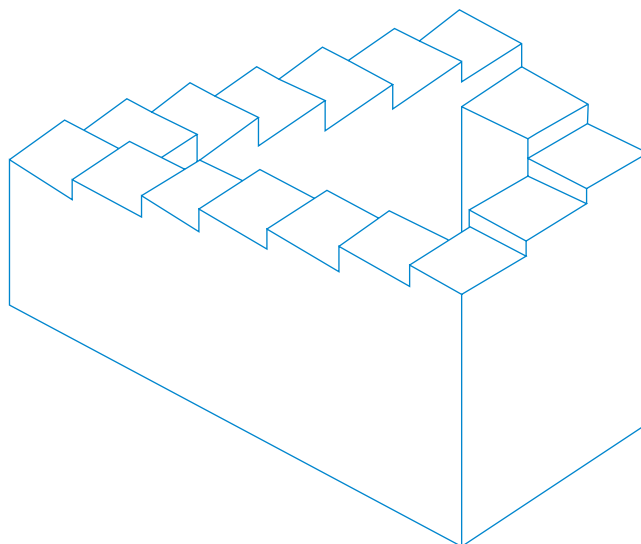
In je schooltas heb je ruimte om je boeken en schriften op te bergen.  
In je kamer heb je ruimte voor een bed, een kast en je eigen spulletjes.  
We hebben ruimte nodig om te bouwen: huizen, fabrieken, scholen, kantoren ...

Alle dingen waarvoor ruimte nodig is, noem je **ruimtefiguren** of **lichamen**.

Tekeningen zijn geen ruimtefiguren. Het zijn **vlakke figuren**.



Lichamen kun je dus proberen af te beelden in een **plat vlak** door een tekening, een foto, een film ... Dit is niet gemakkelijk en kan leiden tot **gezichtsbedrog**, wat je merkt bij de trap die nooit ophoudt te dalen.



## 1.2 In het vlak $\pi$

De kleinst mogelijke tekening die je kunt maken is een punt.

Op een blad kun je oneindig veel punten tekenen.

In de vlakke meetkunde werken we in een vlak, dat voorgesteld wordt door de **Griekse letter  $\pi$**  (pi).

In tegenstelling tot ons blad, is het **vlak  $\pi$**  onbegrensd; **het is een oneindige verzameling van punten.**

Je gebruikt de letter  $\pi$  om het volgende aan te duiden:

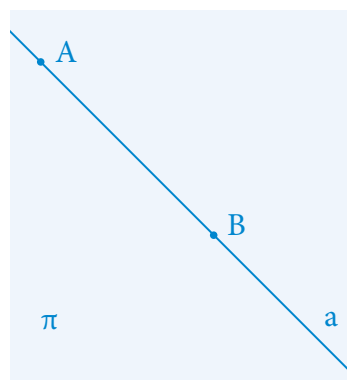
- het vlak  $\pi$
- het getal  $\pi = 3,1415 \dots$

- Punten worden aangeduid met hoofdletters: A, B, C, ...

Elk punt is **een element** van een vlak  $\pi$ .

**Notatie**  $A \in \pi$        $B \in \pi$        $C \in \pi$

**Je leest** het punt A is een element van het vlak  $\pi$ .



- Een rechte lijn door twee punten A en B noem je kort **een rechte**.

Een rechte is ook een oneindige verzameling van punten.

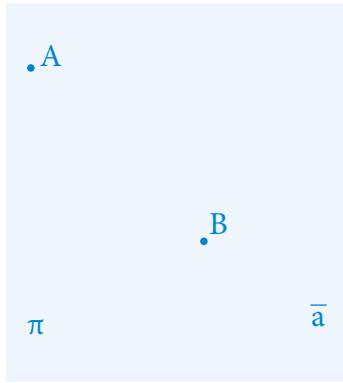
Je moet je voorstellen dat een rechte aan beide kanten onbegrensd verder loopt.

**Notatie**  $a = AB = BA$

Een rechte is een deelverzameling van het vlak  $\pi$ .

**Notatie**  $a \subset \pi$  of  $AB \subset \pi$

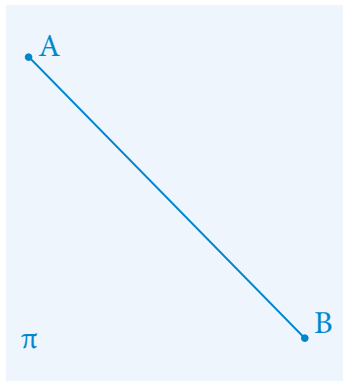




- Dit is geen rechte, want er is een grenspunt. Je noemt het **een halfrechte**.

**Notatie**  $[AB$  of  $\bar{a}$

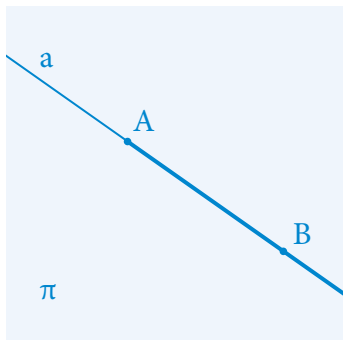
Deze halfrechte heeft A als **oorsprong**.



- Dit is geen rechte en geen halfrechte, want er zijn twee grenspunten. Het is **een lijnstuk**.

**Notatie**  $[AB]$

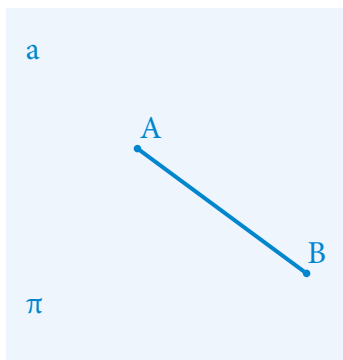
Dit lijnstuk heeft de punten A en B als **eindpunten**.



- De halfrechte  $[AB$  met oorsprong A ligt op de rechte a.

De rechte a noem je **de drager** van de halfrechte  $[AB$ .

Merk op dat  $[AB \subset a$   
en ook  $[AB \subset \pi$



- Het lijnstuk  $[AB]$  heeft als grenspunten (eindpunten) de punten A en B.

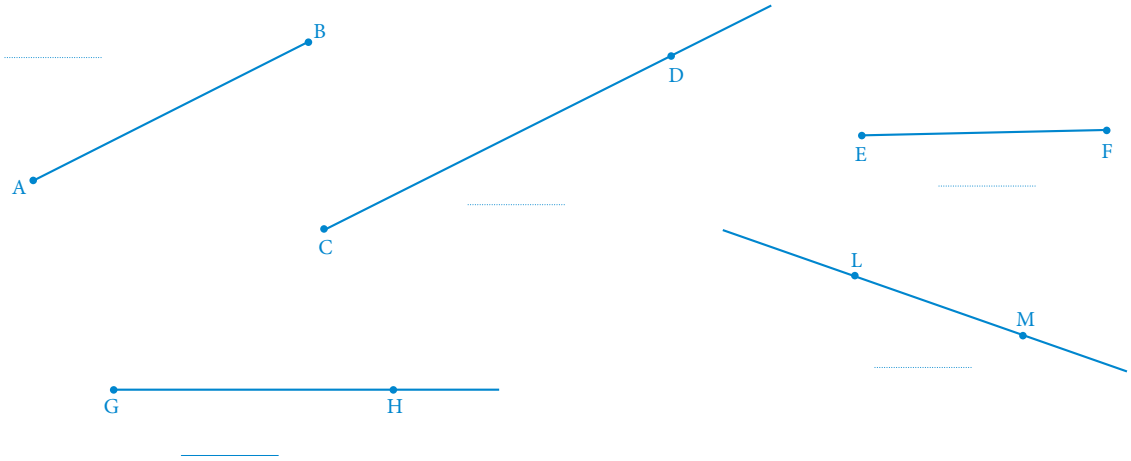
Het lijnstuk  $[AB]$  ligt op de rechte a.

a noem je de drager van het lijnstuk  $[AB]$ .

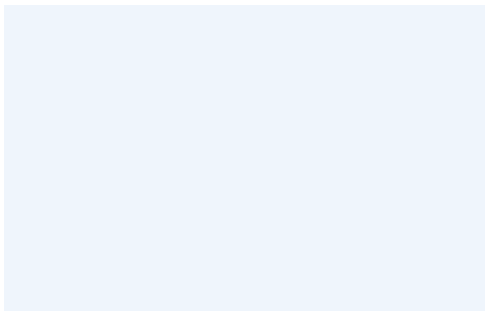
Merk op dat  $[AB] \subset a$   
en ook  $[AB] \subset \pi$

## Oefeningen

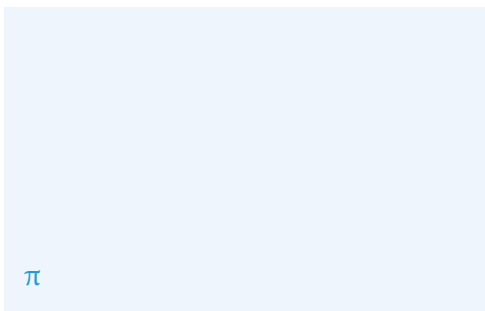
1 Noteer de naam van volgende rechten, halfrechten en lijnstukken.



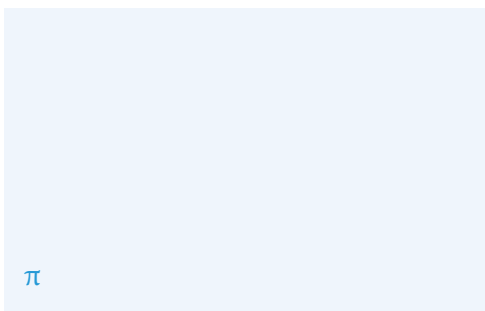
2 Maak volgende tekeningen in het vlak  $\pi$ .



Het vlak  $\pi$ .



De punten A, B, C, D en E liggen in het vlak  $\pi$ .



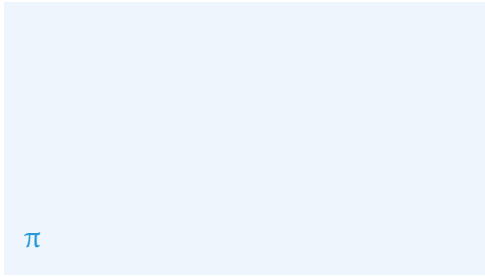
De rechte a en de punten F, G, K en L, zodat

$$F \in a \quad ; \quad G \in a$$

$$K \notin a \quad ; \quad L \notin a$$

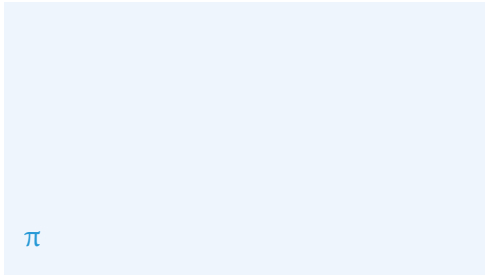
Noteer de rechte a op een andere manier:

.....



Het lijnstuk  $[AB]$ .

$\pi$



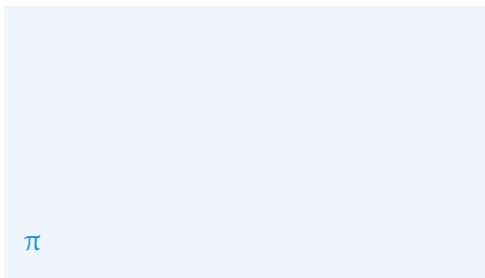
Het lijnstuk  $[CD]$  met drager  $b$ .

$\pi$



De halfrechte  $\bar{b}$  met oorsprong  $A$ .

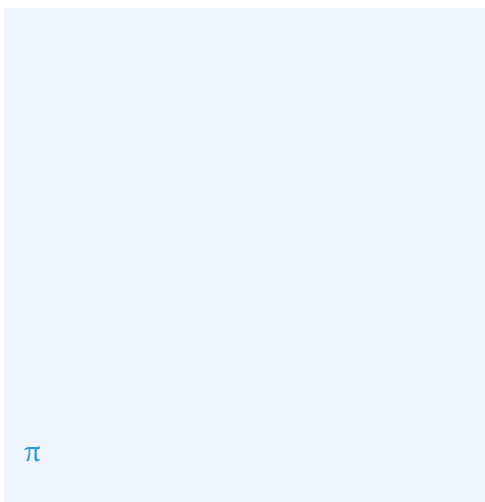
$\pi$



De halfrechte  $[CD]$  met drager  $b$ .

$\pi$

**3 Teken een willekeurig trapezium en noem de hoekpunten A, B, C en D.**



De zijden van een trapezium zijn lijnstukken.

Noteer ze:

.....

Teken de diagonalen en noteer ze:

.....

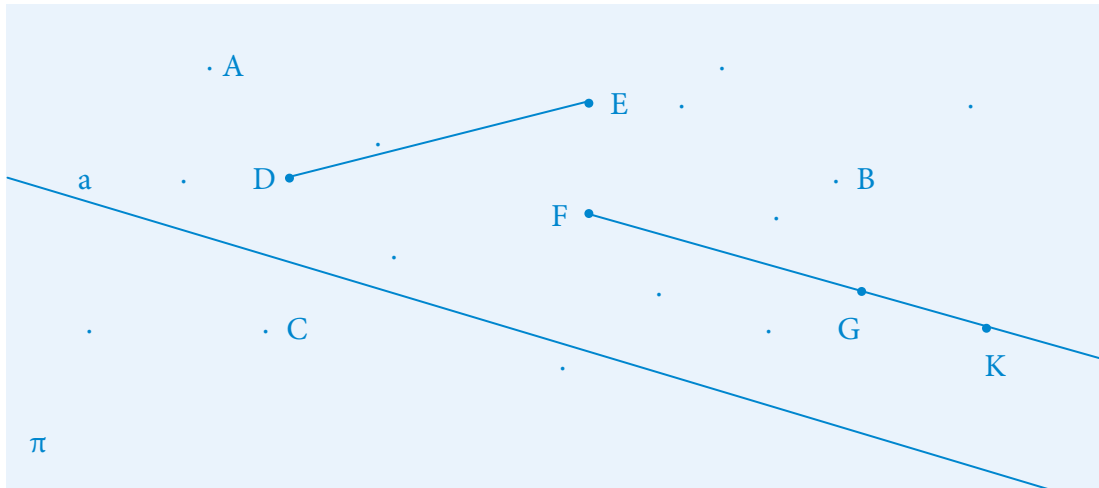
Teken de dragers van de diagonalen en noteer ze:

.....

$\pi$

### 1.3 Elementen en deelverzamelingen van $\pi$

Op de tekening zie je het vlak  $\pi$ , de punten A, B, C, D, E, F, G en K, de rechte a, de halfrechte  $[FG]$  en het lijnstuk  $[DE]$ .



Punten zijn elementen van  $\pi$ .

Rechten, halfrechten en lijnstukken zijn deelverzamelingen van  $\pi$ .

Het punt A ligt niet op het lijnstuk  $[DE]$ .

Het punt K ligt op de halfrechte  $[FG]$ .

Het lijnstuk  $[GK]$  ligt volledig op de halfrechte  $[FG]$ ; het is een deel van  $[FG]$ .

$[GK]$  is een deelverzameling van  $[FG]$ .

Het lijnstuk  $[DE]$  ligt niet op de rechte a.

$[DE]$  is geen deelverzameling van de rechte a.

$$A \in \pi, \quad B \in \pi \dots$$

$$a \subset \pi, \quad [FG] \subset \pi, \quad [DE] \subset \pi$$

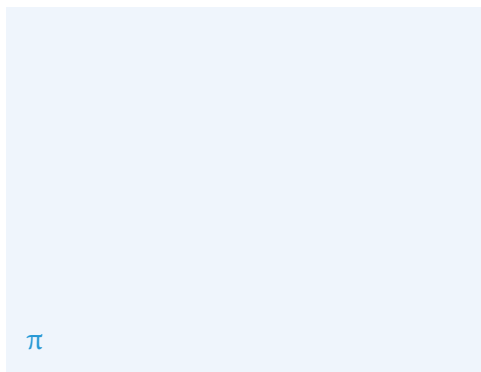
$$A \notin [DE]$$

$$K \in [FG]$$

$$[GK] \subset [FG]$$

$$[DE] \not\subset a$$

### Oefeningen



#### 4 Maak volgende tekening in het vlak $\pi$ .

De rechte a en  $[AB] \subset a$ .

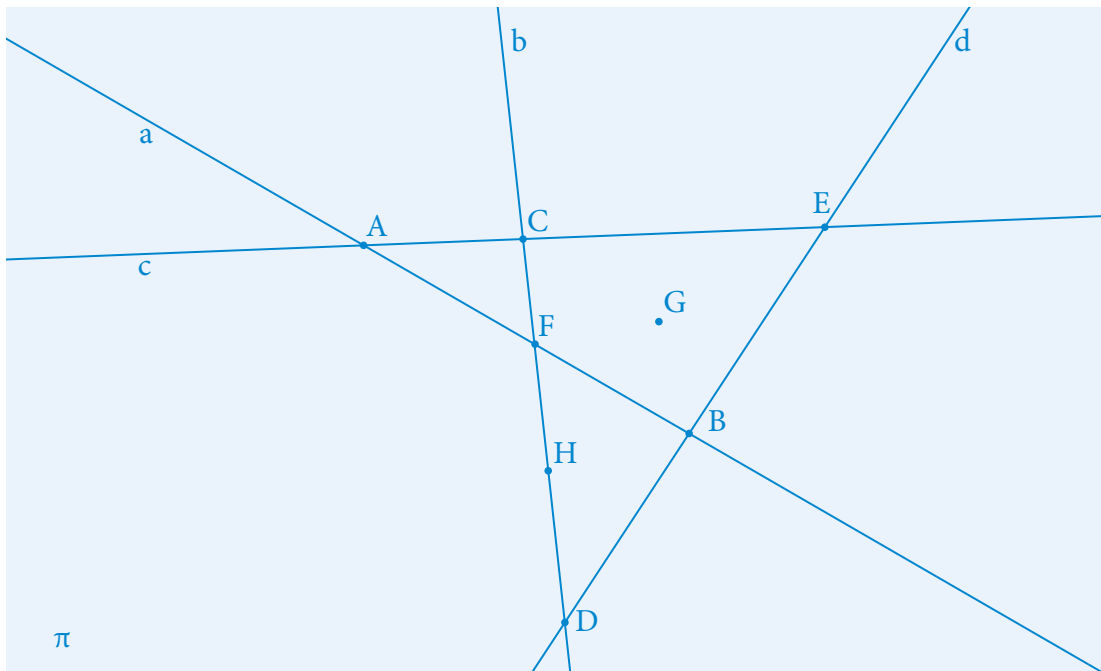
De rechte b met  $A \in b$  en

$[AB] \not\subset b$ .

De rechte c met  $[BD] \not\subset b$ ;  $D \in b$ ;

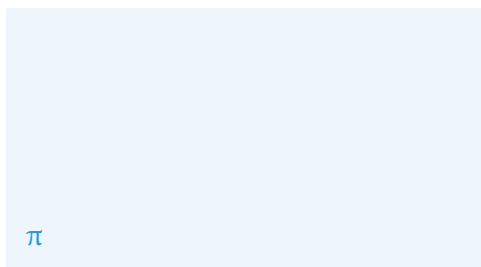
$D \in c$  en  $A \neq D$ .

5 Bekijk de figuur en vul in met  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$  of  $\not\subset$ .

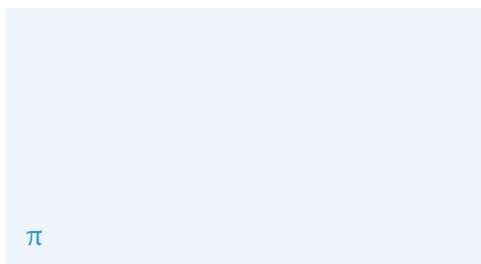


$G \dots \pi$	$H \dots [CF]$	$[AC] \dots d$	$[FA] \dots a$
$D \dots [BE]$	$c \dots \pi$	$[BF] \dots [FA]$	$A \dots BE$
$[EC] \dots b$	$B \dots [AF]$	$CD \dots \pi$	$[FC] \dots [HC]$
$[BE] \dots [BE]$	$[FA] \dots [AB]$	$G \dots [HF]$	$F \dots CH$

6 Drie of meer punten heten collineair als ze op één rechte liggen.  
 Drie of meer rechten heten concurrent als ze een gemeenschappelijk snijpunt hebben.  
 Maak volgende tekeningen in het vlak  $\pi$ .

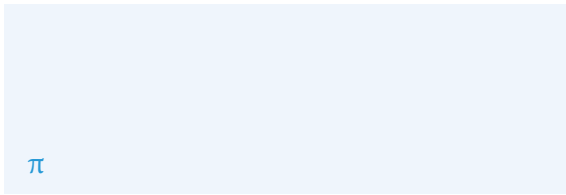


Vier collineaire punten A, B, C en D.



Vier concurrente rechten a, b, c en d.

**7** Maak volgende tekeningen in het vlak  $\pi$ .



Twee verschillende punten bepalen één rechte.

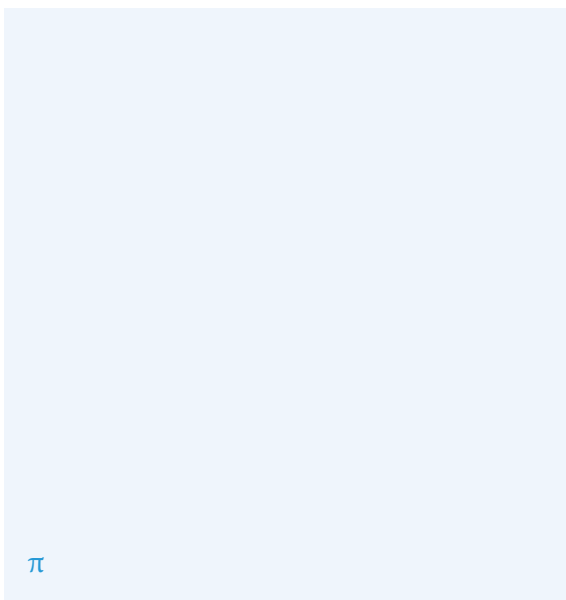


Drie niet-collineaire punten bepalen drie rechten.



Hoeveel rechten worden er bepaald door vier verschillende punten waarvan er geen drie collineair zijn?

.....  
.....  
.....



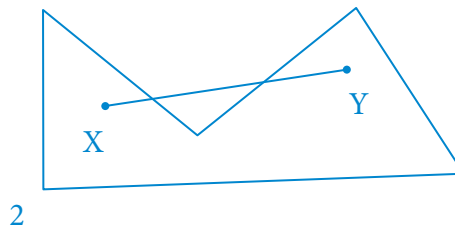
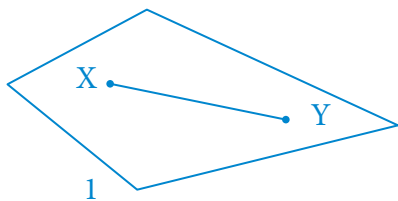
Hoeveel rechten worden er bepaald door vijf verschillende punten waarvan er geen drie collineair zijn?

.....  
.....  
.....

Tracht nu, aan de hand van deze voorbeelden, op te schrijven hoeveel rechten er worden bepaald door tien verschillende punten waarvan geen drie collineair zijn.

.....

## 1.4 Convexe en concave figuren



Neem je binnen de figuur 1 twee punten X en Y die je verbindt door een lijnstuk, dan ligt dat lijnstuk steeds binnen de figuur 1.

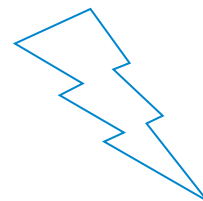
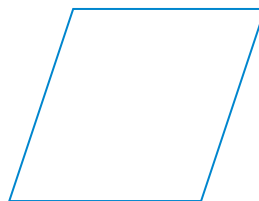
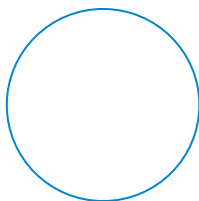
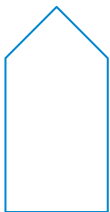
Zo'n figuur noem je **een convexe figuur**.

In figuur 2 kun je twee punten X en Y nemen zodat het lijnstuk  $[XY]$  gedeeltelijk buiten de figuur 2 valt.

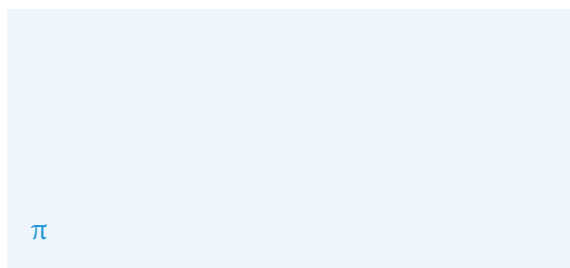
Dergelijke figuur noem je **een concave figuur**.

### Oefeningen

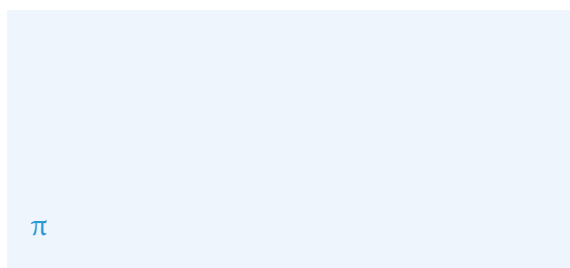
- 8** Zijn de volgende figuren convex of concaaf?  
Indien de figuur concaaf is: toon dit aan met een lijnstuk.



- 9** Maak volgende tekeningen in het vlak  $\pi$ .



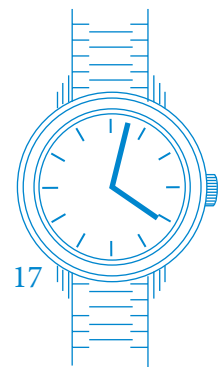
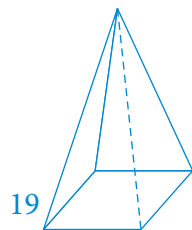
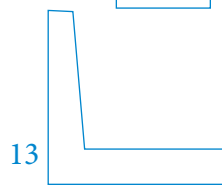
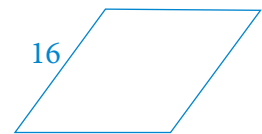
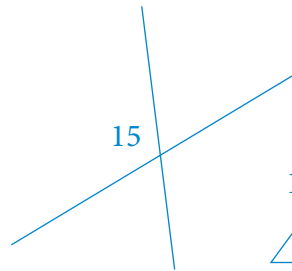
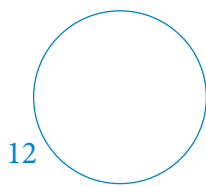
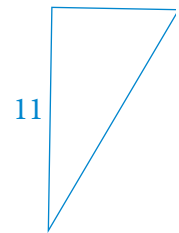
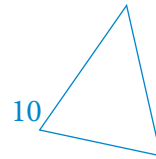
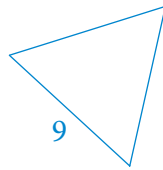
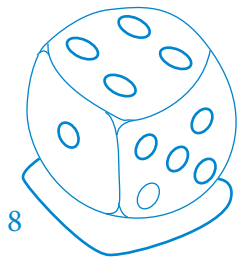
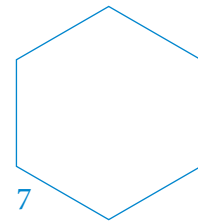
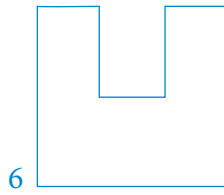
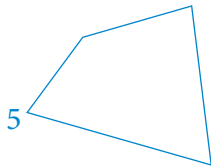
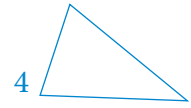
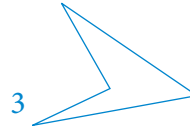
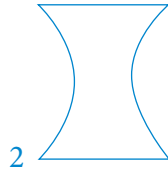
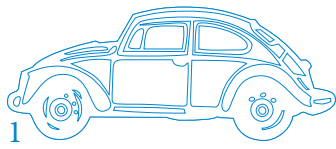
Een convexe vierhoek.



Een concave vijfhoek.

# 1.5 Vlakke figuren en lichamen

1



Uitsluitend te gebruiken door Sean Cant (2004-11-02) • S.S.B.O.G.O. Bakken

4



- Op de vorige bladzijde zijn er lichamen en vlakke figuren getekend.  
Een **ruimtefiguur** of **lichaam** is een figuur waarvoor ruimte nodig is en dus niet in één vlak ligt.  
Een **vlakke figuur** is een figuur die in één vlak ligt.
- Een lichaam dat uitsluitend begrensd is door veelhoeken noem je een **veelvlak**.  
Vlakke figuren kun je indelen in:
  - veelhoeken;
  - figuren die geen veelhoek zijn.
- Een **veelhoek** is een gesloten vlakke figuur die bestaat uit minstens drie verschillende lijnstukken.  
Een veelhoek wordt genoemd naar het **aantal hoekpunten** en **aantal zijden**.  
Je kunt veelhoeken indelen in driehoeken, vierhoeken, vijfhoeken, ...  
Je kunt veelhoeken ook indelen in:
  - convexe veelhoeken;
  - concave veelhoeken.
 Convexe veelhoeken kun je indelen in:
  - regelmatige veelhoeken;
  - onregelmatige veelhoeken.
 Een **regelmatige veelhoek** is een veelhoek waarvan alle zijden even lang zijn en alle hoeken even groot zijn.

## Oefeningen

### 10 Noteer alle nummers van lichamen of vlakke figuren.

- Tekeningen van lichamen zijn: .....
- De lichamen die veelvlakken zijn: .....
- Deze vlakke figuren zijn geen veelhoeken: .....
- Deze vlakke figuren zijn veelhoeken: .....
- Volgende veelhoeken zijn concaaf: .....
- Volgende veelhoeken zijn convex: .....
- Volgende veelhoeken zijn driehoeken: .....
- Volgende veelhoeken zijn vierhoeken: .....
- Volgende veelhoeken zijn zeshoeken: .....
- Volgende veelhoeken zijn achthoeken: .....
- De onregelmatige veelhoeken zijn: .....
- De regelmatige veelhoeken zijn: .....

11

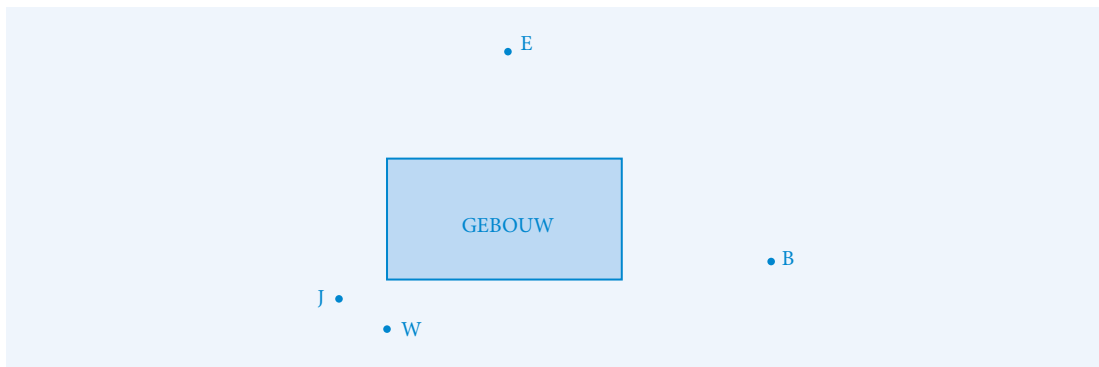


Bauke staat in het punt B bij een gebouw.

Kleur het gebied waarin alle punten liggen die ze niet kan zien.

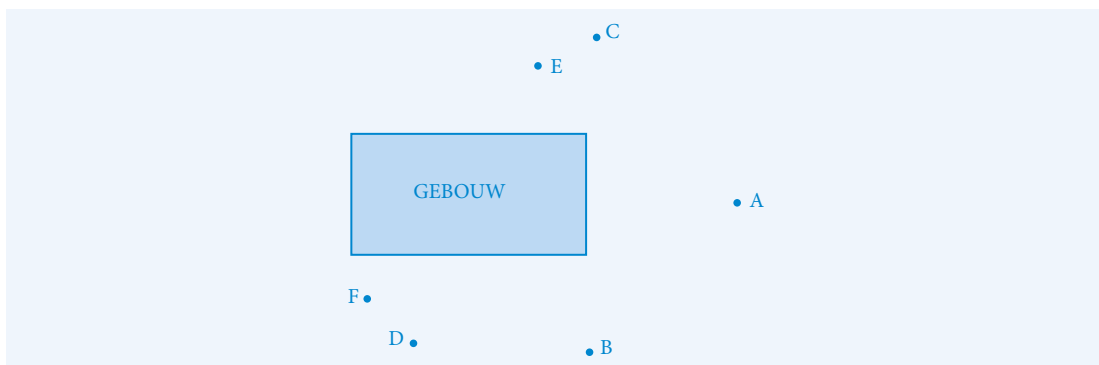
Welke personen kan Bauke zien? Enes (E), Julie (J) of Warre (W)?

Antwoord: .....

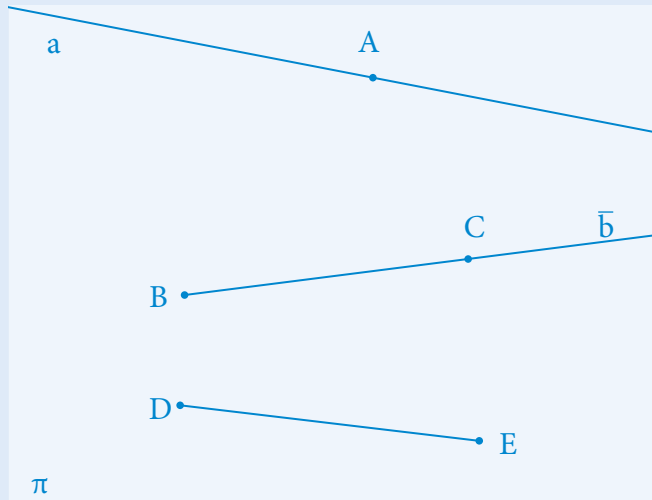


12 Welke personen (C, D, E of F) kunnen tegelijk gezien worden door A en door B?

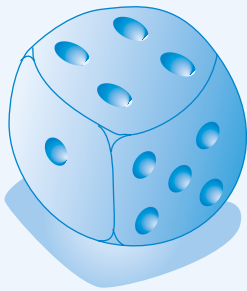
Antwoord: .....



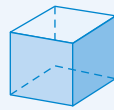
# SAMENVATTING



Je werkt in het vlak  $\pi$ .  
 $A$  is een punt.  
 $a$  is een rechte.  
 $a \subset \pi$  en  $A \in a$   
 $[BC$  of  $\bar{b}$  is een halfrechte.  
 $[DE]$  is een lijnstuk.



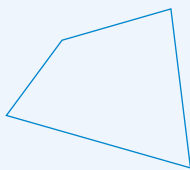
lichaam



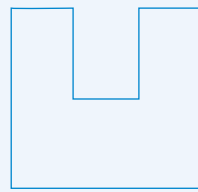
veelvlak



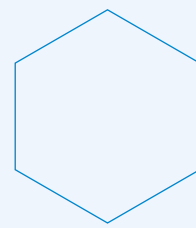
geen veelhoek



convexe veelhoek



concave veelhoek

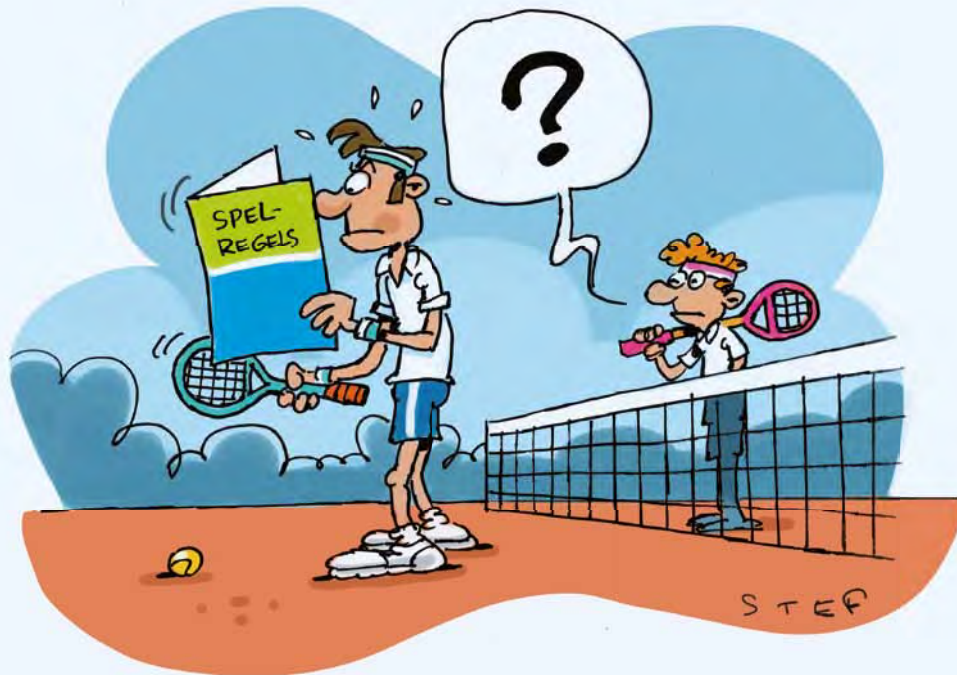


regelmatige veelhoek

## 2 Rechten



### OP VERKENNING!



#### Spelregels

Als je met je vrienden een spel speelt (sport, gezelschapsspel ...), ben je natuurlijk gebonden aan bepaalde spelregels.

Dat is ook zo voor de meetkunde.

In het eerste hoofdstuk maakte je al kennis met enkele regels en afspraken.

Zo heb je geleerd dat er bepaalde begrippen bestaan (een punt, een rechte, een vlak ...) en dat je met deze begrippen kunt werken.

- Het vlak  $\pi$  is een oneindige verzameling van punten.
- Een rechte is een deelverzameling van het vlak  $\pi$ .
- Door twee verschillende punten van  $\pi$  gaat juist één rechte.

In de volgende hoofdstukken zul je ontdekken dat er verbanden bestaan tussen deze begrippen.

Zo leer je dat twee rechten evenwijdig zijn als ze elkaar niet snijden.

De basis van onze meetkunde werd gelegd door Euclides van Alexandrië.



**Euclides** was een Grieks wiskundige, die rond het jaar 300 v. Chr. in de bibliotheek van Alexandrië werkte. Euclides wordt vaak “vader van de meetkunde” genoemd. Zijn “Elementen” is het meest succesvolle handboek en een van de invloedrijkste werken in de geschiedenis van de wiskunde.

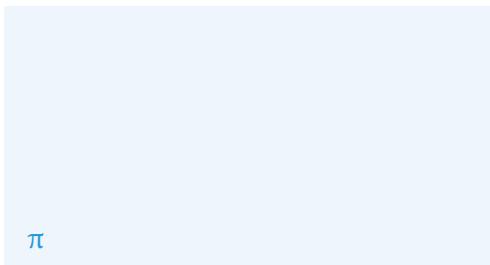
Euclides heeft in dit boek de grondslag van onze meetkunde gelegd met vijf **axioma's**.

Axioma's zijn stellingen (beweringen) die je niet kunt (moet) bewijzen, maar die je gewoon aanvaardt.

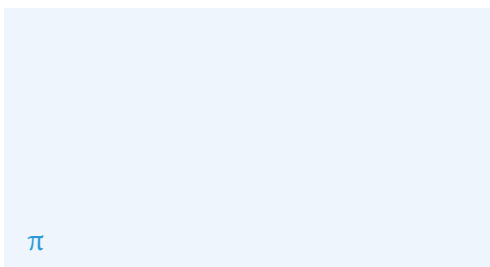
De meest bekende zijn de axioma's 1, 2 en 5.

## Oefening

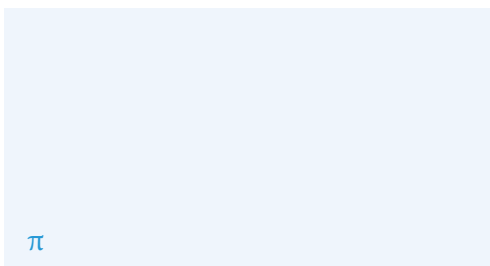
### 1 Illustreer de axioma's 1, 2 en 5 van Euclides met een tekening.



1. Twee punten kunnen verbonden worden door een rechte lijn.

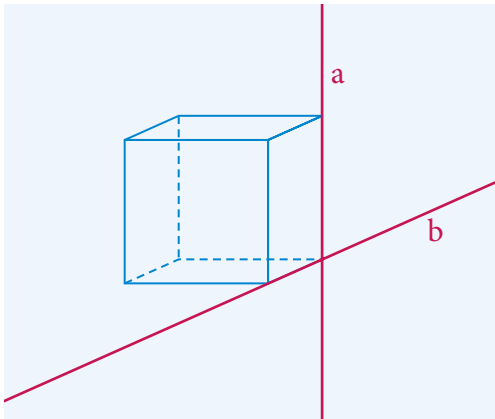


2. Elke rechte lijn kan eindeloos als rechte lijn uitgebreid worden.

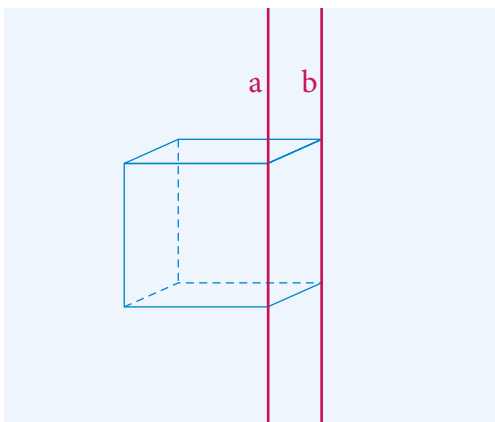


5. Door een punt buiten een rechte lijn gaat precies één rechte lijn die de eerste niet snijdt.

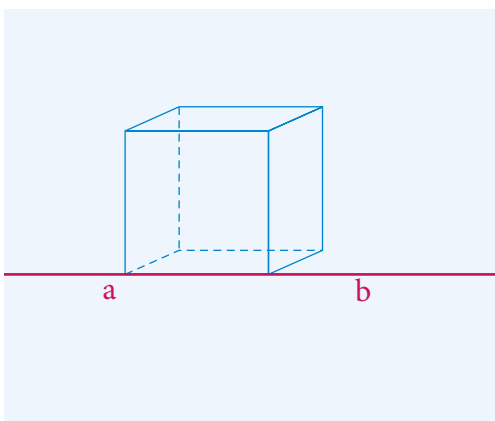
## 2.1 Rechten



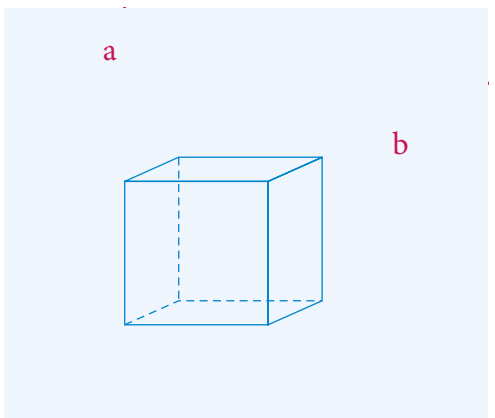
De rechten a en b liggen in één vlak.  
Ze hebben precies één gemeenschappelijk punt.  
Het zijn **snijdende rechten**.



De rechten a en b liggen in één vlak.  
Ze hebben geen enkel gemeenschappelijk punt.  
Het zijn **strikt evenwijdige rechten**.



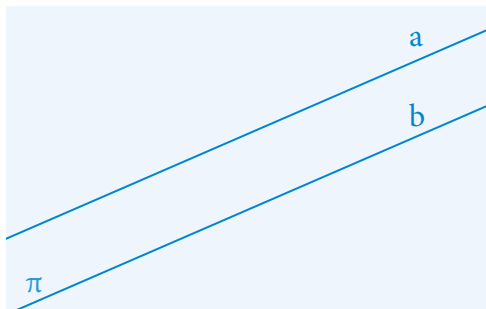
De rechten a en b liggen in één vlak.  
Al hun punten zijn gemeenschappelijk.  
Het zijn **samenvallende rechten**.  
Ook samenvallende rechten noem je evenwijdige rechten.



De rechten a en b liggen **niet** in één vlak.  
Ze hebben geen enkel gemeenschappelijk punt.  
Het zijn **kruisende rechten**.

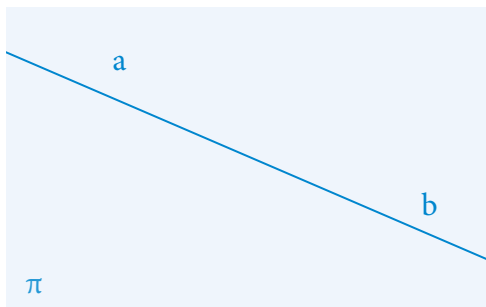
## 2.2 Evenwijdige rechten

In de volgende gevallen spreek je over evenwijdige rechten.



a is evenwijdig met b.  
a en b hebben geen snijpunt.

**Notatie**  $a // b$



a en b vallen samen.  
Je noemt ze ook evenwijdig.

**Notatie**  $a = b$



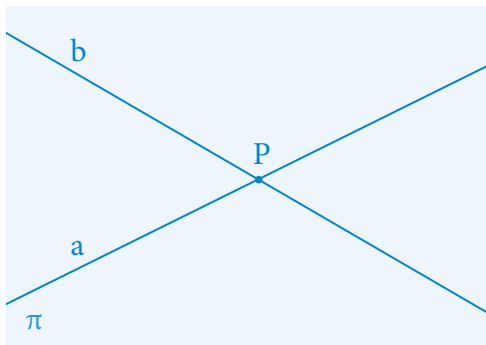
Evenwijdige lijnen kom je overal tegen.

De bekendste, maar tegelijkertijd ook de meest raadselachtige, vind je in Zuid-Peru. Kilometers ver zijn er in het landschap enorme tekeningen gemaakt van allerlei dieren en zeer veel lijnen in allerlei richtingen.

Deze tekeningen werden gemaakt door de Nazca-indianen, meer dan 1500 jaar geleden.

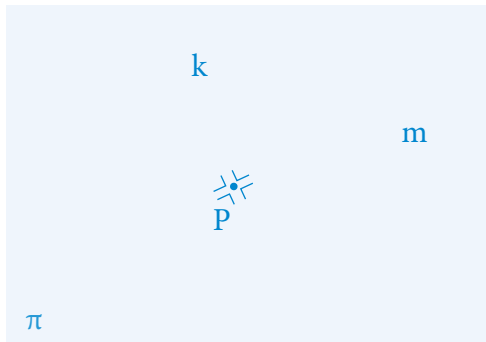
Sommige lijnen zijn zeer recht getekend, maar niemand weet waarom ze er staan.

## 2.3 Snijdende rechten en loodlijnen



a en b zijn niet evenwijdig.  
 Het zijn snijdende rechten.  
 P is het snijpunt.

**Notatie**  $a \times b$   
 Je zegt a snijdt b.



De snijdende rechten k en m vormen in  
 het snijpunt P vier rechte hoeken.

**Notatie**  $k \perp m$   
 Je zegt k staat loodrecht op m  
 of m staat loodrecht op k.

Een rechte hoek duid je aan met het  
 merkteken  $\perp$ .



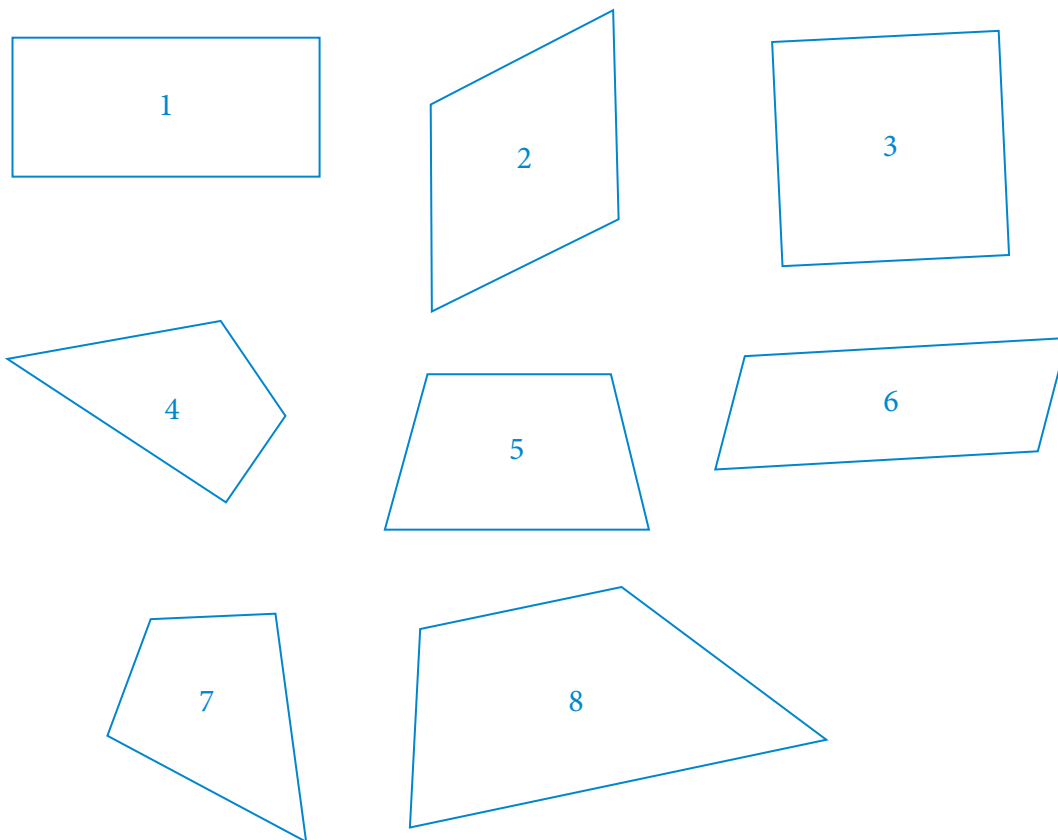


## Oefeningen

- 2** Sommige van deze vierhoeken hebben evenwijdige zijden of zijden die loodrecht op elkaar staan.

Duid de loodrechte stand aan met het merkteken  $\perp$ .

Markeer de evenwijdige zijden in dezelfde kleur.



- 3** Vul in met //,  $\perp$  of  $\nparallel$ .

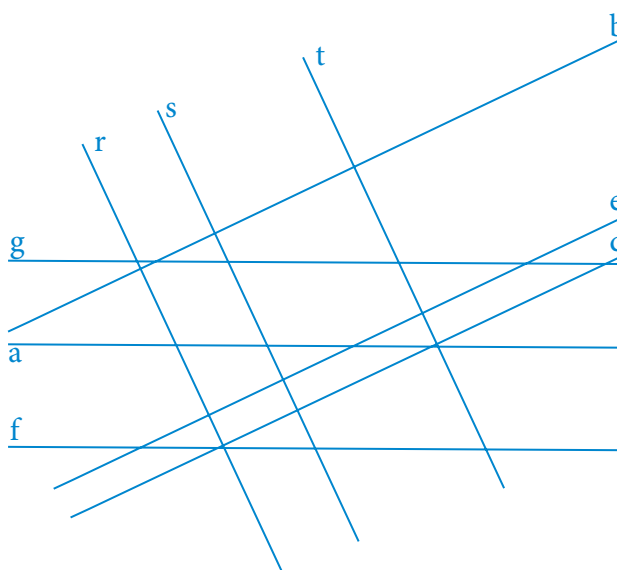
b .....	d	g .....	f
r .....	t	f .....	e
a .....	s	t .....	d
s .....	e	t .....	s

Welke rechten zijn evenwijdig met b?

.....

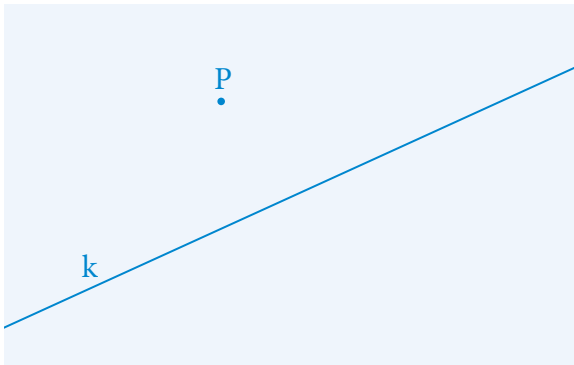
Welke rechten zijn strikt evenwijdig met a?

.....

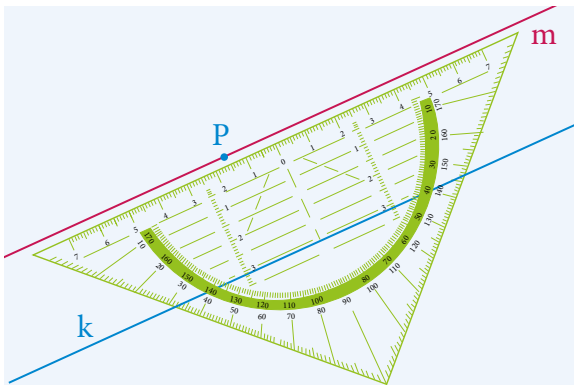


## 2.4 Evenwijdige rechten tekenen met een geodriehoek

**Opdracht** Teken de rechte  $m$ , door het punt  $P$  en evenwijdig met de rechte  $k$ .



De rechte  $k$  en het punt  $P$ .



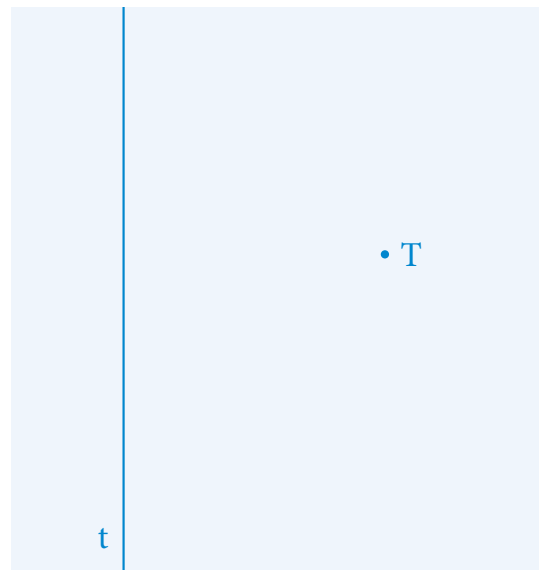
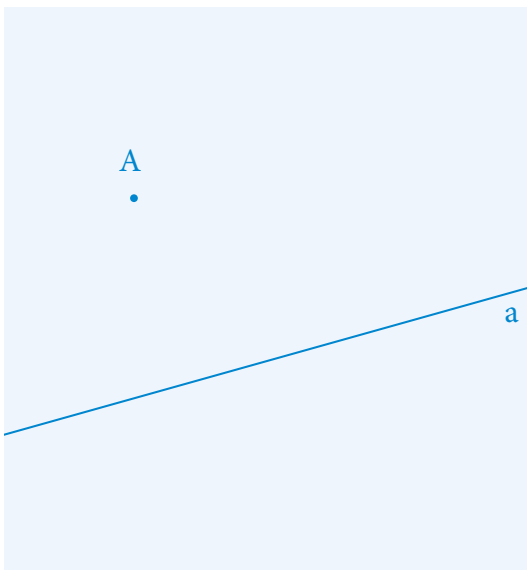
Leg je geodriehoek zoals op de figuur.

De evenwijdige lijnen op de geodriehoek moeten evenwijdig zijn met  $k$ .

Teken  $m$  door  $P$ .

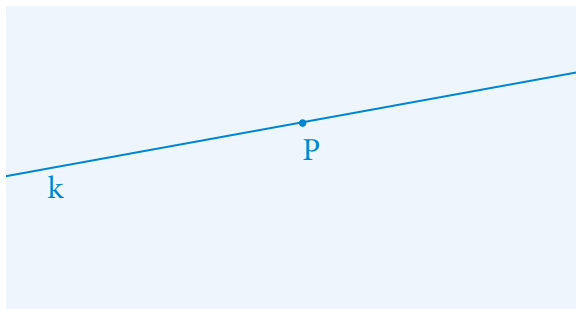
### Oefening

- 4 Teken door  $A$  de evenwijdige met de rechte  $a$  en door  $T$  de evenwijdige met de rechte  $t$ . Maak gebruik van je geodriehoek.

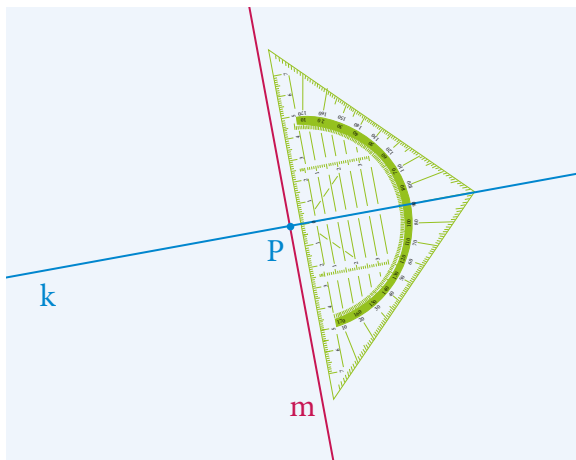


## 2.5 Een loodlijn tekenen met een geodriehoek

**Opdracht** Teken de rechte  $m$  door het punt  $P$  en loodrecht op de rechte  $k$ .



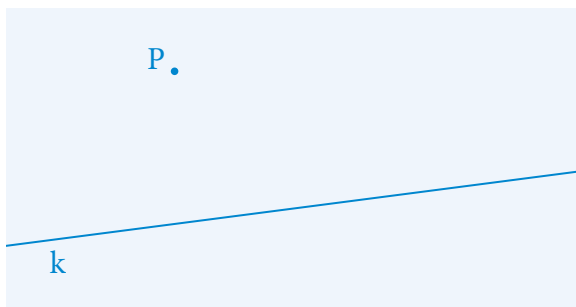
Het punt  $P$  ligt op de rechte  $k$ .



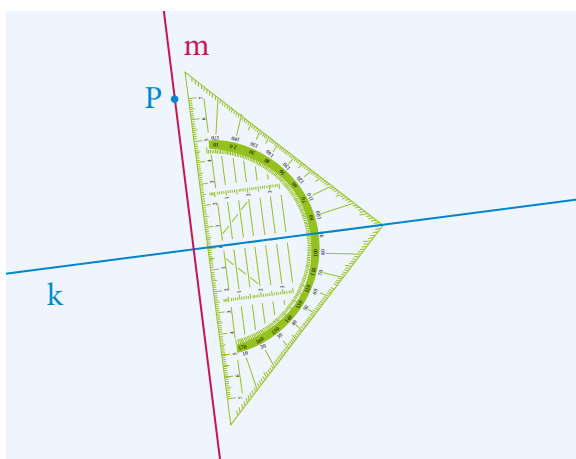
Leg de geodriehoek zoals op de figuur.

Teken de rechte  $m$  door  $P$ .

De rechte  $m$  noemt men de **loodlijn** door het punt  $P$  op de rechte  $k$ .



Het punt  $P$  ligt niet op de rechte  $k$ .



Leg de geodriehoek zoals op de figuur.

Teken de rechte  $m$  door  $P$ .

1

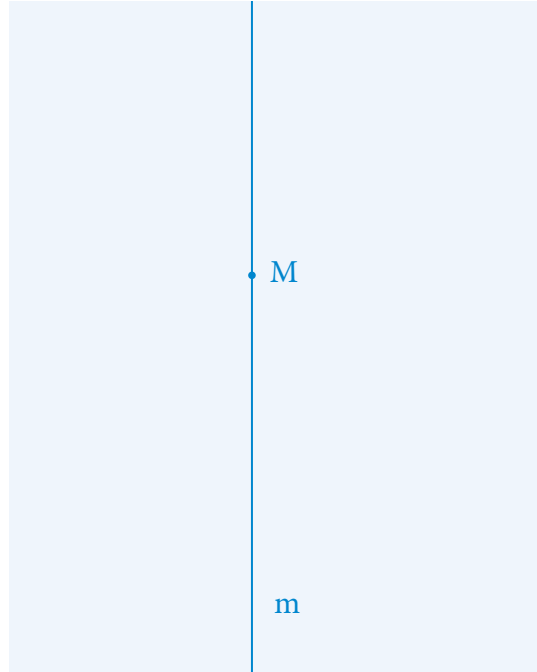
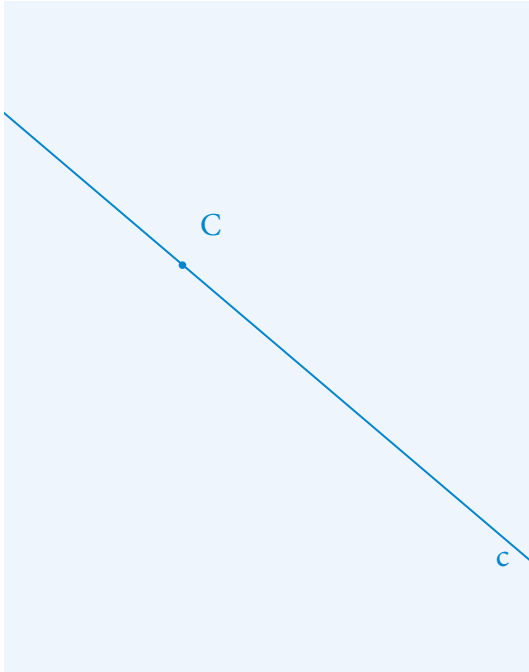
2

3

4

## Oefeningen

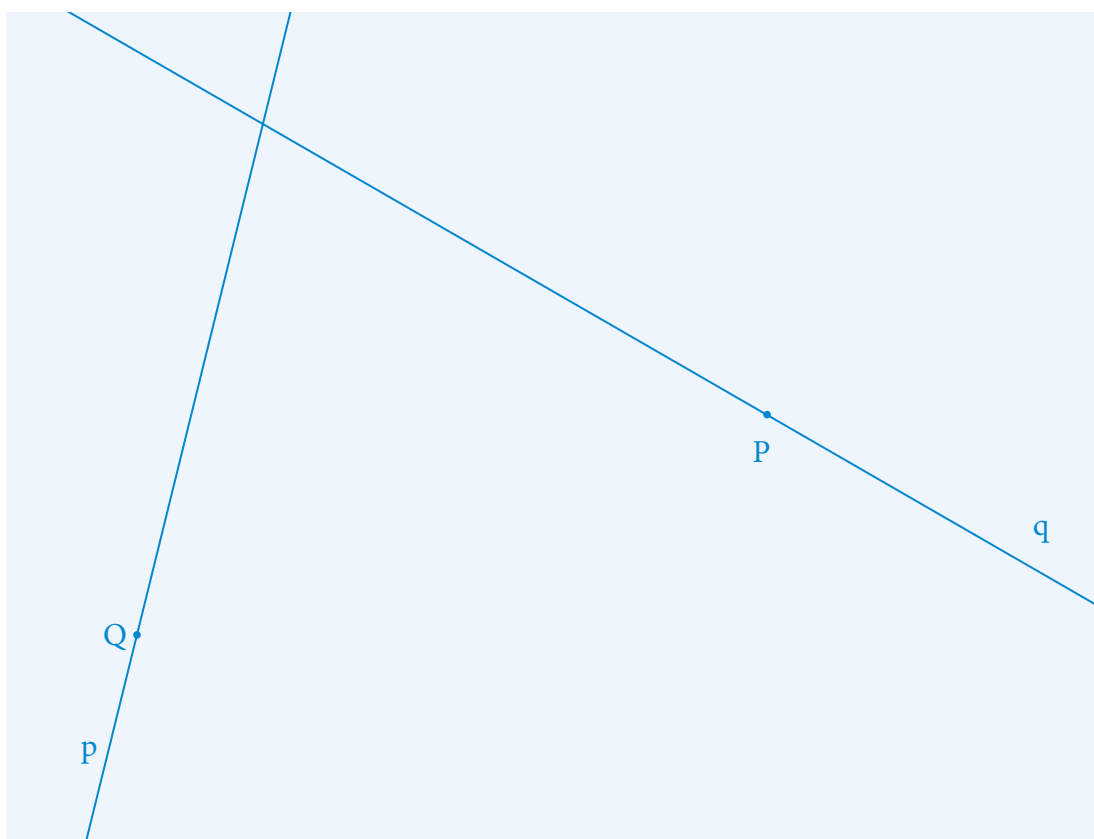
- 5 Teken door C de loodlijn op de rechte c en door M de loodlijn op de rechte m.  
Maak gebruik van je geodriehoek.



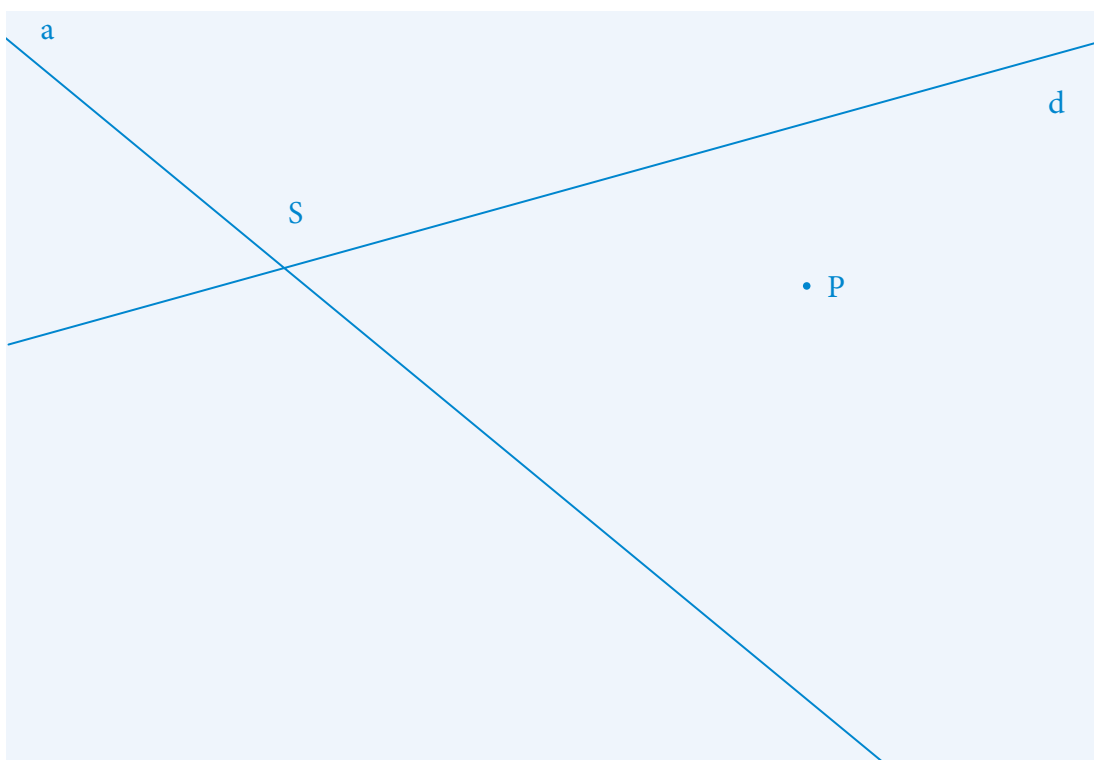
- 6 Teken door H de loodlijn op de rechte h en door K de loodlijn op de rechte k.  
Maak gebruik van je geodriehoek.



- 7 Teken door P de loodlijn op de rechte p; door Q de loodlijn op de rechte q.  
Maak gebruik van je geodriehoek.



- 8 Teken door het punt P de rechte x zodat  $x \perp a$  en de rechte y zodat  $y \parallel d$ .



1

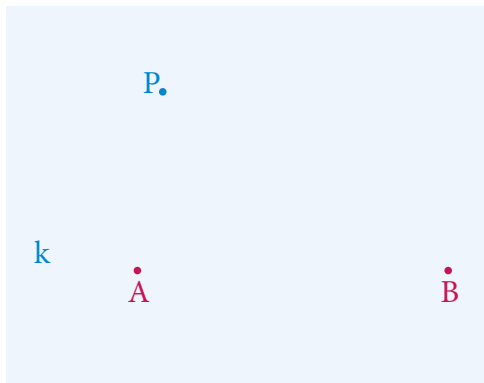
2

3

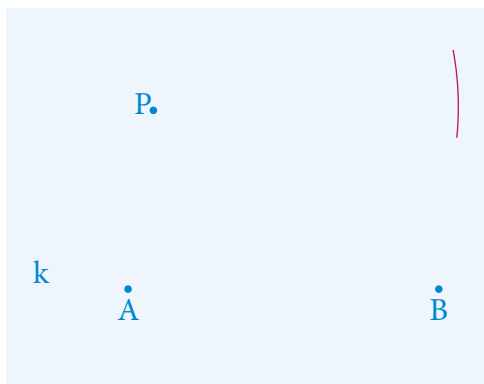
4

## 2.6 Evenwijdige rechten tekenen met passer en lat

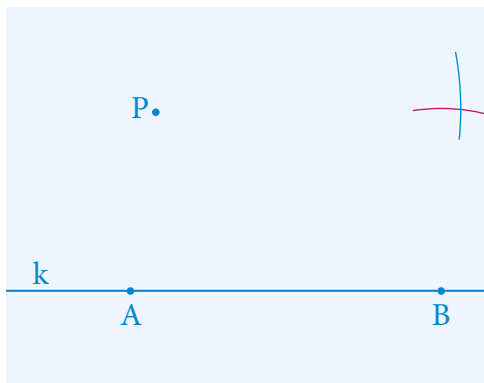
**Opdracht** Construeer de rechte  $m$ , door het punt  $P$  en evenwijdig met de rechte  $k$ .



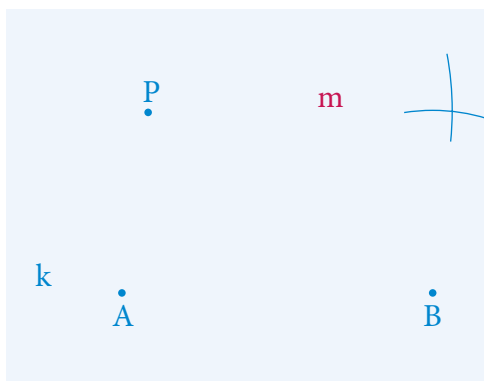
Rechte  $k$  en  $P \notin k$   
Neem twee punten  $A$  en  $B$  op  $k$ .



Neem als passeropening de afstand van  $A$  tot  $B$ .  
Zet het passerpunt in  $P$ .  
Pas vanuit  $P$  de afstand van  $A$  tot  $B$  af (eerste boogje).



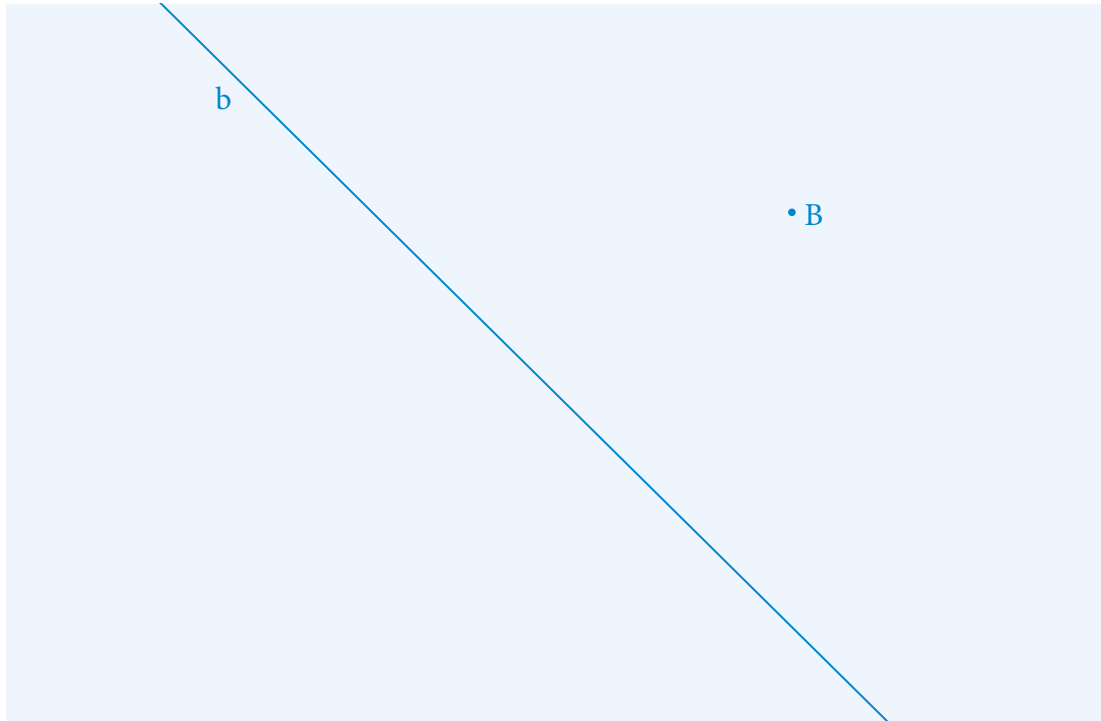
Neem als passeropening de afstand van  $A$  tot  $P$ .  
Zet het passerpunt in  $B$ .  
Pas vanuit  $B$  de afstand van  $A$  tot  $P$  af (tweede boogje).



Trek  $m$ .

## Oefeningen

- 9 Construeer de rechte  $a$ , door  $B$  en evenwijdig met de rechte  $b$ .  
Maak gebruik van je passer en lat.



- 10 Construeer de rechte  $p$ , door  $Q$  en evenwijdig met de rechte  $q$ .  
Maak gebruik van je passer en lat.



1

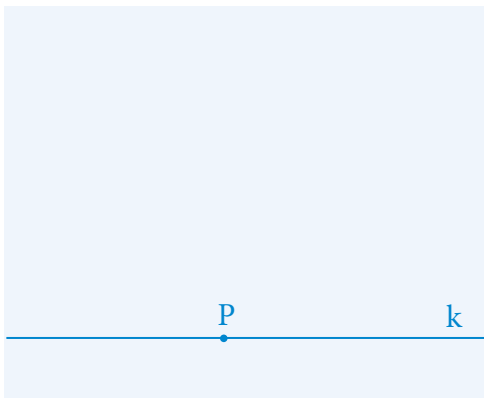
2

3

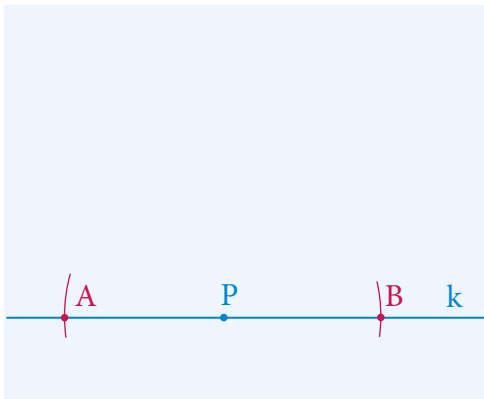
4

## 2.7 Een loodlijn tekenen met passer en lat

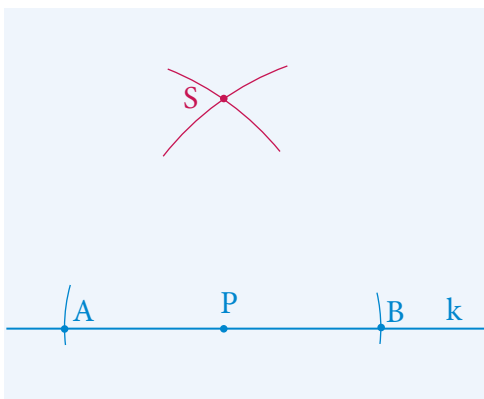
**Opdracht** Construeer de rechte  $m$ , door het punt  $P$  en loodrecht op de rechte  $k$ .



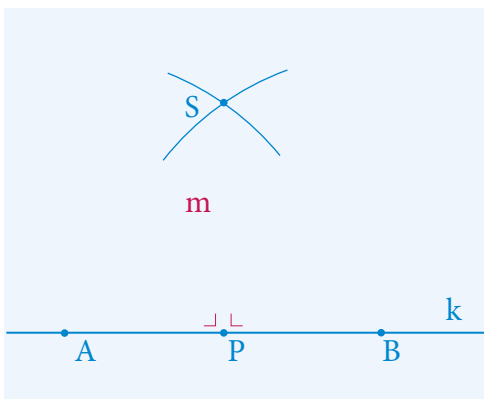
Rechte  $k$  en  $P \in k$



Zet het passerpunt in  $P$ .  
Trek met dezelfde passeropening twee boogjes die  $k$  snijden in  $A$  en  $B$ .



Zet het passerpunt in  $A$  en in  $B$ .  
Trek met dezelfde passeropening twee boogjes die elkaar snijden in  $S$ .



Trek  $m = SP$ .

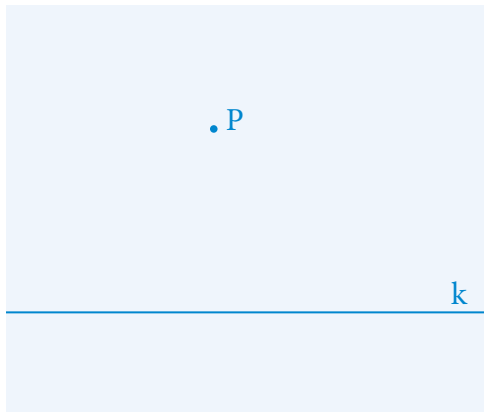
1

Uitsluitend te gebruiken door Sean Cant (2004-11-02) • S.S.B.O.G.O. Bakken

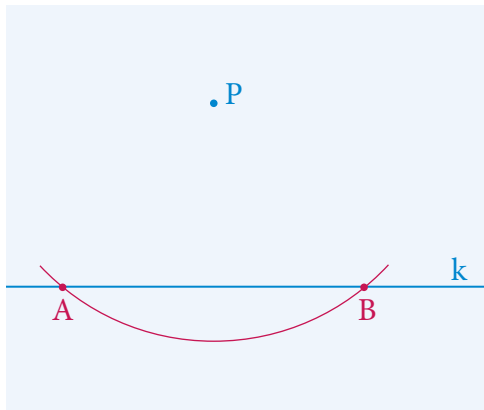
4



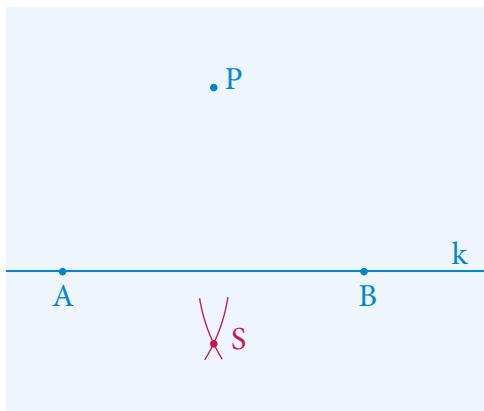
**Opdracht** Construeer de rechte  $m$ , door het punt  $P$  en loodrecht op de rechte  $k$ .



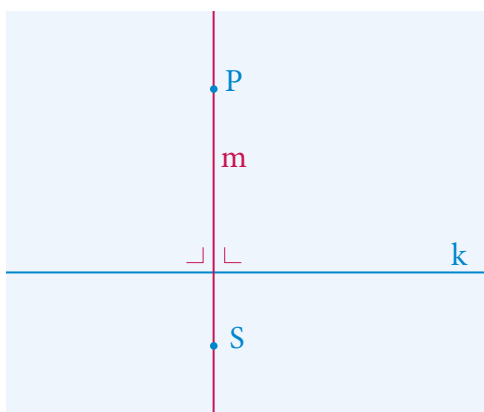
Rechte  $k$  en  $P \notin k$



Zet het passerpunt in  $P$ .  
Trek een boog die  $k$  in twee punten  $A$  en  $B$  snijdt.



Zet het passerpunt in  $A$  en in  $B$ .  
Trek met dezelfde passeropening twee boogjes die elkaar snijden in  $S$ .



Trek  $m = PS$ .

1

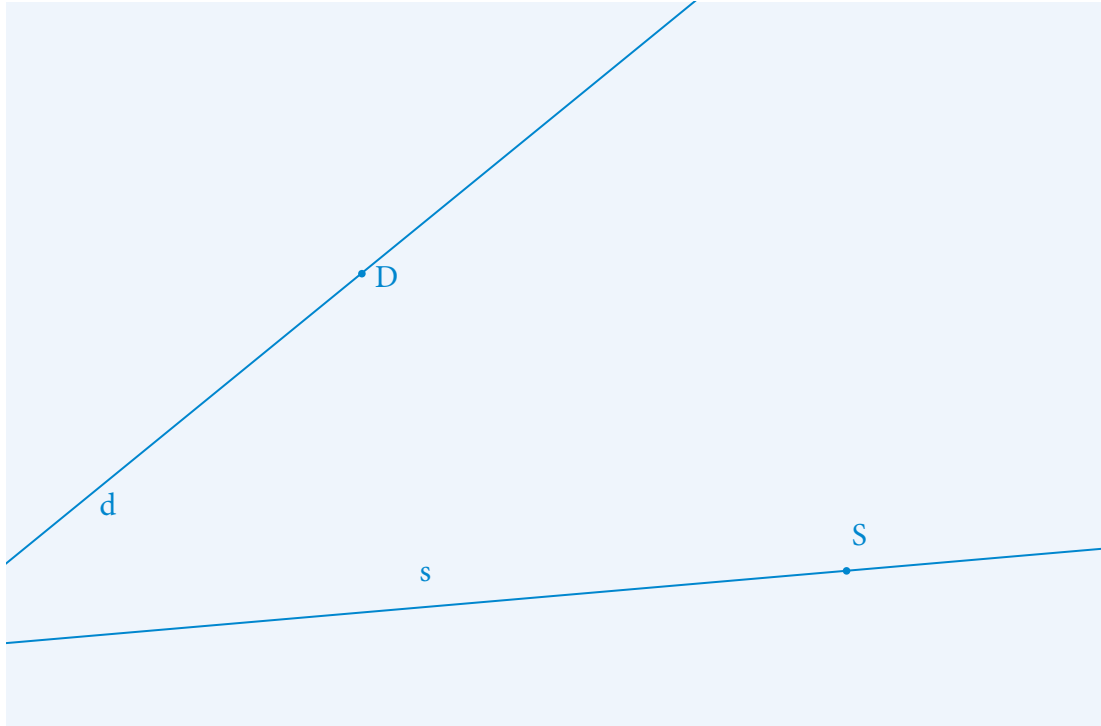
2

3

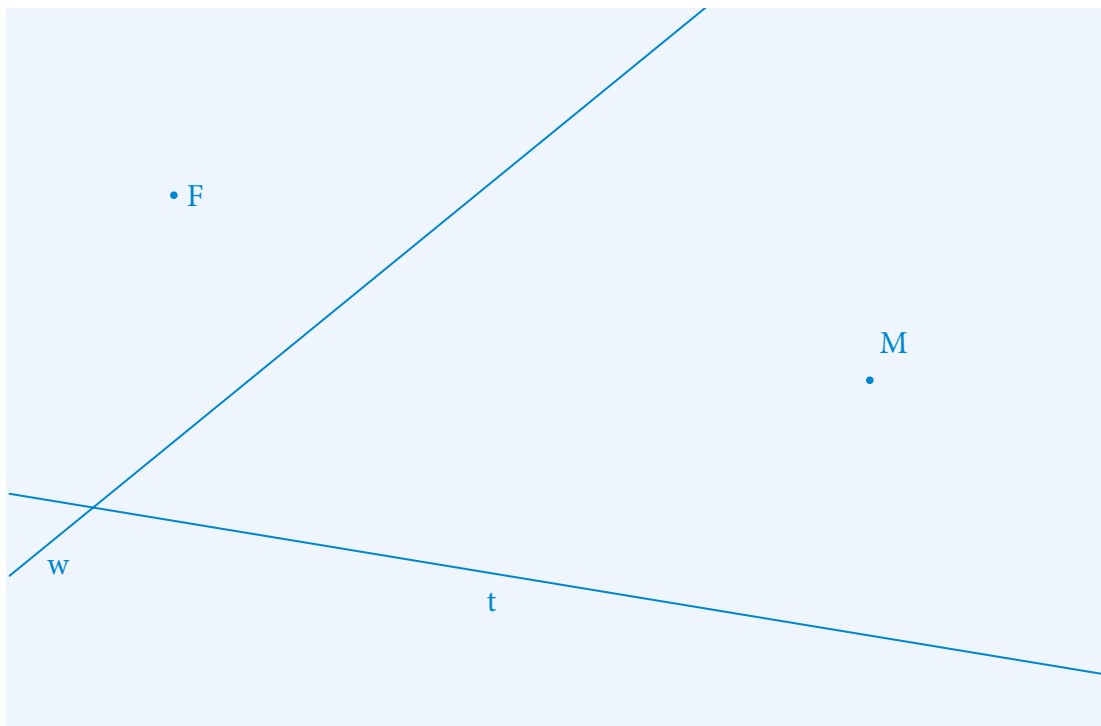
4

## Oefeningen

- 11 Construeer in  $D$  de loodlijn op de rechte  $d$ ; door  $S$  de loodlijn op de rechte  $s$ .  
Maak gebruik van je passer en lat.



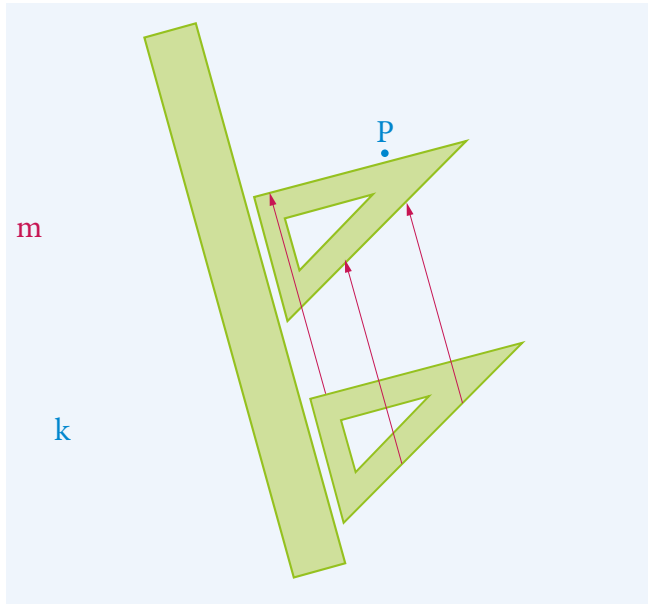
- 12 Construeer uit  $F$  een loodlijn op de rechte  $w$ ; uit  $M$  een loodlijn op de rechte  $t$ .  
Maak gebruik van je passer en lat.



## 2.8 Evenwijdige rechten tekenen met lat en tekendriehoek

Vooral om grote tekeningen te maken (als bijv. je geodriehoek te klein is) kun je gebruik maken van een lat en een tekendriehoek.

**Opdracht** Teken de rechte  $m$ , door het punt  $P$  en evenwijdig met de rechte  $k$ .

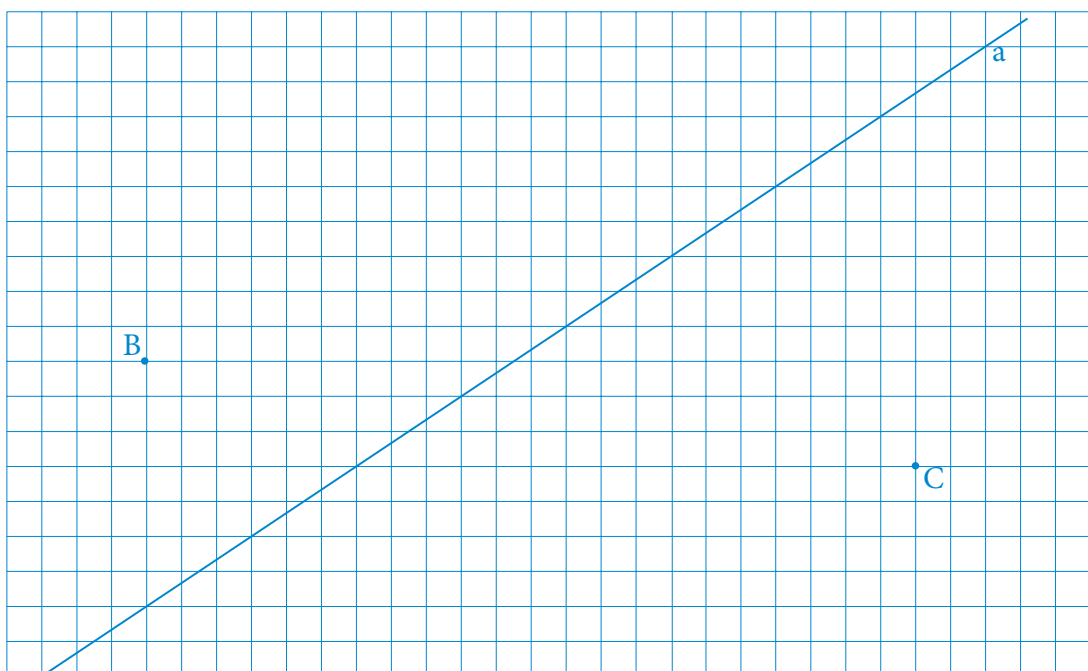


Leg je tekendriehoek op de rechte  $k$  en leg er een lat langs.

Verschuif je tekendriehoek langs de lat en teken de rechte  $m$  door  $P$ .

### Oefening

- 13** Teken de rechte  $b$  met  $B \in b$  en  $b \parallel a$ .  
Teken de rechte  $c$  met  $C \in c$  en  $c \perp a$ .  
Maak gebruik van de ruitjes.



## 2.9 Eigenschappen i.v.m. evenwijdigheid en loodrechte stand

We onderzoeken deze eigenschappen in onderstaande oefeningen.

### Oefeningen

#### 14 Maak volgende tekeningen met je geodriehoek en vul dan in.

Teken de rechte  $b$  door het punt  $K$  evenwijdig met de rechte  $a$ .

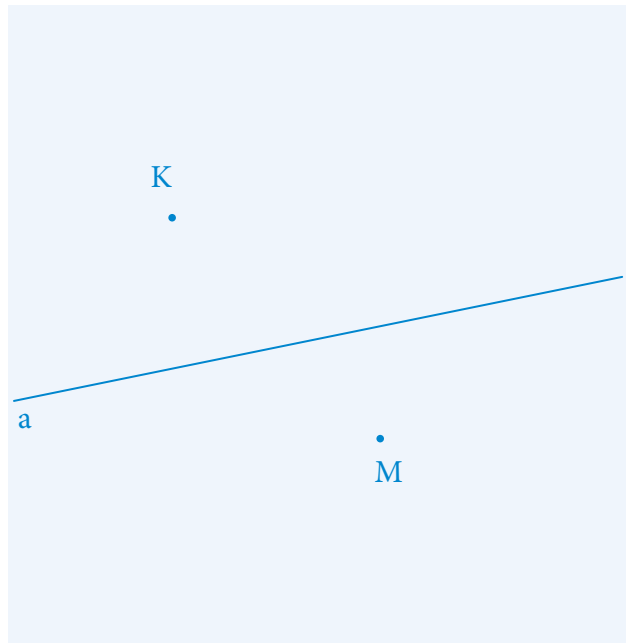
Teken de rechte  $c$  door het punt  $M$  evenwijdig met de rechte  $b$ .

Vul in.

Hoe liggen  $a$  en  $c$ ? .....

Als de rechte  $a$  evenwijdig is met de rechte  $b$  en de rechte  $b$  evenwijdig is met de rechte  $c$ , dan .....

$$a // b \text{ en } b // c \Rightarrow a \dots c$$



Teken de rechte  $b$  door het punt  $P$  loodrecht op de rechte  $a$ .

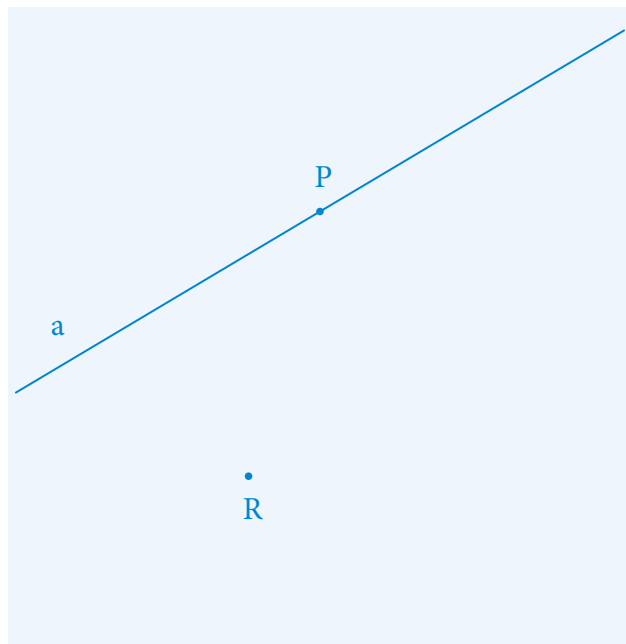
Teken de rechte  $c$  door het punt  $R$  loodrecht op de rechte  $b$ .

Vul in.

Hoe liggen  $a$  en  $c$ ? .....

Als de rechte  $a$  loodrecht staat op de rechte  $b$  en de rechte  $b$  loodrecht staat op de rechte  $c$ , dan .....

$$a \perp b \text{ en } b \perp c \Rightarrow a \dots c$$

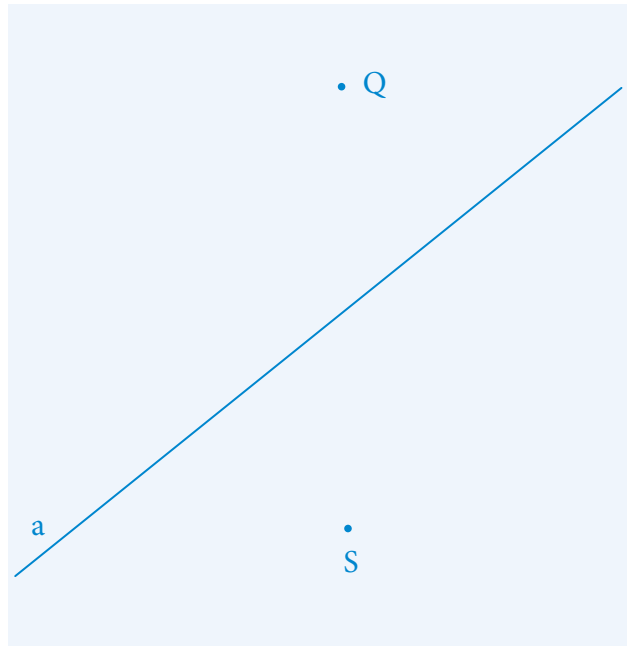


Teken de rechte b door het punt S evenwijdig met de rechte a.  
 Teken de rechte c door het punt Q loodrecht op de rechte b.  
 Vul in.

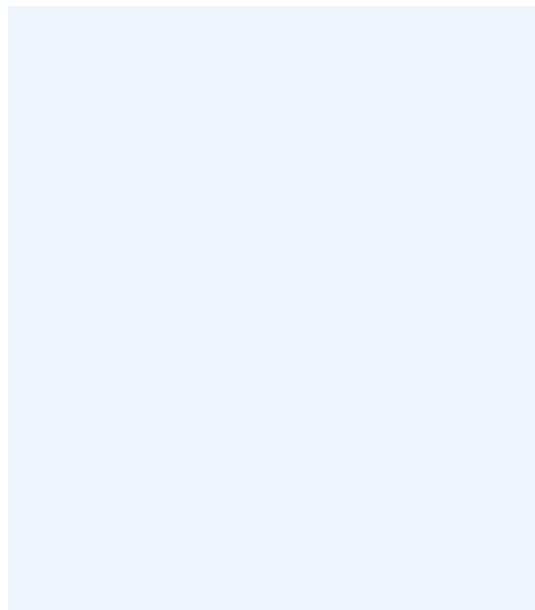
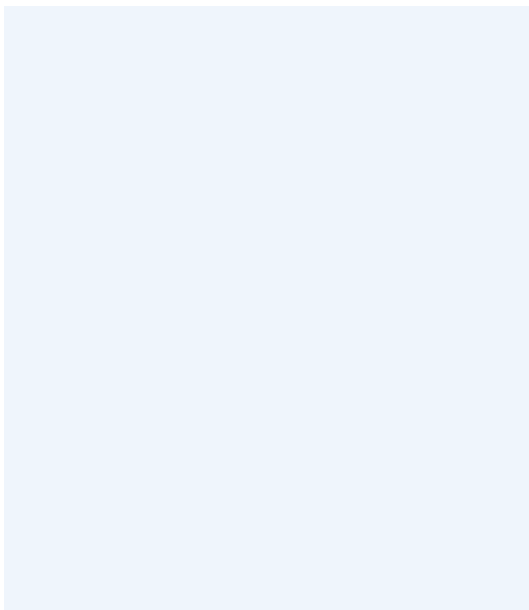
Hoe liggen a en c ? .....  
 Als de rechte a evenwijdig is met de rechte b en de rechte b loodrecht staat op de rechte c, dan

.....  
 .....

$a // b$  en  $b \perp c \Rightarrow a \dots c$



**15** Maak volgende tekeningen met je geodriehoek en vul dan in.



a, b, c, d, e zijn rechten op de linkertekening.

f, g, k, m, n, p zijn rechten op de rechtertekening.

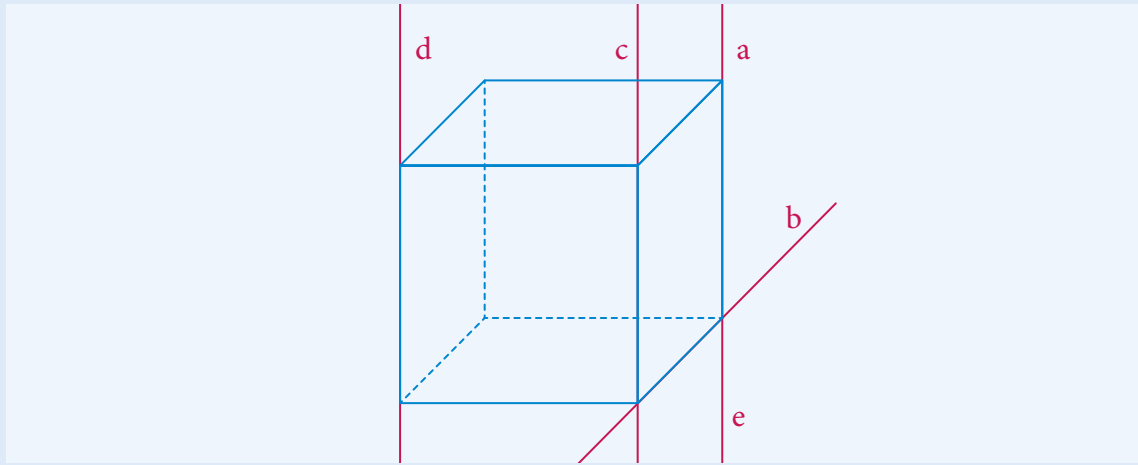
$a // b$  en  $b \perp c$  en  $c // d$  en  $d \perp e \Rightarrow a \dots e$

$f // g$  en  $g \perp k$  en  $k // m$  en  $m \perp n$  en  $n \perp p \Rightarrow f \dots p$

Staat er een even aantal keer het symbool  $\perp$ , dan is het resultaat .....

Staat er een oneven aantal keer het symbool  $\perp$ , dan is het resultaat .....

# SAMENVATTING



a

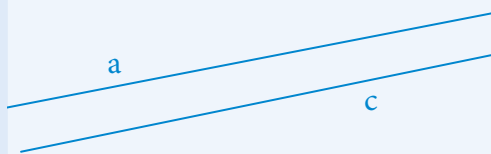
b

a en b zijn snijdende rechten.

$a \times b$

Hun snijpunt is het punt P.

P



a en c zijn evenwijdige rechten.

$a // c$

Ze hebben geen enkel gemeenschappelijk punt.

a

e

a en e zijn samenvallende rechten.

$a = e$

Al hun punten zijn gemeenschappelijk.

a en e zijn evenwijdig.

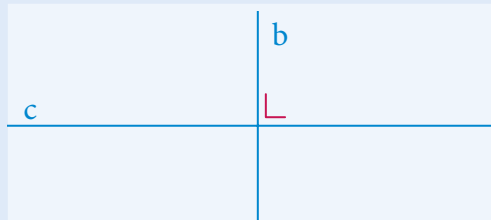
$a // e$

Kruisende rechten kun je niet in een vlak tekenen.

b en d zijn kruisende rechten.

Ze liggen niet in één vlak.

Ze hebben geen enkel gemeenschappelijk punt.



b en c staan loodrecht op elkaar.

$b \perp c$

Het zijn snijdende rechten die vier rechte hoeken vormen in hun snijpunt.

### 3 Lijnstukken



#### OP VERKENNING!

##### Gezichtsbedrog

“Eerst zien, dan geloven” zeggen mensen soms.

Daarmee bedoelen ze dat ze iets niet geloven, voordat ze het met hun eigen ogen hebben gezien.

Maar zien we wel altijd wat we zien?

Kunnen onze ogen ons ook bedriegen?

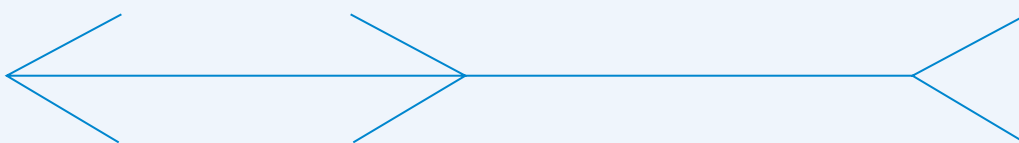
Dat je lijnstukken maar beter kunt meten in plaats van je ogen te geloven, merk je aan de volgende voorbeelden.

##### Langer of korter?

Wat denk je van de lengte van de twee lijnstukken tussen de pijlen?

Welk lijnstuk is langer?

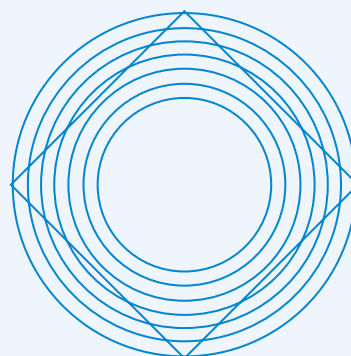
De pijlen werken hier erg misleidend!



##### Recht of krom?

De rechte lijnen door de cirkels lijken krom te lopen!

Je kunt dit eenvoudig controleren door er een lat langs te leggen.



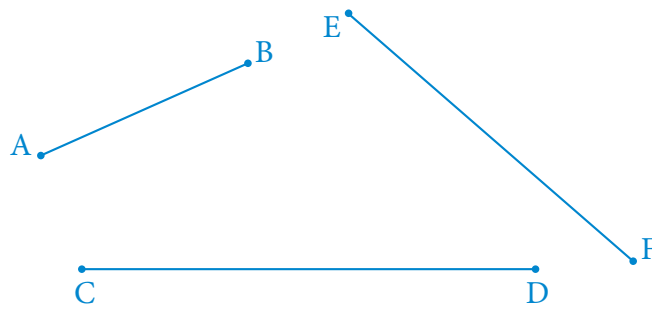
##### Langer of korter?

De horizontale lijnstukjes lijken niet even lang.

Is dat werkelijk zo? Meet maar na.



## 3.1 Meten van lijnstukken

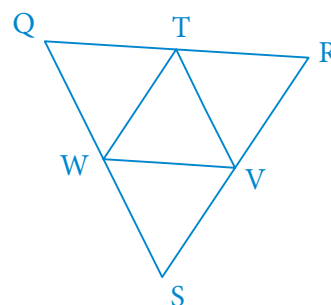
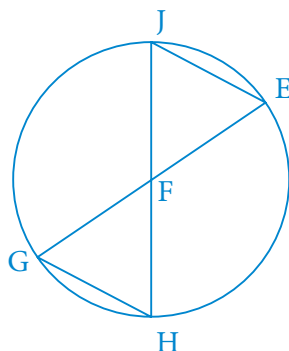
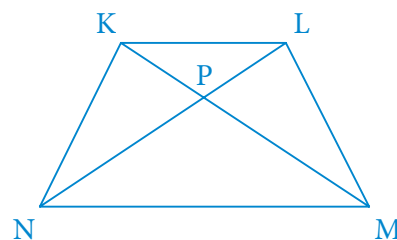
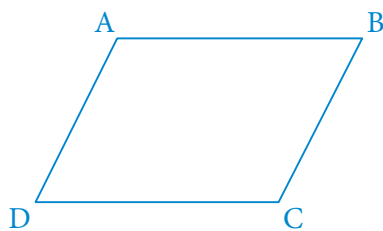


- Lijnstukken kun je meten.  
De lengte wordt aangegeven door een getal en een lengte-eenheid.  
**Je noteert**  $|AB| = 3 \text{ cm}$        $|CD| = 6 \text{ cm}$        $|EF| = 5 \text{ cm}$   
**Je leest**  $|AB|$  : de lengte van het lijnstuk  $[AB]$ .
- Het getal noem je het maatgetal van de lengte van het lijnstuk.  
**Je noteert**  $\|AB\| = 3$   
**Je leest**  $\|AB\|$  : het maatgetal van de lengte van het lijnstuk  $[AB]$ .
- Een lijnstuk heeft maar één lengte, maar meer dan één maatgetal.  
 $\|AB\| = 3$  (gemeten in cm)  
 $\|AB\| = 30$  (gemeten in mm)

### Oefening

#### 1 Onderzoek de volgende figuren.

Plaats eenzelfde merkteken op de even lange lijnstukken.





## 3.2 Bewerkingen met lijnstukken

De lengte van lijnstukken kun je optellen, aftrekken of vermenigvuldigen met een getal.

We gebruik de lijnstukken van de vorige bladzijde.

**Optellen**  $|AB| + |CD| + |EF| = 3 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$

**Aftrekken**  $|CD| - |AB| = 6 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$

**Vermenigvuldigen met een getal**  $|CD| = |AB| \cdot 2 = 3 \text{ cm} \cdot 2 = 6 \text{ cm}$

### Oefeningen

- 2** Teken telkens het lijnstuk [EF] als de lijnstukken [AB] en [CD] gegeven zijn. Gebruik je passer.



$$|EF| = |AB| + |CD|$$

E 

$$|EF| = |CD| - |AB|$$

E 

$$|EF| = 2 |AB|$$

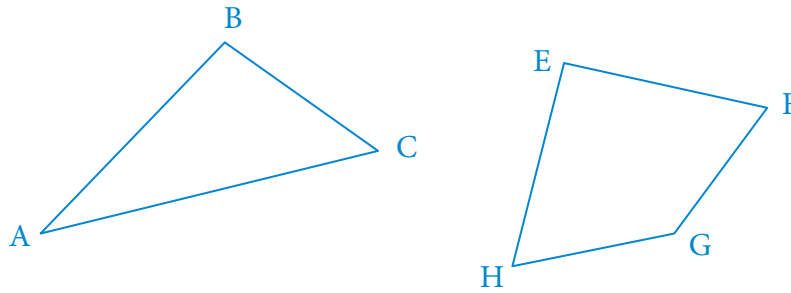
E 

$$|EF| = 3 |AB| - 2 |CD|$$

E 

**3 Teken de omtrek van de driehoek en van de vierhoek op de halfrechten.**

Gebruik je passer. Meet daarna de omtrek.



Driehoek

A•—————

De omtrek van de driehoek meet .....

Vierhoek

E•—————

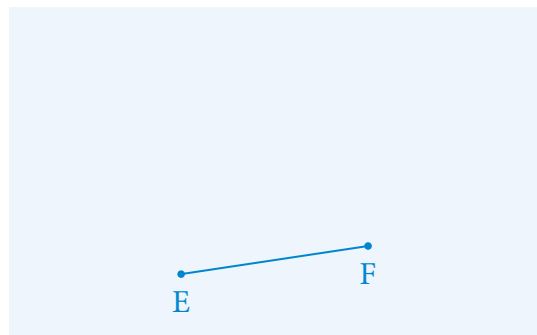
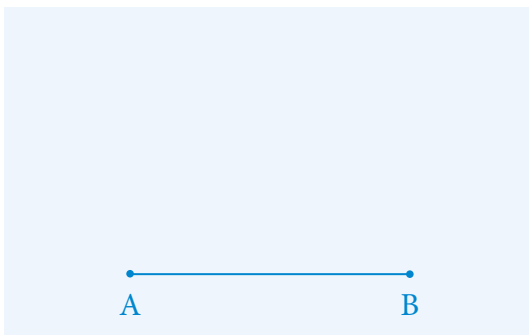
De omtrek van de vierhoek meet .....

**4 De omtrek van een driehoek en van een vierhoek zijn gegeven.**



Teken een driehoek ABC als één van zijn zijden  $[AB]$  reeds getekend is.

Teken een vierhoek EFGK als  $[EF]$  reeds getekend is.

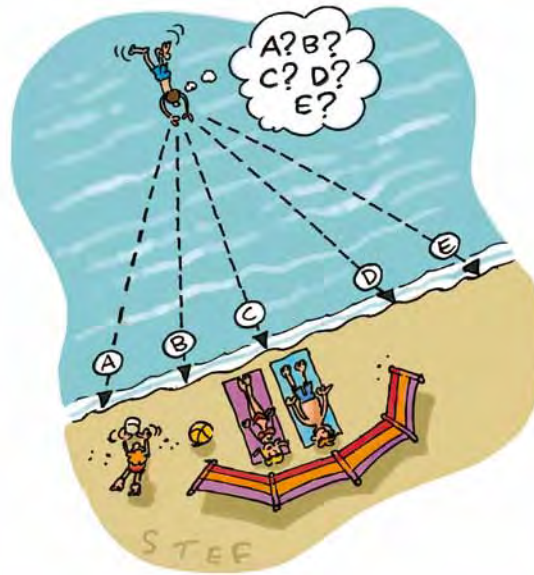


## 3.3 Afstanden

### De kortste weg

Een zwemmer wil langs de kortste weg naar de kust.

De lengte van de kortste weg noem je de loodrechte afstand of **afstand**.



### De afstand tussen twee punten

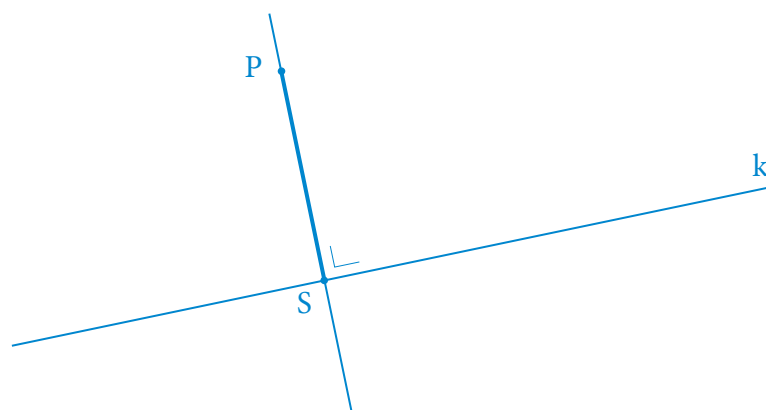
Om de kortste weg te vinden van het punt K tot het punt M verbind je deze punten met een lijnstuk.



**Besluit** De afstand van het punt K tot het punt M is  $|KM|$ , de lengte van het lijnstuk  $[KM]$ .

### De afstand tussen een punt en een rechte

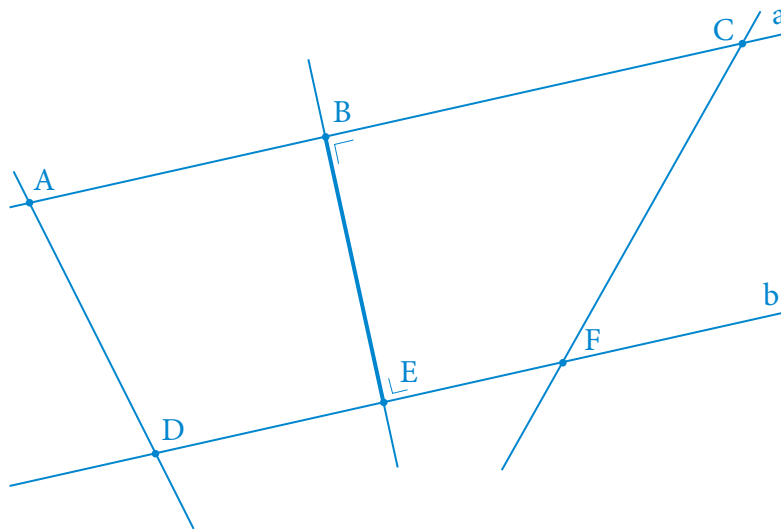
Om de kortste weg te vinden van het punt P tot de rechte k, trek je de loodlijn uit P op k.



**Besluit** De afstand van het punt P tot de rechte k is  $|PS|$ .

## De afstand tussen twee strikt evenwijdige rechten

Om de kortste weg te vinden tussen de rechte  $a$  en de rechte  $b$ , trek je ook hier een loodlijn.

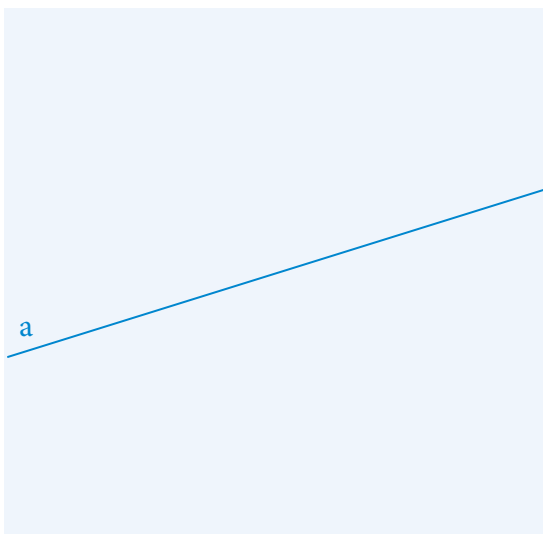


**Besluit** De afstand tussen  $a$  en  $b$  is  $|BE|$ .

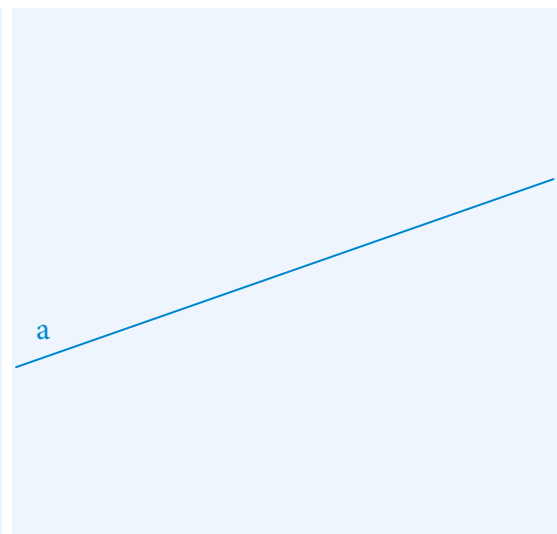
**Merk op** De lijnstukken  $[AD]$  en  $[CF]$  zijn langer dan het lijnstuk  $[BE]$ .  
 $|BE| < |AD| < |CF|$

## Oefeningen

**5** Teken 5 punten die op 2 cm van de rechte  $a$  liggen.



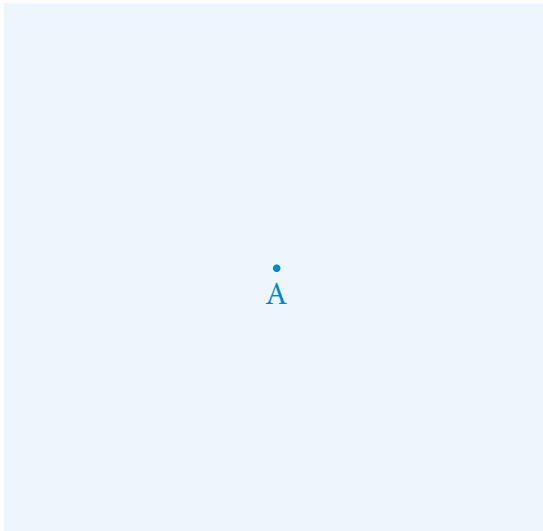
Teken alle punten die op 2 cm van de rechte  $a$  liggen.



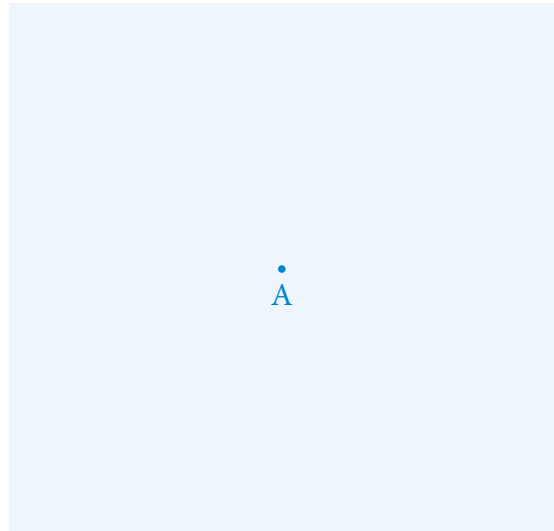
Hoeveel punten kun je tekenen die op 2 cm van de rechte  $a$  liggen?

Antwoord: .....

**6** Teken 5 punten die op 2,5 cm van het punt A liggen.



Teken alle punten die op 2,5 cm van het punt A liggen.



Hoeveel punten kun je tekenen die op 2,5 cm van het punt A liggen?

Antwoord: .....

Hoe noem je de afstand 2,5 cm? .....

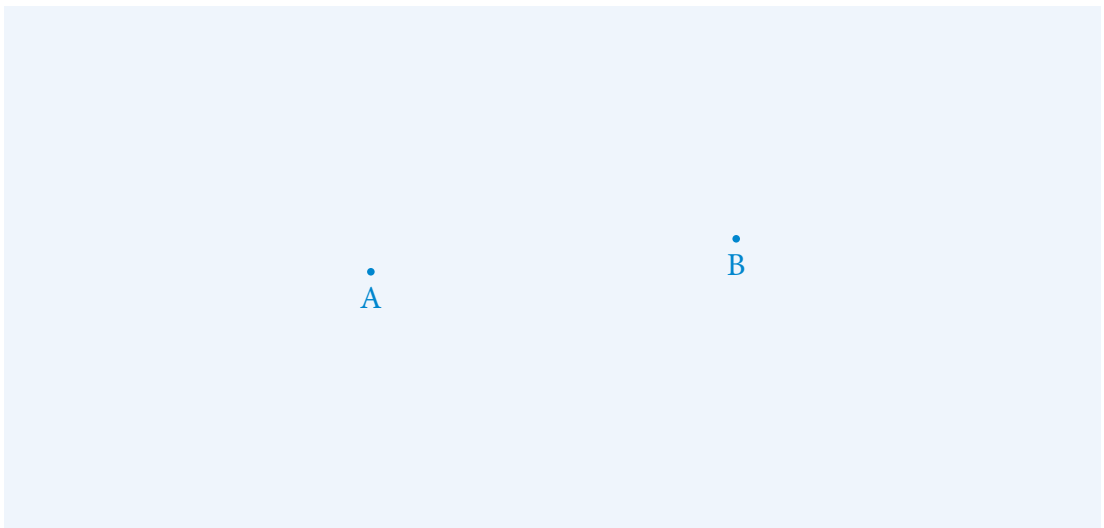
Hoe noem je het punt A? .....

Tracht nu de **definitie** van een cirkel te geven.

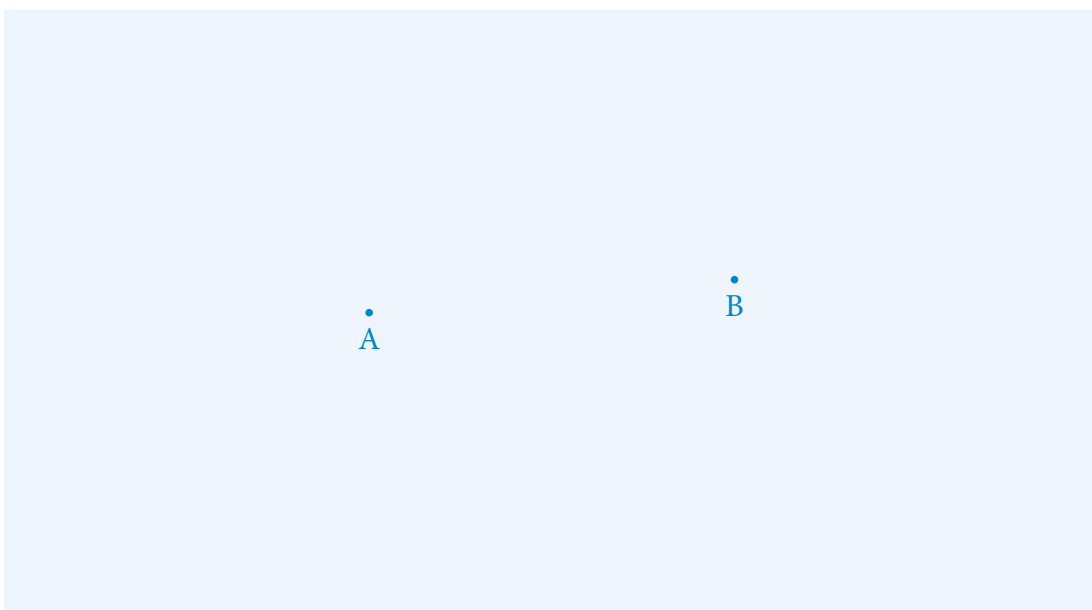
(Dus: tracht nauwkeurig te formuleren wat een cirkel is).

.....  
.....

**7** Teken alle punten die op 1,5 cm van A liggen.  
Teken ook alle punten die op 2 cm van B liggen.



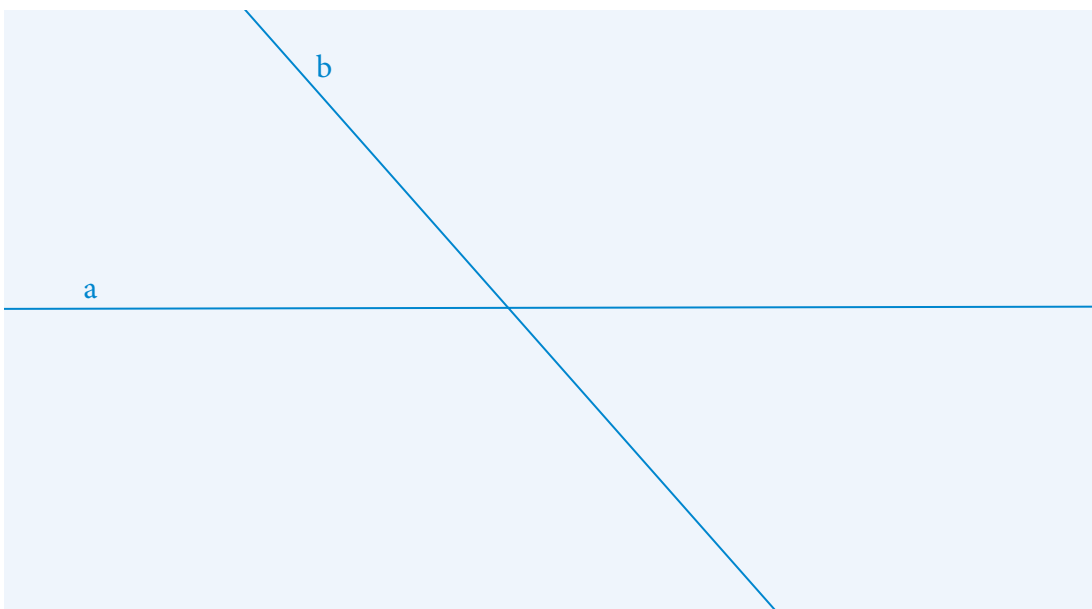
**8** Teken alle punten die op 3 cm van A en tegelijk op 2,5 cm van B liggen.



Hoeveel punten heb je gevonden?

Antwoord: .....

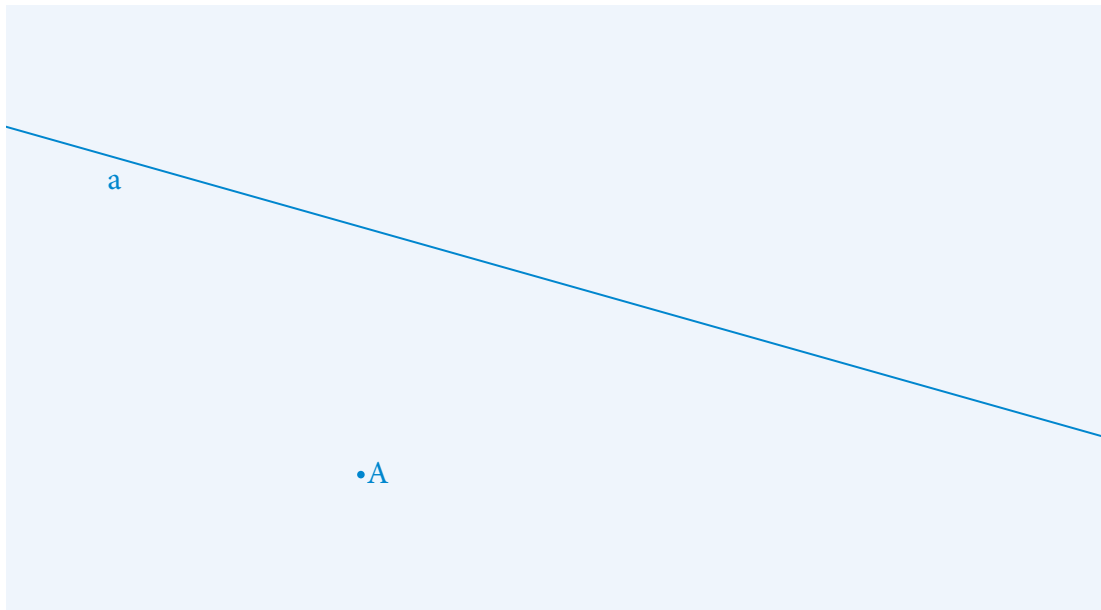
**9** Teken alle punten die op 2 cm van a en tegelijk op 1,5 cm van b liggen.



Hoeveel punten heb je gevonden?

Antwoord: .....

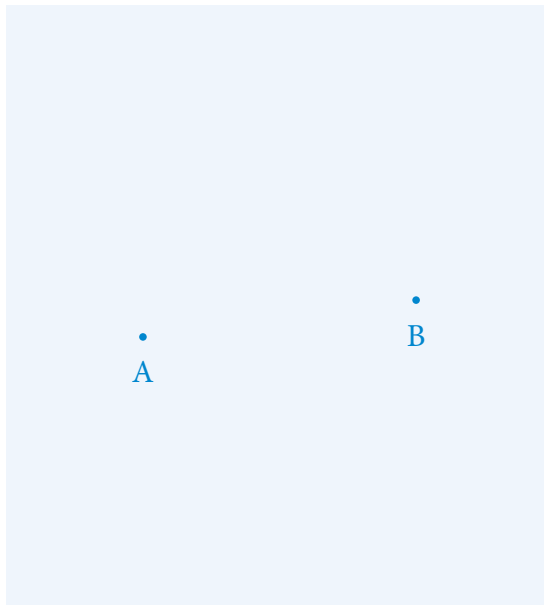
- 10 Teken alle punten die op 2 cm van a en tegelijk op 3 cm van A liggen.



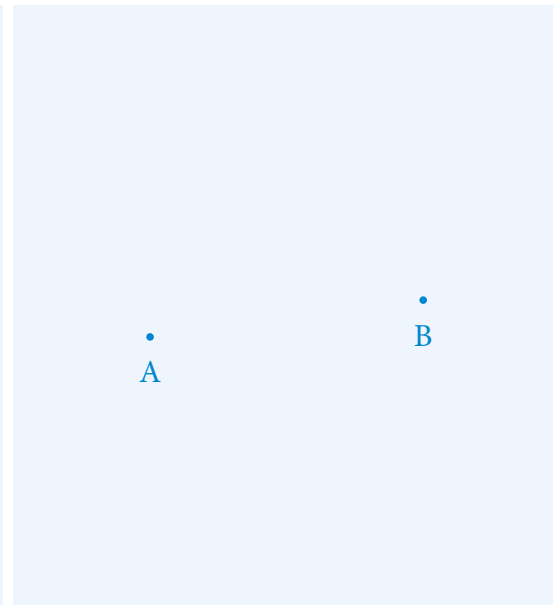
Hoeveel punten heb je gevonden?

Antwoord: .....

- 11 Teken 5 punten die even ver van A als van B liggen.



- Teken alle punten die even ver van A als van B liggen.



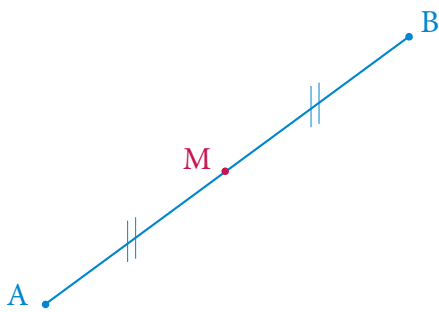
Hoeveel punten kun je tekenen die even ver van A als van B liggen?

Antwoord: .....

### 3.4 Midden van een lijnstuk

#### DEFINITIE

- Het midden van een lijnstuk is het punt van dit lijnstuk dat even ver van de eindpunten van dit lijnstuk ligt.



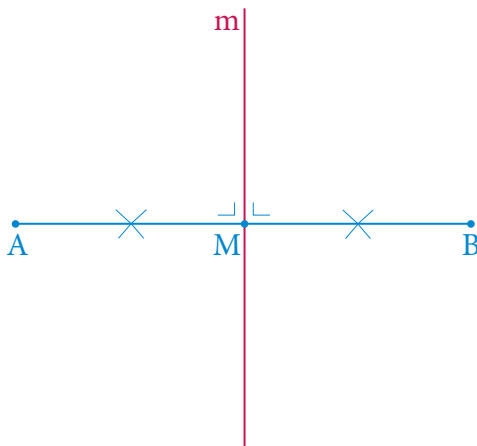
Het punt  $M$  van het lijnstuk  $[AB]$  is het midden van dit lijnstuk want  $|AM| = |MB|$ .

Om aan te duiden dat twee lijnstukken even lang zijn zetten we er hetzelfde merkteken op.

### 3.5 Middelloodlijn van een lijnstuk

#### DEFINITIE

- De middelloodlijn van een lijnstuk is de rechte die door het midden van het lijnstuk loodrecht op dit lijnstuk wordt getrokken.

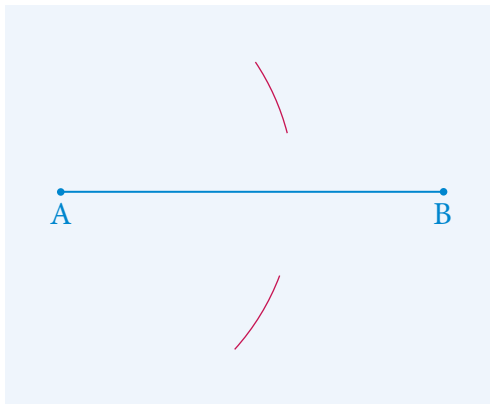


$m$  is de middelloodlijn van het lijnstuk  $[AB]$  met midden  $M$  want  $|AM| = |MB|$  en  $m \perp [AB]$

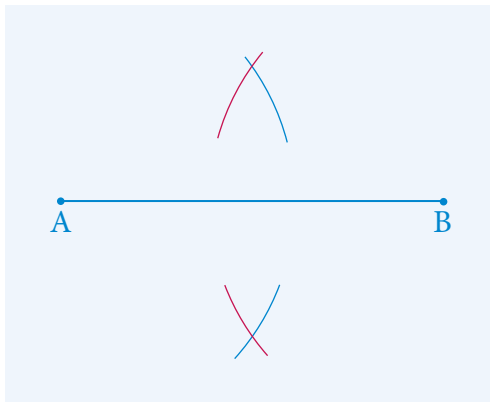


### 3.6 De middelloodlijn van een lijnstuk tekenen met passer en lat

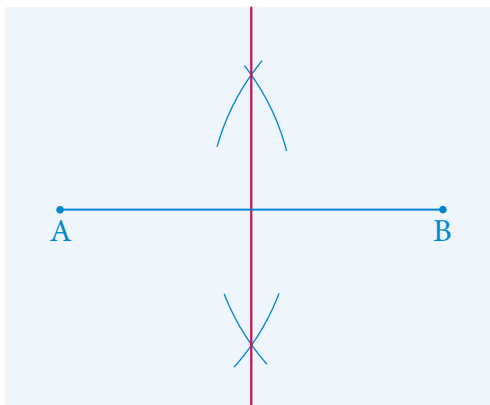
**Opdracht** Teken de middelloodlijn  $m$  van het lijnstuk  $[AB]$ .



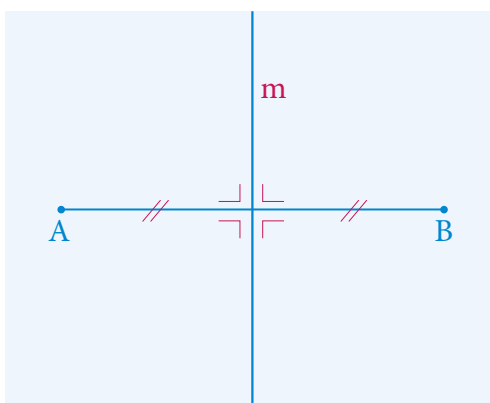
Zet het passerpunt in A.  
Neem een passeropening groter dan de helft van  $|AB|$ .  
Zet een boogje onder en boven  $[AB]$  met dezelfde passeropening.



Behoud de passeropening.  
Zet het passerpunt in B en gebruik dezelfde passeropening.  
Zet een boogje onder en boven  $[AB]$ .



Teken de rechte door de twee snijpunten.



$m$  is de middelloodlijn van  $[AB]$ .

1

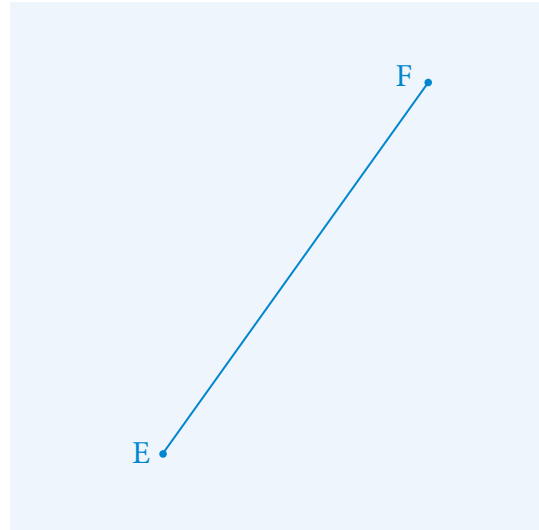
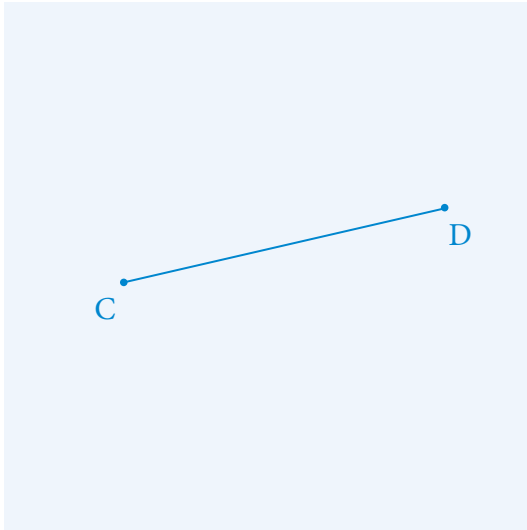
2

3

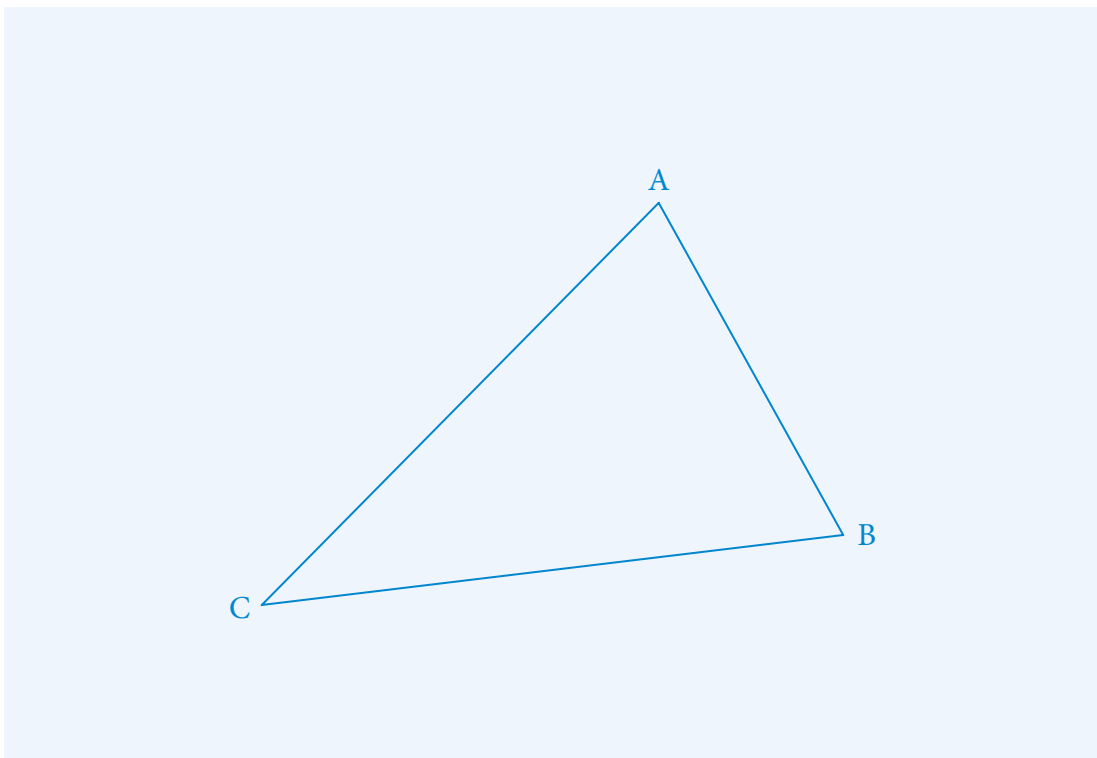
4

## Oefeningen

- 12 Construeer de middelloodlijnen van  $[CD]$  en  $[EF]$ . Zet merktekens.

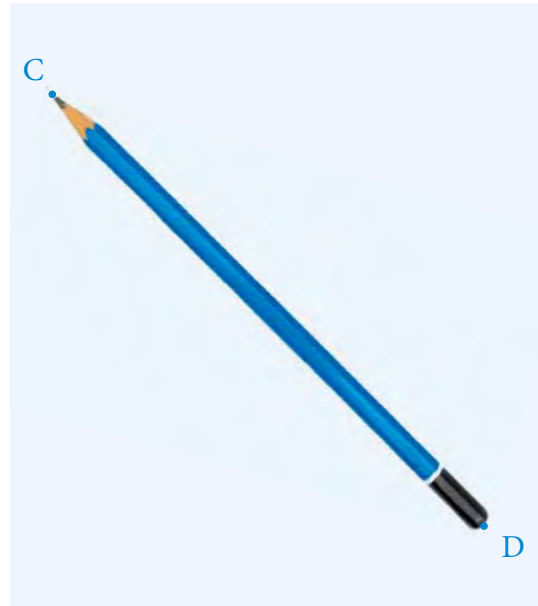
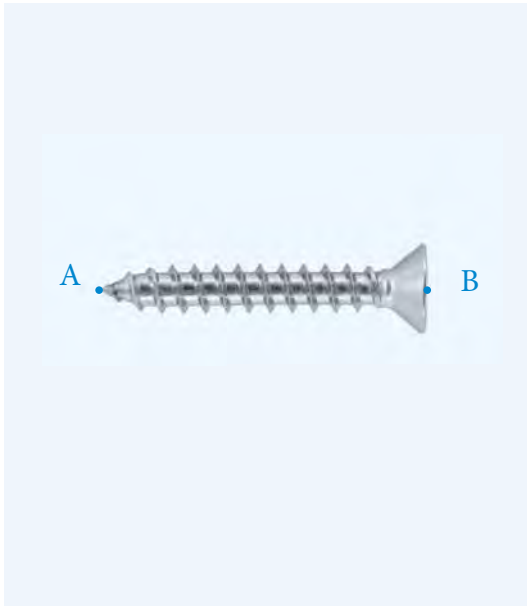


- 13 Construeer de middelloodlijnen van de zijden  $[AB]$ ,  $[BC]$  en  $[CA]$  van de driehoek ABC.

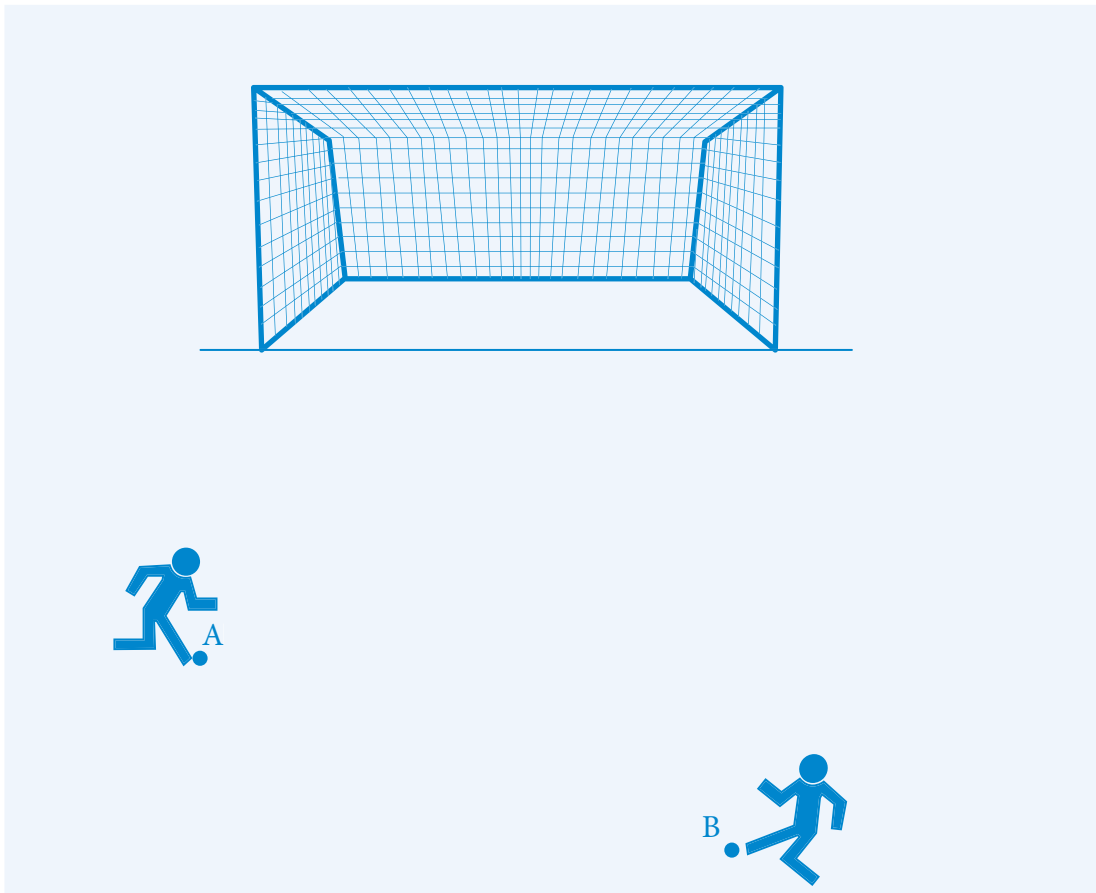


Wat stel je vast? .....

- 14 Zoek het midden van volgende voorwerpen.  
Gebruik je passer.

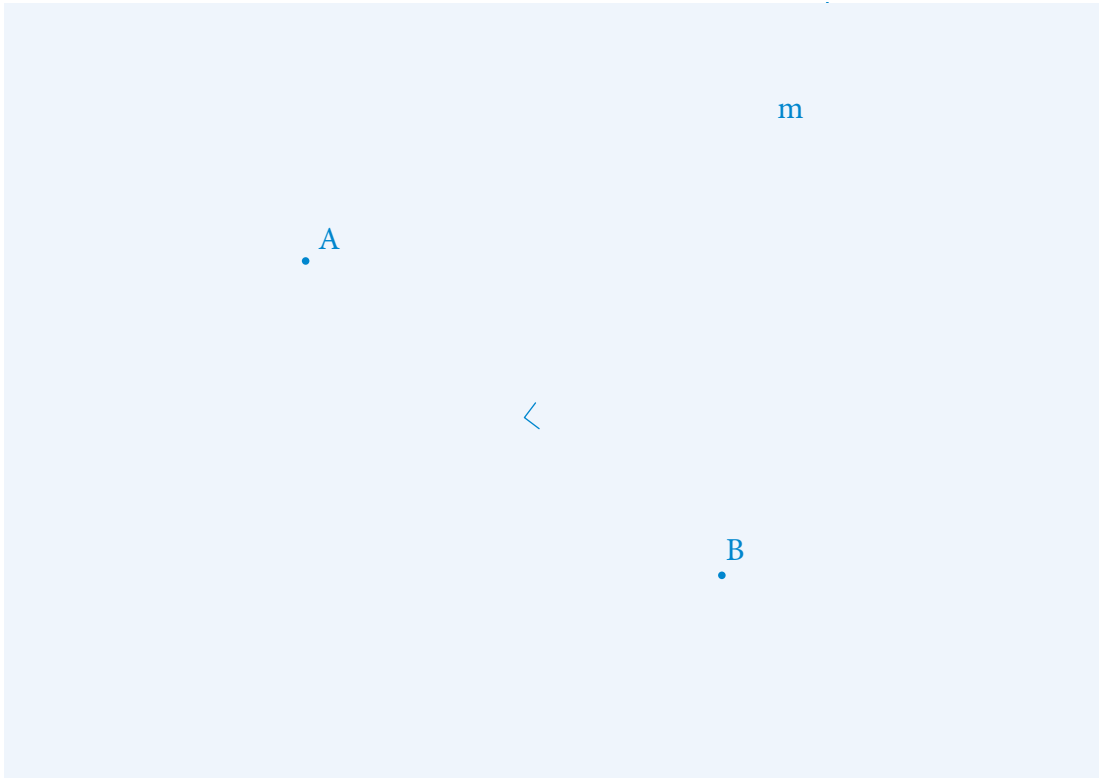


- 15 Een bal ligt even ver van speler A en speler B en tegelijkertijd op 2 meter voor de doellijn. Plaats de bal op het speelveld.  
(Laat 1 cm op je tekening overeenkomen met 1 m.)



### 3.7 Kenmerkende eigenschap van de middelloodlijn

**Opdracht** De rechte  $m$  is de middelloodlijn van het lijnstuk  $[AB]$ .  
Neem enkele punten op de rechte  $m$ .



Neem een willekeurig punt  $P$  op  $m$ .  
Teken  $[PA]$  en  $[PB]$ .

Meet  $|PA| = \dots\dots\dots$   
 $|PB| = \dots\dots\dots$

Neem een willekeurig punt  $K$  op  $m$ .  
Teken  $[KA]$  en  $[KB]$ .

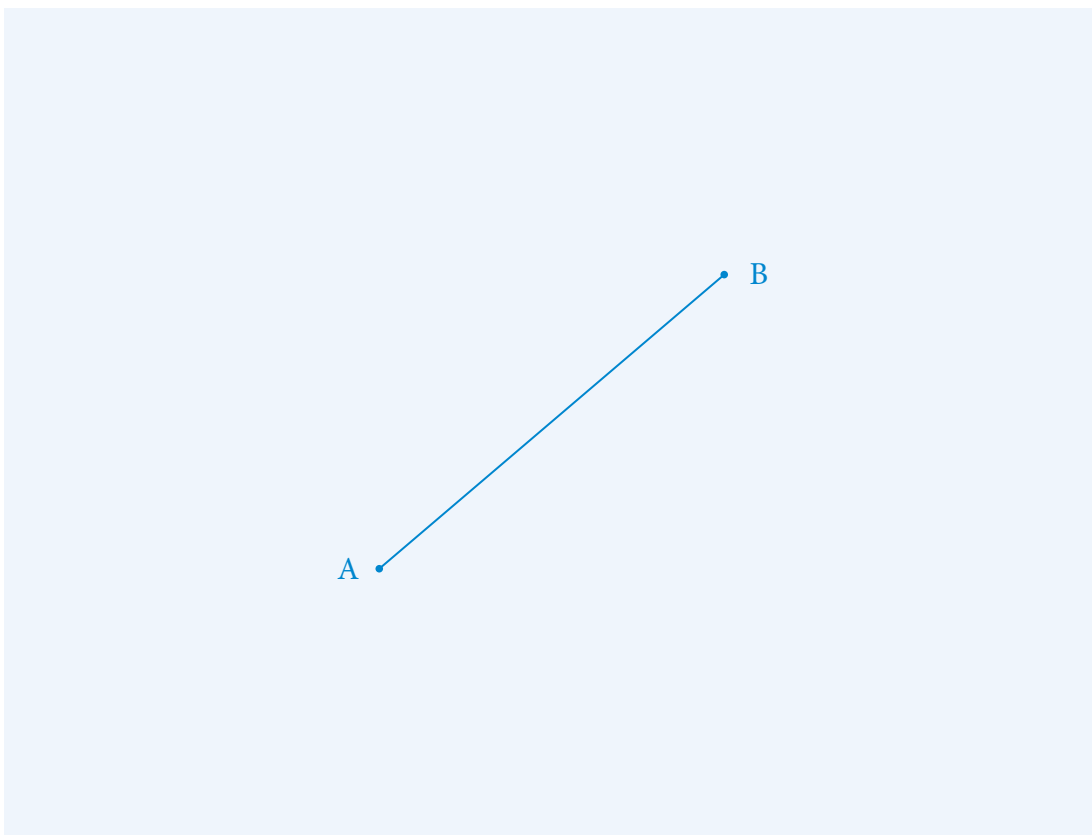
Meet  $|KA| = \dots\dots\dots$   
 $|KB| = \dots\dots\dots$

Wat stel je vast? .....

#### EIGENSCHAP

- Elk punt van de middelloodlijn van een lijnstuk ligt op gelijke afstand van de eindpunten van dit lijnstuk.

**Opdracht** Het lijnstuk  $[AB]$  is gegeven.  
Construeer enkele punten zoals aangegeven.



Construeer een punt M zodat  $|AM| = |BM| = 4 \text{ cm}$

Construeer een punt R zodat  $|AR| = |BR| = 5 \text{ cm}$

Construeer een punt S zodat  $|AS| = |BS| = 6 \text{ cm}$

Teken met je geodriehoek de middelloodlijn  $m$  van  $[AB]$ .

Wat stel je vast? .....

### OMGEKEERDE EIGENSCHAP

- Ligt een punt op gelijke afstand van de eindpunten van een lijnstuk, dan ligt dit punt op de middelloodlijn van dit lijnstuk.

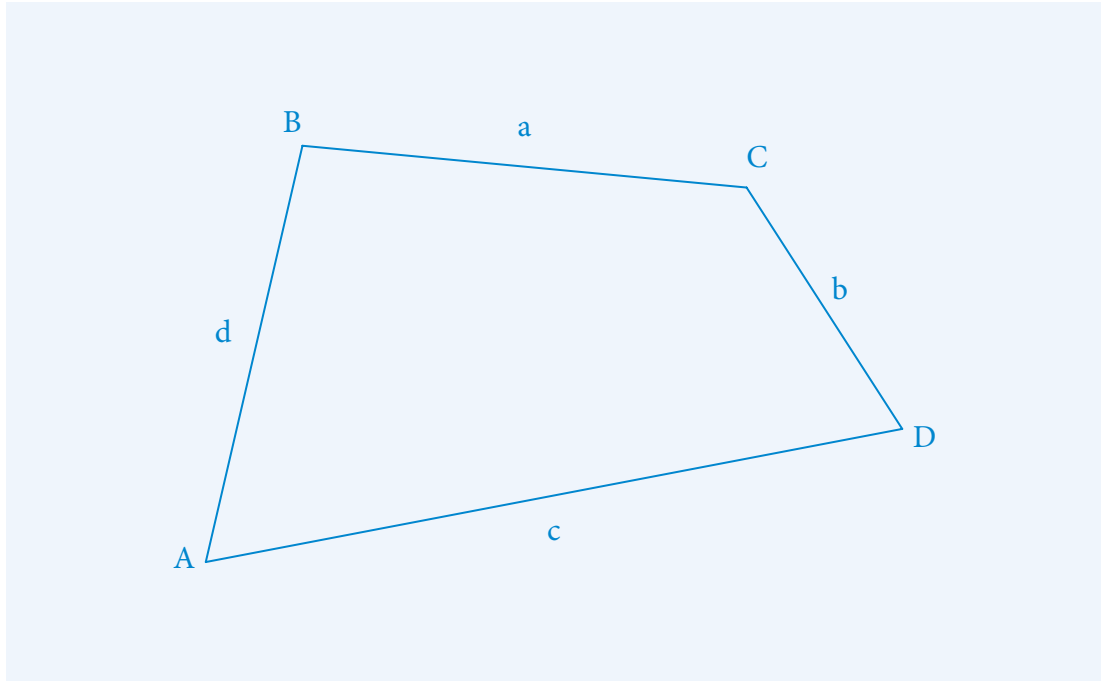
Het is deze eigenschap die we toepassen bij de constructie van de middelloodlijn van een lijnstuk.

Omdat de eigenschap van de middelloodlijn ook een omgekeerde eigenschap heeft, noemen we ze een kenmerkende eigenschap.

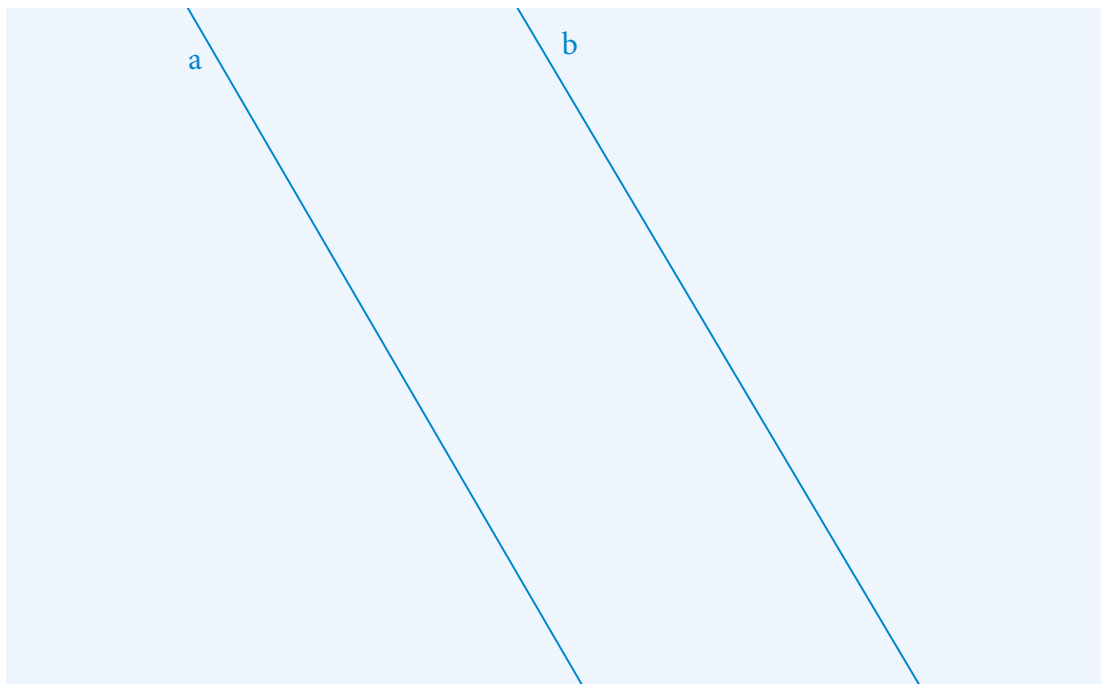
## Oefeningen

### 16 ABCD is een vierhoek.

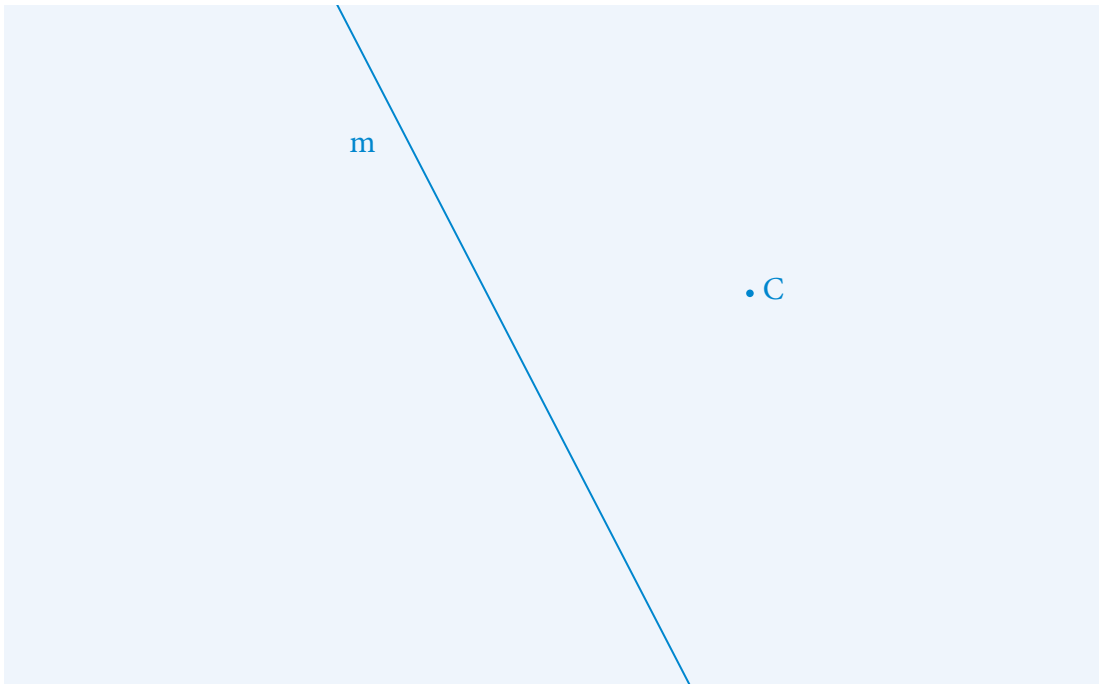
Teken de afstand van het punt A tot de drager van b, van het punt B tot de drager van c, van het punt C tot de drager van d en van het punt D tot de drager van a.



### 17 Teken alle punten die even ver van de evenwijdige rechten a en b liggen.



- 18** De rechte  $m$  is de middelloodlijn van het lijnstuk  $[BC]$ .  
Construeer het punt  $B$  met passer en lat.



- 19** Teken twee cirkels met middelpunten  $O$  en  $M$  en met verschillende stralen.  
Zorg ervoor dat de twee cirkels elkaar snijden in de punten  $A$  en  $B$ .  
Teken de rechte  $OM$ . Wat is  $OM$  van het lijnstuk  $[AB]$ ?

Verklaar waarom: .....

.....



# SAMENVATTING

## DEFINITIES

- Het midden van een lijnstuk is het punt van dit lijnstuk dat even ver van de eindpunten van dit lijnstuk ligt.
- De middelloodlijn van een lijnstuk is de rechte die door het midden van het lijnstuk loodrecht op dit lijnstuk wordt getrokken.

## EIGENSCHAP

- Elk punt van de middelloodlijn van een lijnstuk ligt op gelijke afstand van de eindpunten van dit lijnstuk.

## OMGEKEERDE EIGENSCHAP

- Ligt een punt op gelijke afstand van de eindpunten van een lijnstuk, dan ligt dit punt op de middelloodlijn van dit lijnstuk.



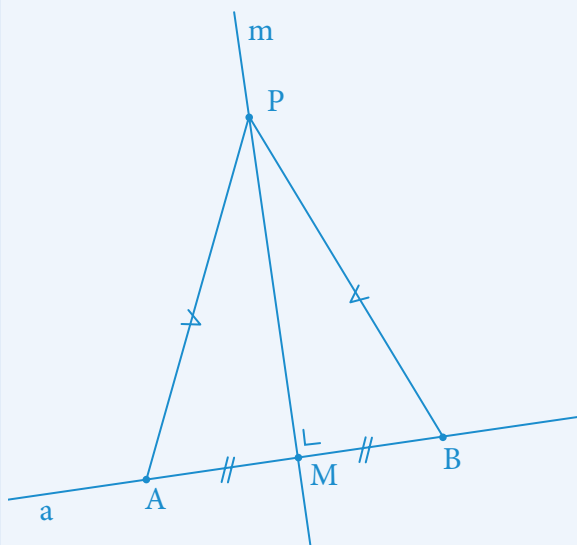
$[AB]$  en  $[CD]$  zijn lijnstukken.

$|AB|$  is de lengte van het lijnstuk  $[AB]$ .

$|AB| = 3 \text{ cm}$

$||AB||$  is het maatgetal van de lengte van het lijnstuk  $[AB]$ .

$||AB|| = 3$



De afstand van het punt A tot het punt B is  $|AB|$ .

De afstand van het punt P tot de rechte a is de loodrechte afstand  $|PM|$ .

Het punt M is het midden van het lijnstuk  $[AB]$  want  $|AM| = |MB|$ .

De rechte m is de middelloodlijn van het lijnstuk  $[AB]$  want  $|AM| = |MB|$  en  $m \perp [AB]$

Het punt P ligt op de middelloodlijn m van het lijnstuk  $[AB]$  en dus is  $|PA| = |PB|$ .



## 4 Hoeken



### OP VERKENNING!



#### **Een deltavlieger**

Een populair type zweefvlieger is de Rogallo.

Hij is genoemd naar een ingenieur van de NASA die hem ontwierp in zijn vrije tijd op het einde van de jaren 1940.

Hij wilde een luchtvaartuig dat goedkoop was en geschikt was voor sportieve doeleinden.

Hij werkte een systeem uit van vleugels die hun vorm behouden onder de druk van de lucht.

De eerste Rogallo werd in augustus 1958 uitgetest.

Rogallo's uitvinding lag aan de basis van het deltavliegen.

Hoeken spelen een zeer grote rol bij de Rogallo-zwever: de zeilen van de zwever bestaan uit twee even grote driehoeken, waarvan de zijden en hoeken twee aan twee gelijk zijn.

1

2

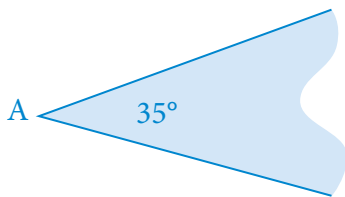
3

4

## 4.1 Hoeken

### DEFINITIE

- Een hoek is een deel van een vlak begrensd door twee halfrechten met een gemeenschappelijk grenspunt.



Een hoek is dus een deelverzameling van het vlak  $\pi$ .

**Notatie**  $\hat{A} \subset \pi$

**Lees** de hoek  $\hat{A}$  is een deelverzameling van het vlak  $\pi$ .

De twee halfrechten zijn de **benen** van de hoek, het gemeenschappelijk punt is het **hoekpunt**.

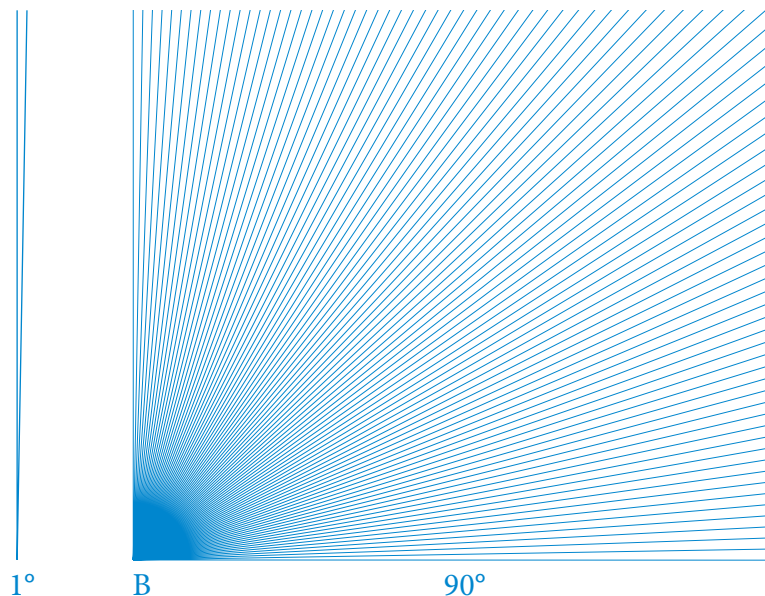
- Hoeken kun je meten in **graden**.

We spreken af dat een rechte hoek 90 graden is.

Als je die hoek in 90 even grote hoekjes verdeelt, dan meet elk hoekje 1 graad ( $1^\circ$ ).

**Notatie**  $|\hat{A}| = 35^\circ$                        $|\hat{B}| = 90^\circ$                        $|\hat{A}| < |\hat{B}|$

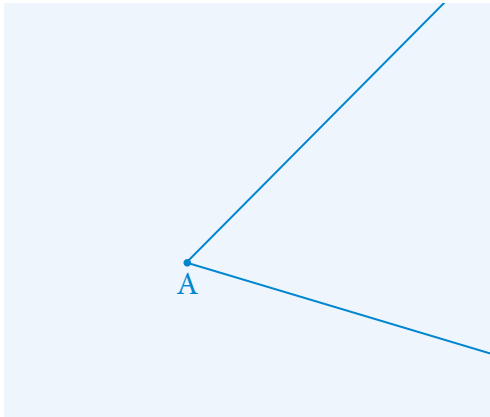
**Lees** de grootte van de hoek  $\hat{A}$  is kleiner dan de grootte van de hoek  $\hat{B}$ .



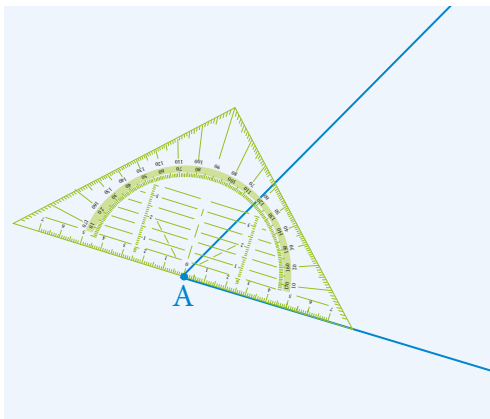
- Het 60<sup>ste</sup> deel van een graad noem je 1 minuut:  $1'$
- Het 60<sup>ste</sup> deel van een minuut noem je 1 seconde:  $1''$
- Dus 1 rechte hoek is  $90^\circ$                        $1^\circ = 60'$                        $1' = 60''$

## 4.2 Hoeken meten

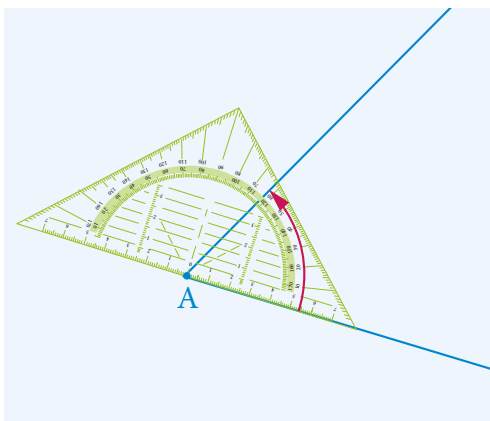
**Opdracht** Meet de hoek  $\hat{A}$ . Gebruik een gradenboog of een geodriehoek.



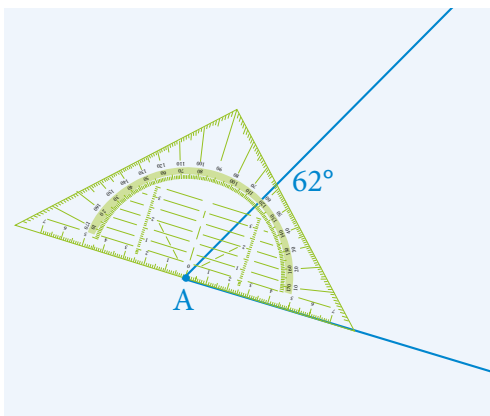
Hoe meet je de hoek  $\hat{A}$ ?



Leg de geodriehoek op de hoek  $\hat{A}$ .  
0 komt precies op A.  
De langste zijde van je geodriehoek valt samen met een been van de hoek.



Loop vanaf dat been langs de boog met de getallen 10, 20, 30 ...



Het andere been duidt op de geodriehoek de grootte van de hoek aan.  
 $|\hat{A}| = 62^\circ$

1

2

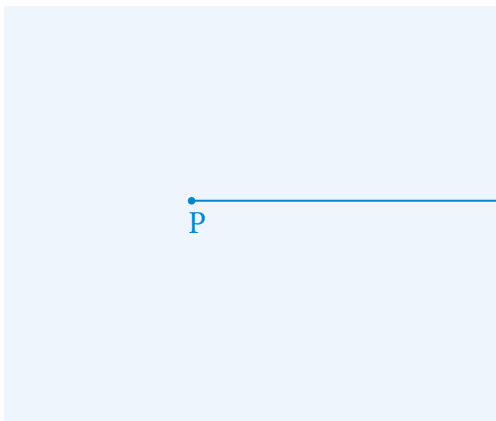
3

4

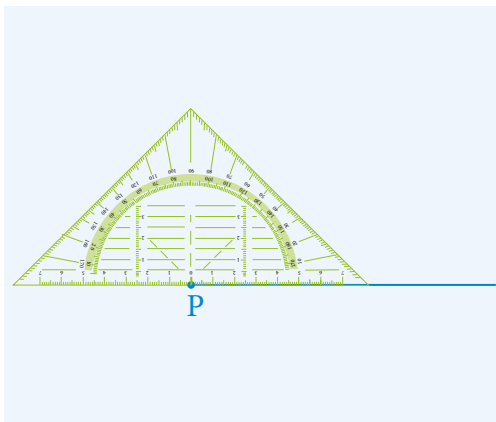
## 4.3 Hoeken tekenen

**Opdracht** Teken met een gradenboog of een geodriehoek een hoek van  $120^\circ$ .

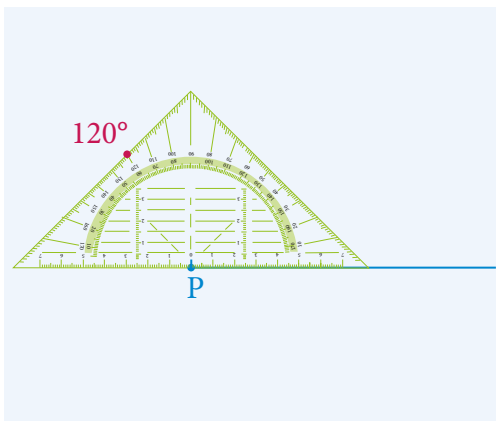
1



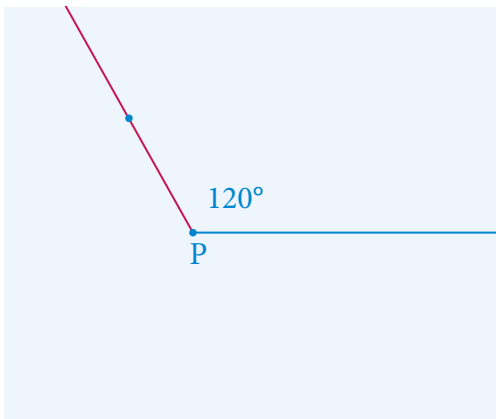
Teken het hoekpunt P en een been van de hoek.



Leg je geodriehoek langs dat ene been. 0 van de meetlat komt precies op P.



Loop vanaf dat been langs de boog met de getallen 10, 20, 30 ... tot 120. Zet daar een punt.



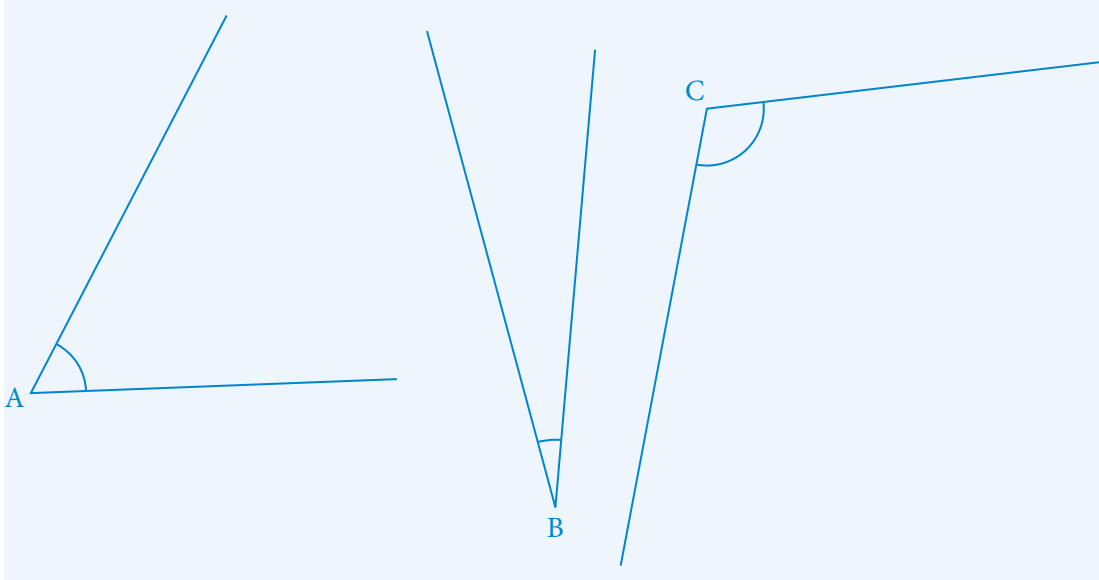
Teken het tweede been van de hoek.  
 $|\hat{P}| = 120^\circ$

4

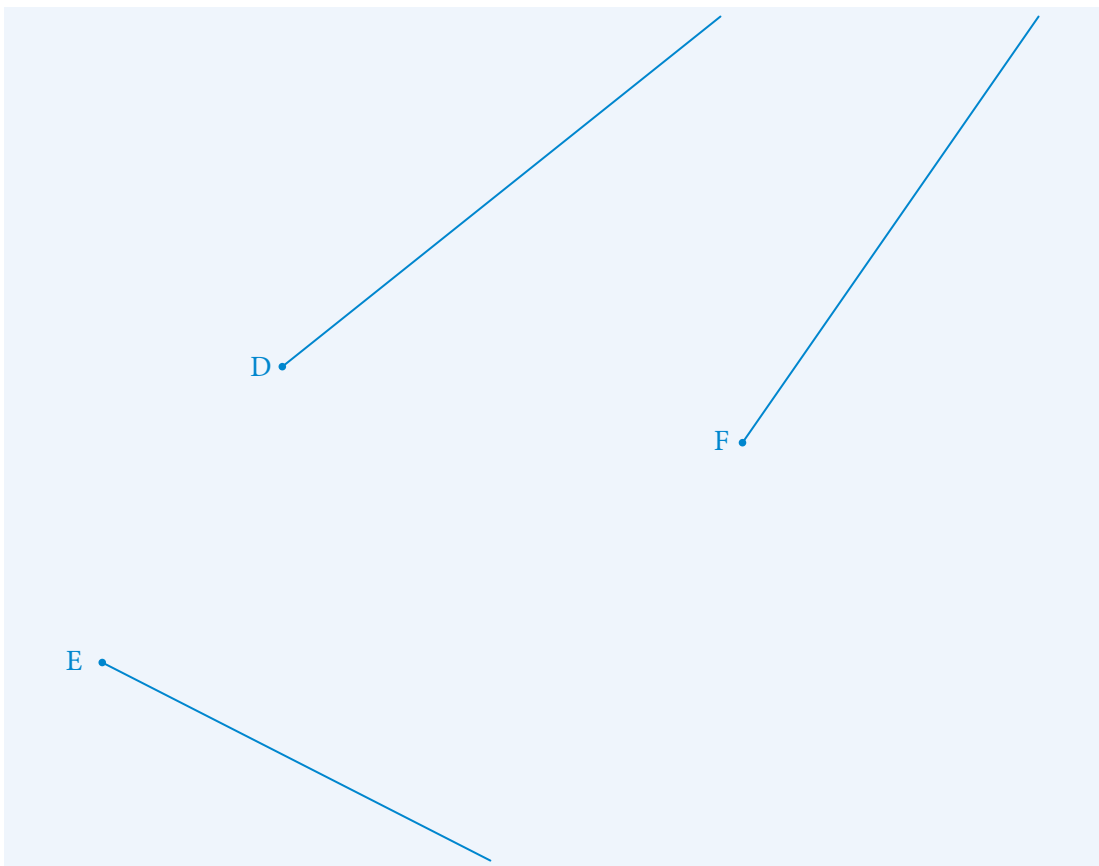
## Oefeningen

- 1 Meet de hoeken  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  en  $\hat{C}$ .

Vul in.  $|\hat{A}| = \dots\dots\dots$   $|\hat{B}| = \dots\dots\dots$   $|\hat{C}| = \dots\dots\dots$



- 2 Teken de hoeken  $\hat{D}$ ,  $\hat{E}$  en  $\hat{F}$  zodat  $|\hat{D}| = 123^\circ$ ;  $|\hat{E}| = 45^\circ$  en  $|\hat{F}| = 250^\circ$ .



1

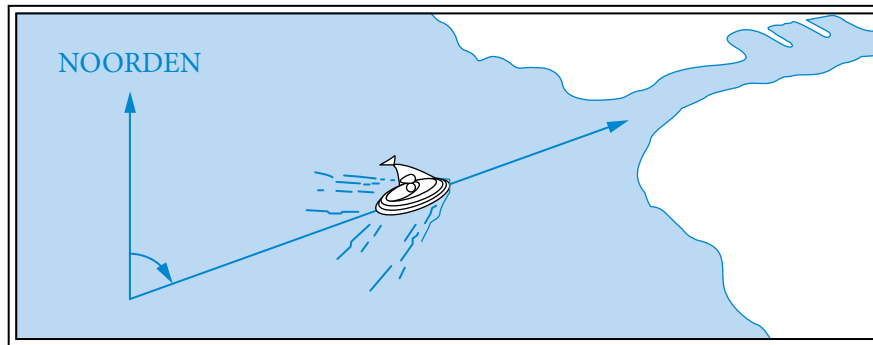
2

3

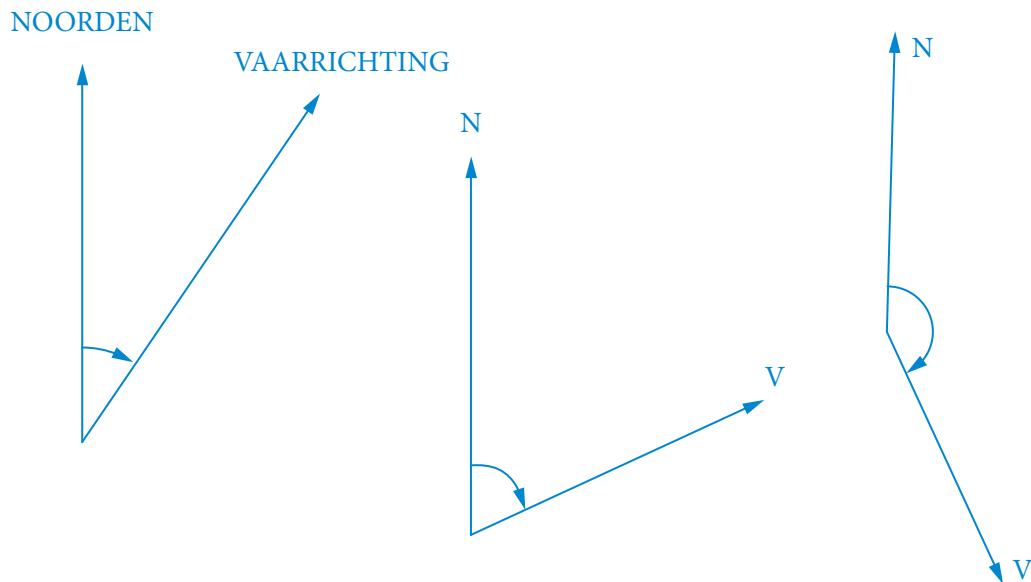
4

- 3** Het schip Tornado vaart in de richting van de haven. De hoek tussen het noorden en de vaarrichting (in wijzerzin) noem je de koers van het schip.

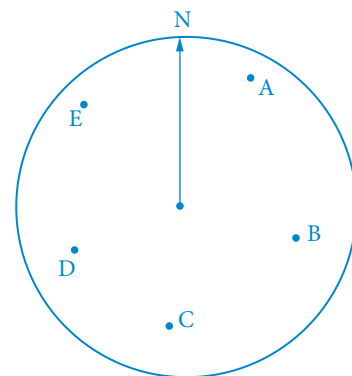
Meet de koers van de Tornado. Antwoord: .....



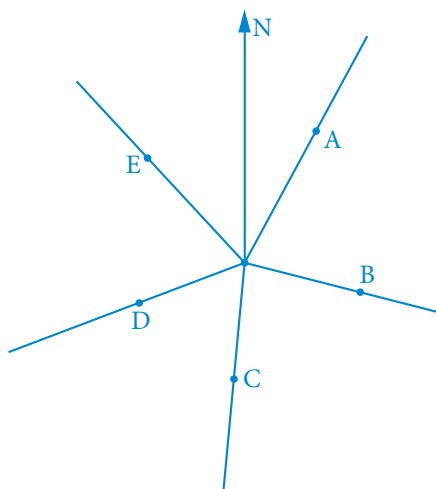
Meet nu ook de volgende koersen op en noteer ze op de tekening.



- 4** In de controletoren van een vliegveld wordt de positie van de vliegtuigen bepaald. Op de radar stelt elk lichtpuntje een vliegtuig voor.



Meet de koersen op.



Vul de tabel in.

vliegtuig	koers
A	
B	
C	
D	
E	

**5 Een robot kan geprogrammeerd worden om een vast traject af te leggen.**

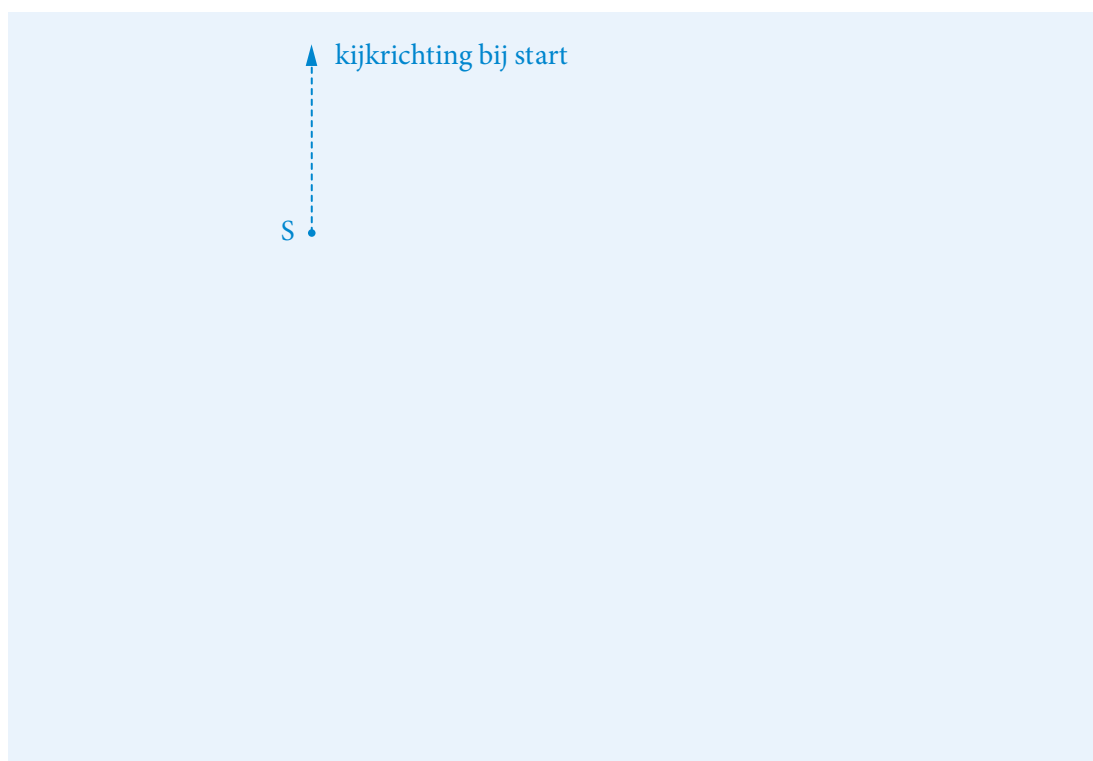
De bewegingsrichting en dus ook de kijkrichting van de robot wordt gewijzigd door het ingeven van een hoek. Dit gebeurt steeds in **wijzerzin**.

Door het ingeven van de afstand weet de robot hoe ver hij moet stappen.


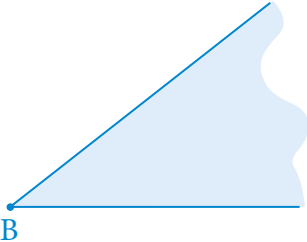
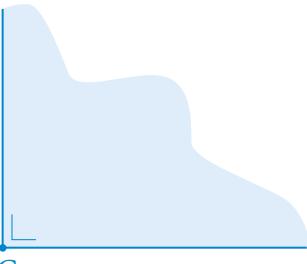
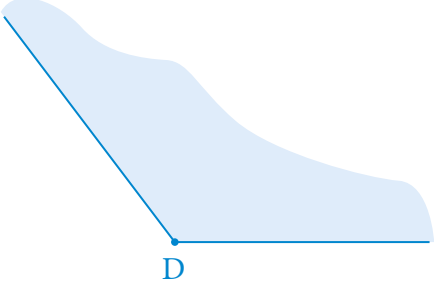
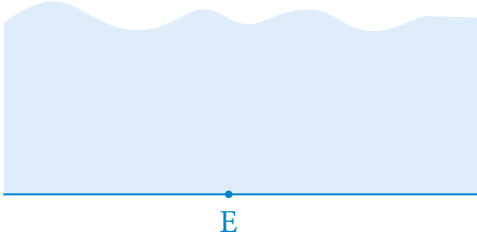
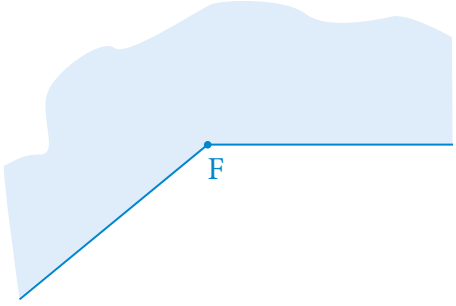
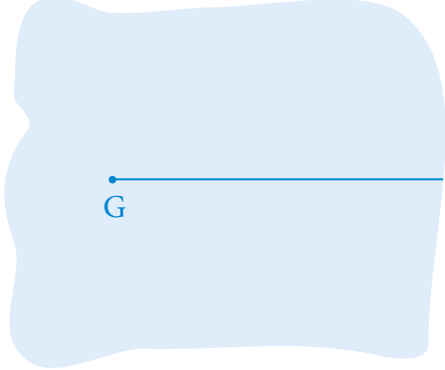
Teken het traject dat deze robot aflegt. Houd rekening met deze instructies.

1. Verander de kijkrichting met een hoek van  $150^\circ$  en loop 3 cm vooruit.
2. Verander de kijkrichting met een hoek van  $225^\circ$  en loop 4 cm vooruit.
3. Verander de kijkrichting met een hoek van  $75^\circ$  en loop 5 cm vooruit.
4. Verander de kijkrichting met een hoek van  $90^\circ$  en loop 1 cm vooruit.

Begin in het startpunt S.

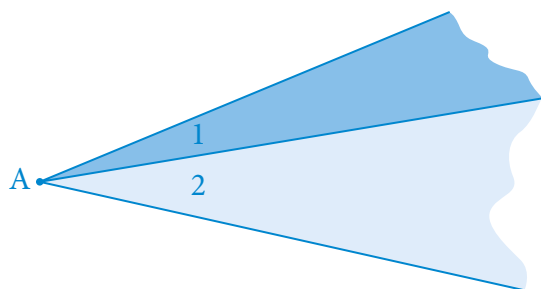


## 4.4 Soorten hoeken

Nulhoek $ \hat{A}  = 0^\circ$	Scherpe hoek $ \hat{B}  < 90^\circ$	Rechte hoek $ \hat{C}  = 90^\circ$
		
Stompe hoek $90^\circ <  \hat{D}  < 180^\circ$		Gestrekte hoek $ \hat{E}  = 180^\circ$
		
Inspringende hoek $180^\circ <  \hat{F}  < 360^\circ$		Volle hoek $ \hat{G}  = 360^\circ$
		



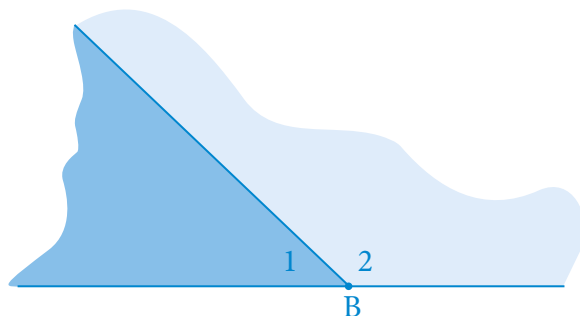
### Aanliggende hoeken



De hoeken  $\hat{A}_1$  en  $\hat{A}_2$  zijn aanliggende hoeken.

1. Ze hebben een gemeenschappelijk hoekpunt.
2. Ze hebben een gemeenschappelijk been.
3. De andere benen liggen aan weerszijden van het gemeenschappelijk been.

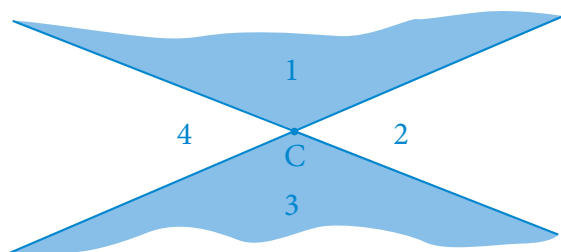
### Nevenhoeken



De hoeken  $\hat{B}_1$  en  $\hat{B}_2$  zijn nevenhoeken.

1. Het zijn aanliggende hoeken.
2. Ze vormen samen een gestrekte hoek.

### Overstaande hoeken



De hoeken  $\hat{C}_1$  en  $\hat{C}_3$  zijn overstaande hoeken.

Ook  $\hat{C}_2$  en  $\hat{C}_4$  zijn overstaande hoeken.

**Merk op dat**

$$|\hat{C}_1| + |\hat{C}_2| = 180^\circ$$

$$|\hat{C}_3| + |\hat{C}_4| = 180^\circ$$

$$\text{Dus is } |\hat{C}_1| = |\hat{C}_3|$$

$$\text{en dus ook } |\hat{C}_2| = |\hat{C}_4|$$

**Besluit**

Overstaande hoeken zijn even groot.

1

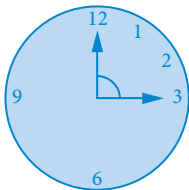
2

3

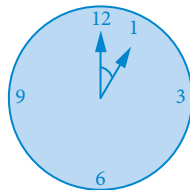
4

## Oefeningen

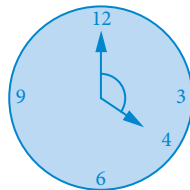
**6** De wijzers van een klok vormen telkens een hoek.



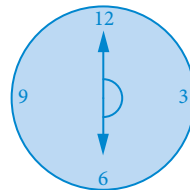
A



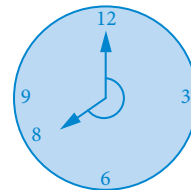
B



C



D



E

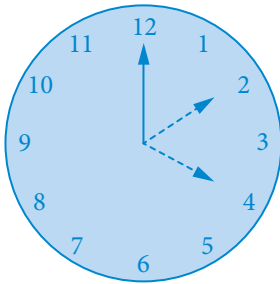
Welke soort hoek vormen de wijzers van deze klokken?

klok A ..... (.....°) | klok D ..... (.....°)

klok B ..... (.....°) | klok E ..... (.....°)

klok C ..... (.....°)

**7** Hoe groot is de hoek die de kleine wijzer aflegt indien hij de volgende bewegingen maakt?



Hij draait van 4 u. naar 6 u. ....

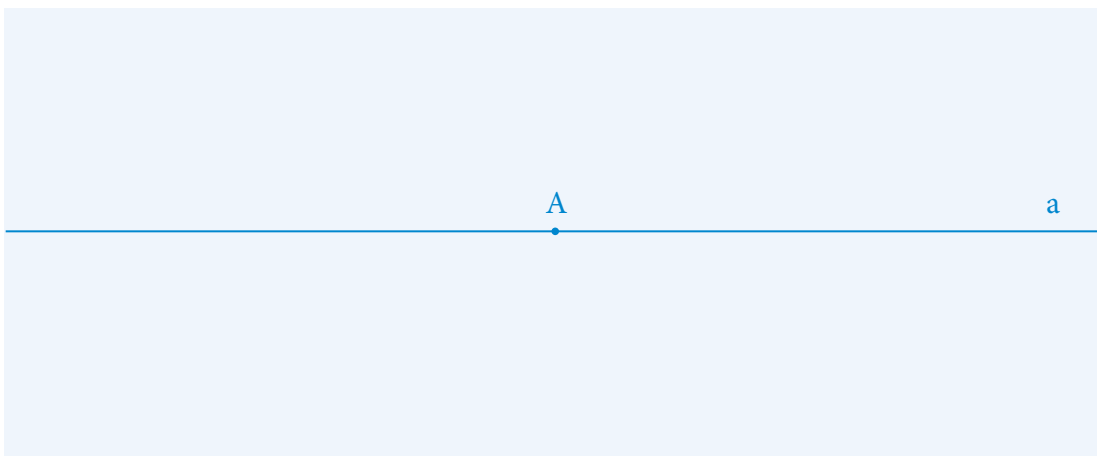
Hij draait van 2 u. naar 6 u. ....

Hij draait van 3 u. naar 9 u. ....

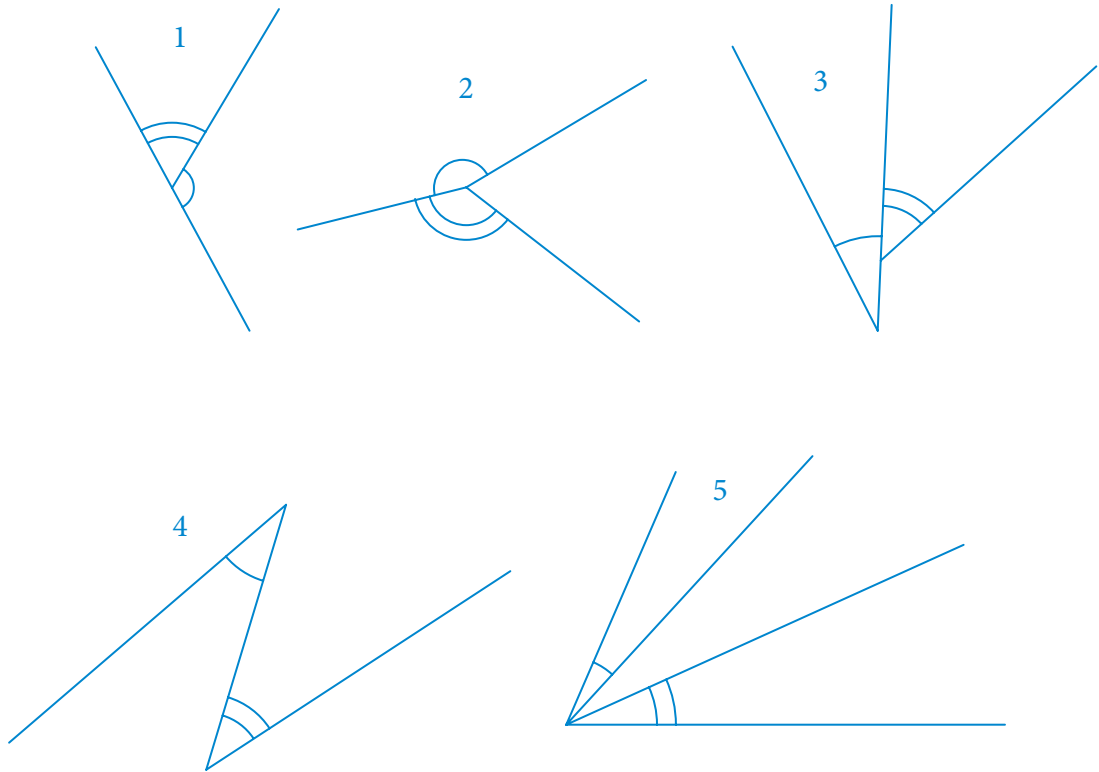
Hij draait van 3 u. naar 11 u. ....

**8** Teken alle hoeken met hoekpunt A die  $50^\circ$  zijn en waarvan een been op de rechte a ligt.

Hoeveel oplossingen zijn er? Antwoord: .....



**9 Welke hoeken zijn aanliggend?** .....



**10 Bereken (niet meten) en verklaar de grootte van de hoeken  $\hat{A}_2$ ,  $\hat{A}_3$  en  $\hat{A}_4$ .**

$|\hat{A}_1| = 132^\circ$

$|\hat{A}_2| = \dots\dots\dots$

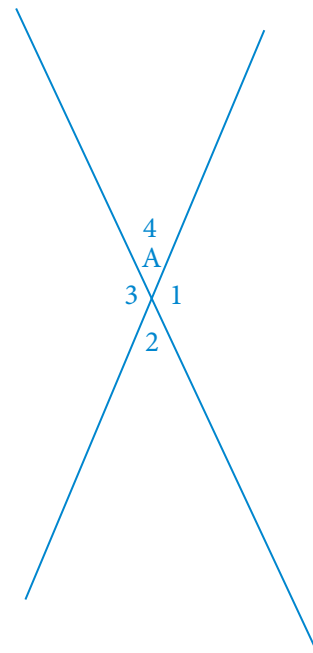
Verklaring: .....

$|\hat{A}_3| = \dots\dots\dots$

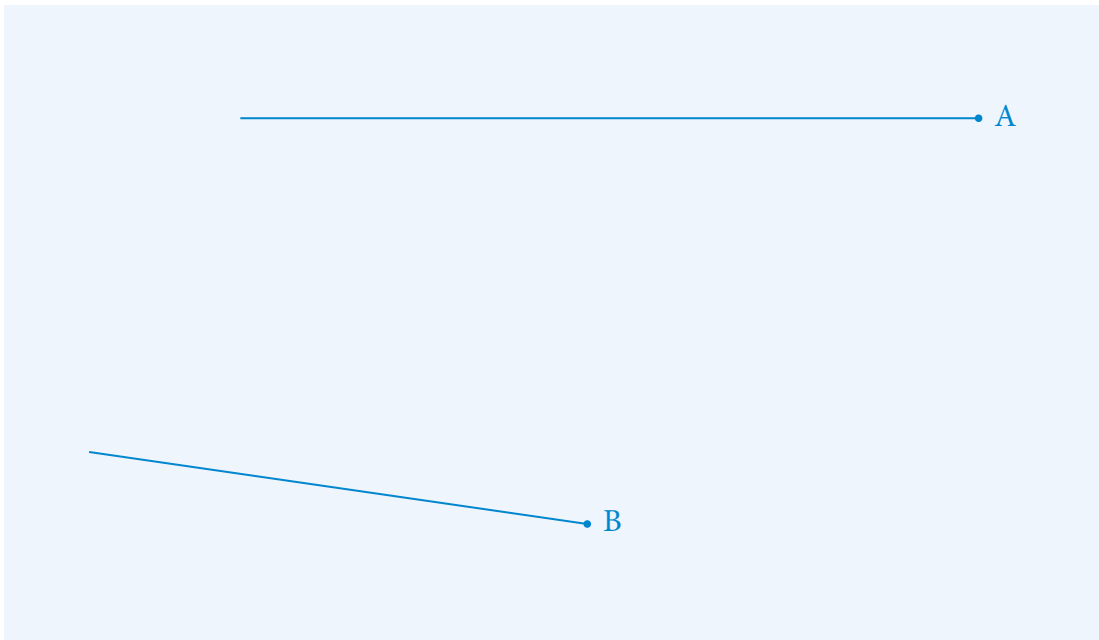
Verklaring: .....

$|\hat{A}_4| = \dots\dots\dots$

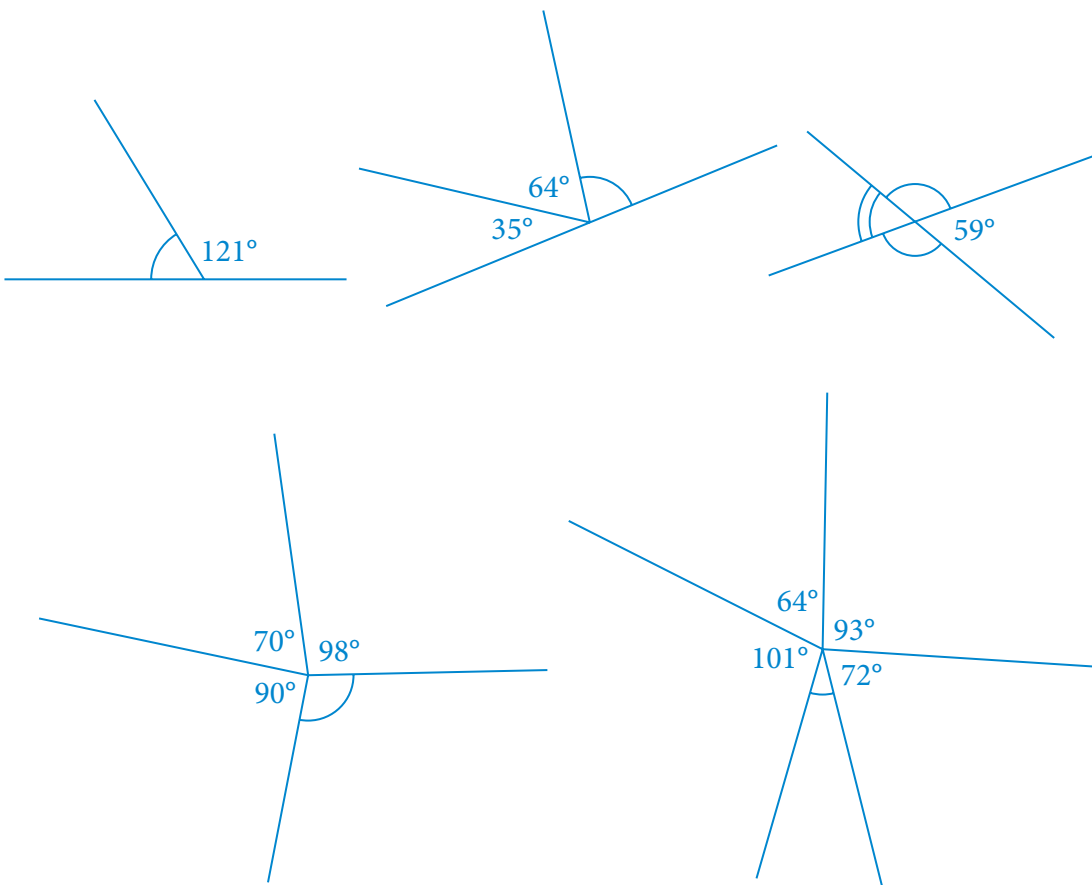
Verklaring: .....



- 11 Teken twee aanliggende hoeken  $\hat{A}_1$  en  $\hat{A}_2$  zodat  $|\hat{A}_1| = 34^\circ$  en  $|\hat{A}_2| = 85^\circ$ .  
Teken twee nevenhoeken  $\hat{B}_1$  en  $\hat{B}_2$  zodat  $|\hat{B}_1| = 76^\circ$ .

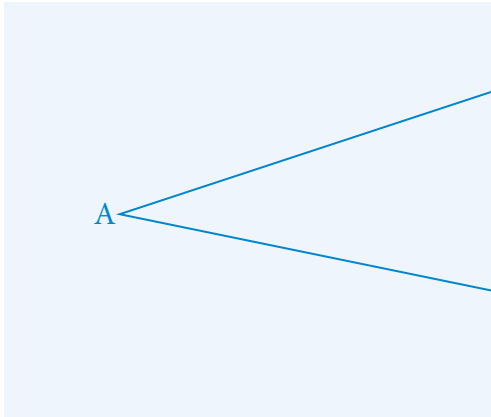


- 12 Bereken de gemarkeerde hoeken.

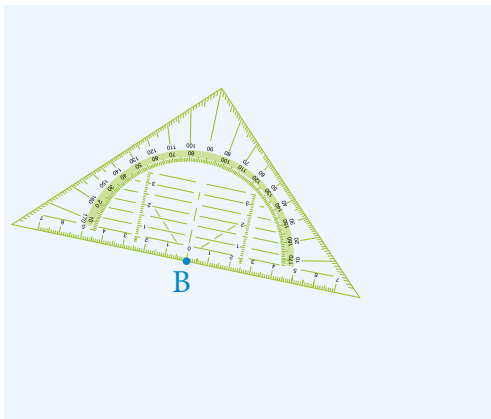


## 4.5 Een hoek overtekenen

**Opdracht** Teken de hoek  $\hat{A}$  over. Gebruik de gradenboog of geodriehoek.



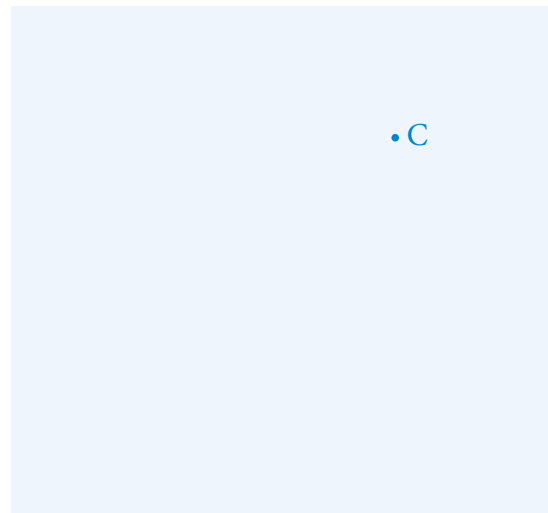
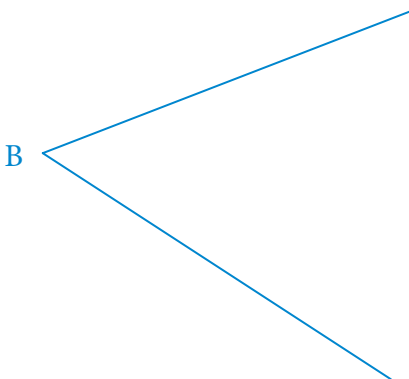
Je meet de hoek  $\hat{A}$  met de geodriehoek.



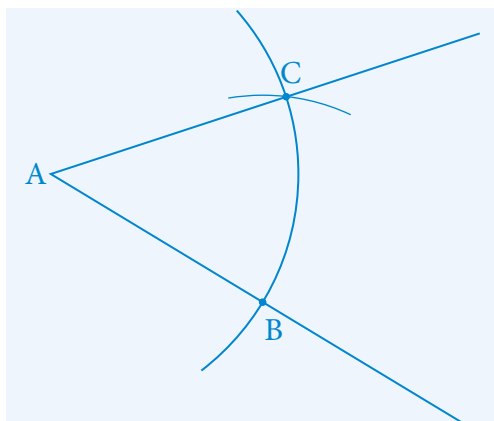
Bepaal de grootte van de hoek met de gradenboog en teken de hoek dan opnieuw.

### Oefening

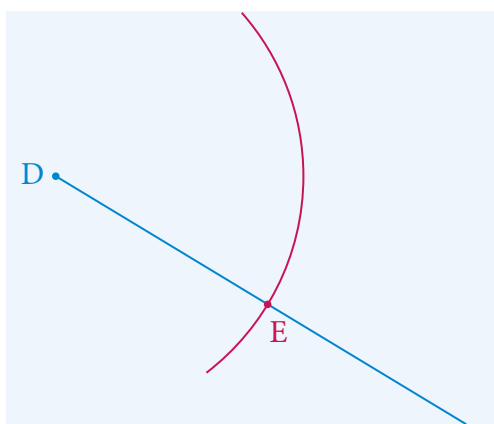
- 13** De hoek  $\hat{B}$  is gegeven.  
Teken een even grote hoek  $\hat{C}$ .



**Opdracht** Teken de hoek  $\hat{A}$  over. Gebruik de passer en lat.



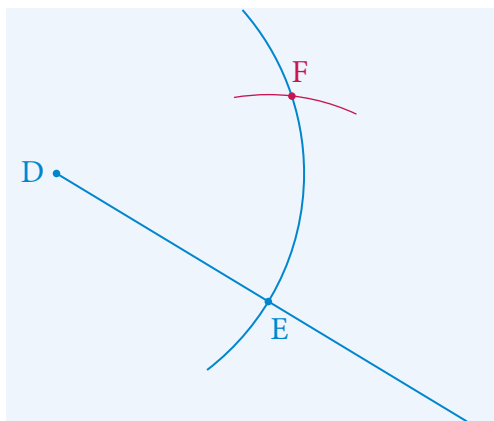
Teken de hoek  $\hat{A}$  over met passer en lat.



Teken het hoekpunt D en een been van de hoek.

Zet het passerpunt in D.

Teken een boog zodat  $|DE| = |AB|$ .

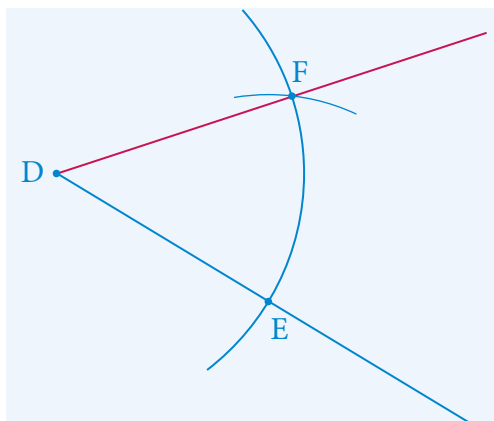


Neem als passeropening  $|BC|$ .

Zet het passerpunt in E.

Teken een boog met  $|EF| = |BC|$ .

F is het snijpunt van beide boogjes.

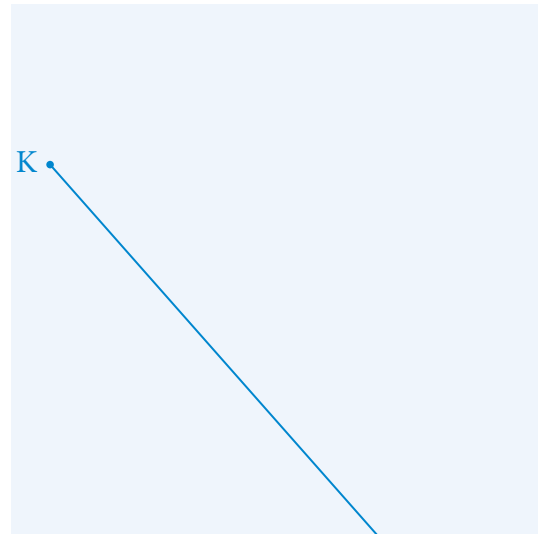
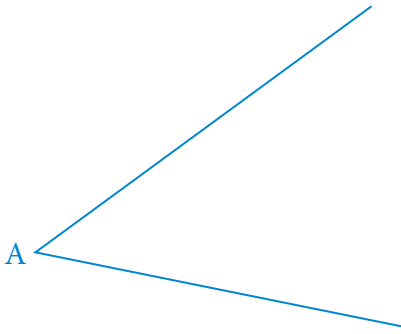


De halfrechte  $[DF$  is het tweede been van de hoek.

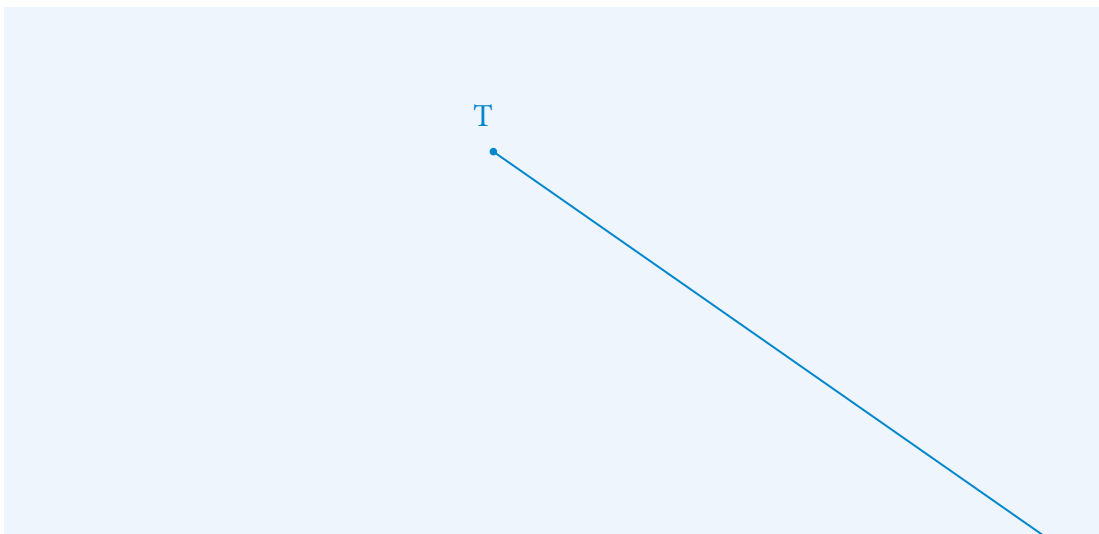
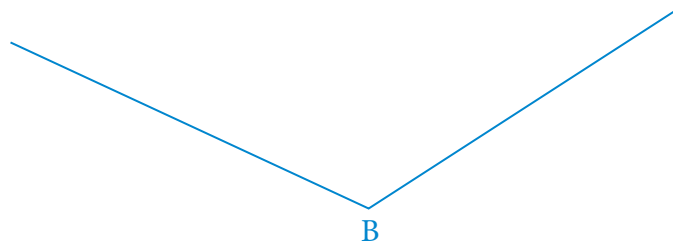
## Oefening

- 14 Construeer telkens een hoek met dezelfde grootte. Gebruik je passer.

$$|\hat{A}| = |\hat{K}|$$



$$|\hat{B}| = |\hat{T}|$$



1

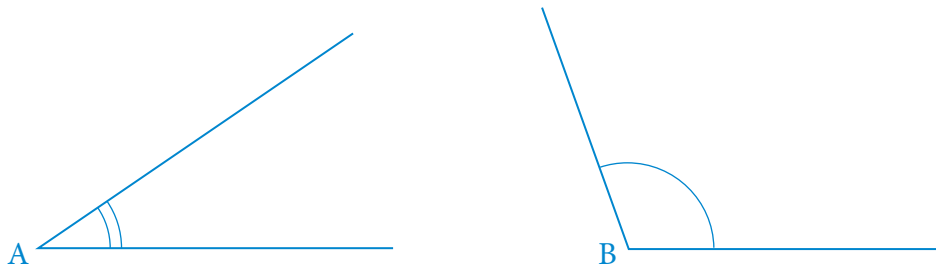
2

3

4

## 4.6 Bewerkingen met hoeken

De grootte van hoeken kun je optellen, aftrekken of vermenigvuldigen met een getal.



$$|\hat{A}| = 35^\circ \quad |\hat{B}| = 110^\circ \quad ||\hat{A}|| = 35 \quad ||\hat{B}|| = 110$$

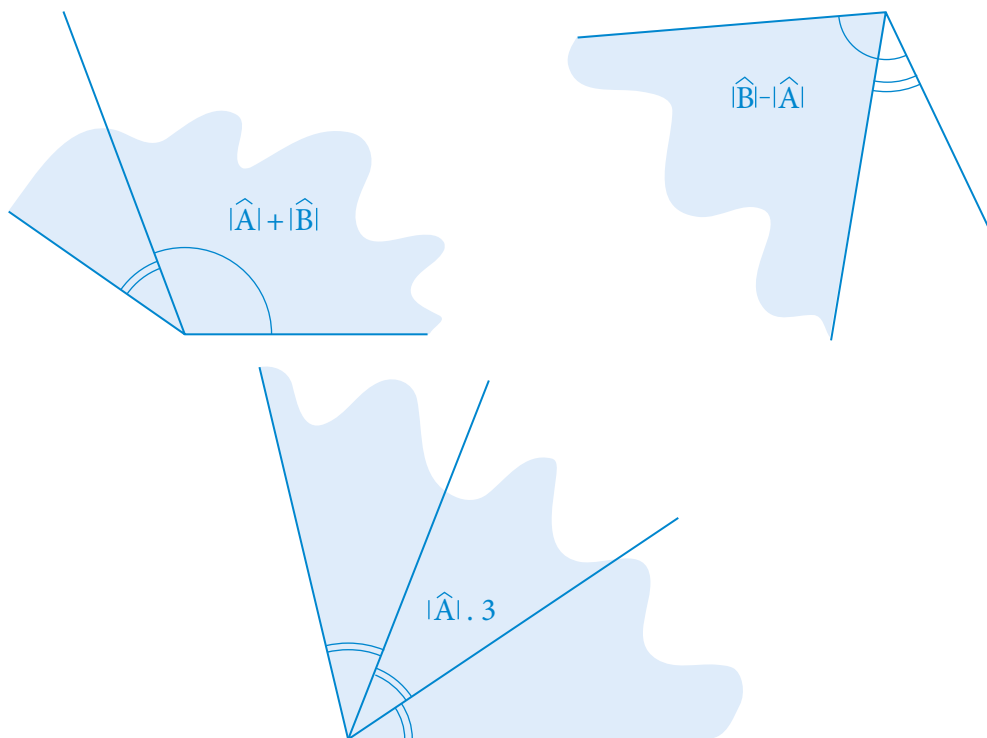
**Lees**  $|\hat{A}|$  : de grootte van de hoek A.  
 $||\hat{A}||$  : het maatgetal van de grootte van de hoek A.

**Optellen**  $|\hat{A}| + |\hat{B}| = 35^\circ + 110^\circ = 145^\circ$

**Aftrekken**  $|\hat{B}| - |\hat{A}| = 110^\circ - 35^\circ = 75^\circ$

**Vermenigvuldigen met een getal**  $|\hat{A}| \cdot 3 = 35^\circ \cdot 3 = 105^\circ$

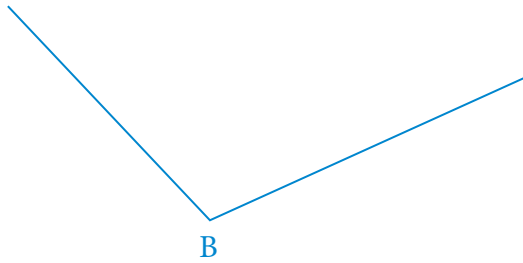
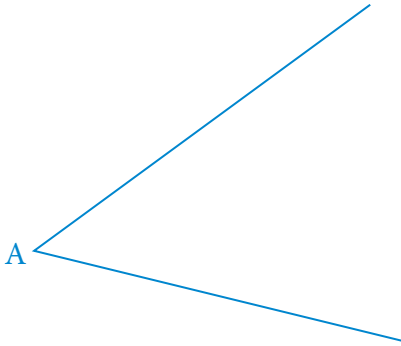
**Je kunt dit ook tekenen.**





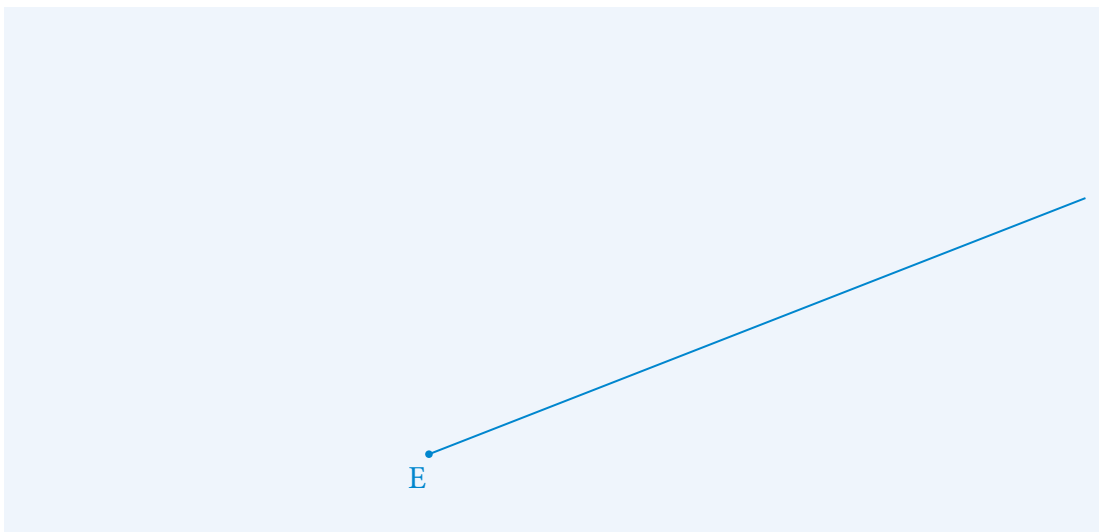
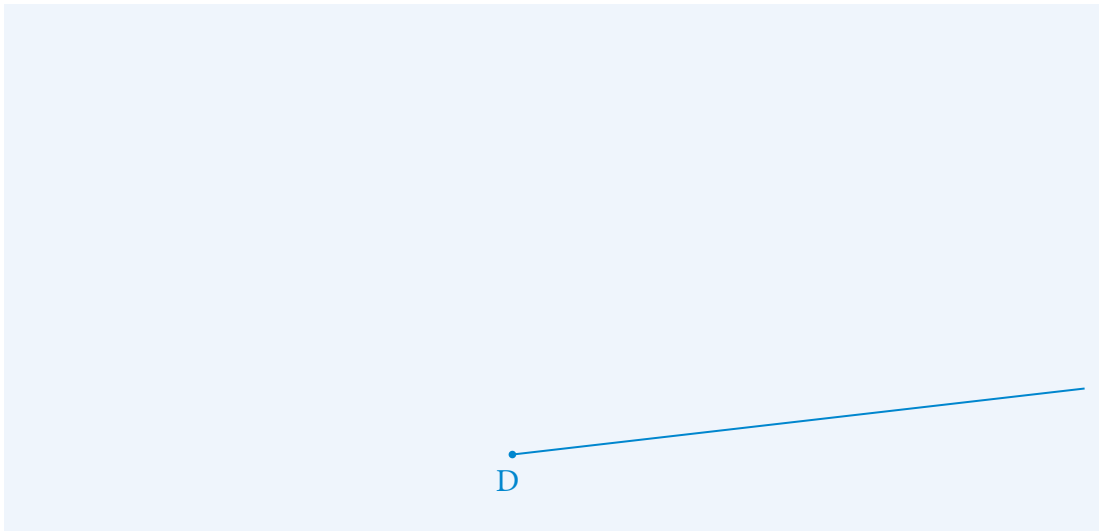
## Oefeningen

- 15 De hoeken  $\hat{A}$  en  $\hat{B}$  zijn gegeven.  
Construeer de hoeken  $\hat{D}$  en  $\hat{E}$  zoals aangegeven. Gebruik je passer.



$$|\hat{D}| = |\hat{A}| + |\hat{B}|$$

$$|\hat{E}| = |\hat{B}| - |\hat{A}|$$



1

2

3

4

16  $|\hat{B}_1| = 36^\circ$

$|\hat{B}_3| = 18^\circ$

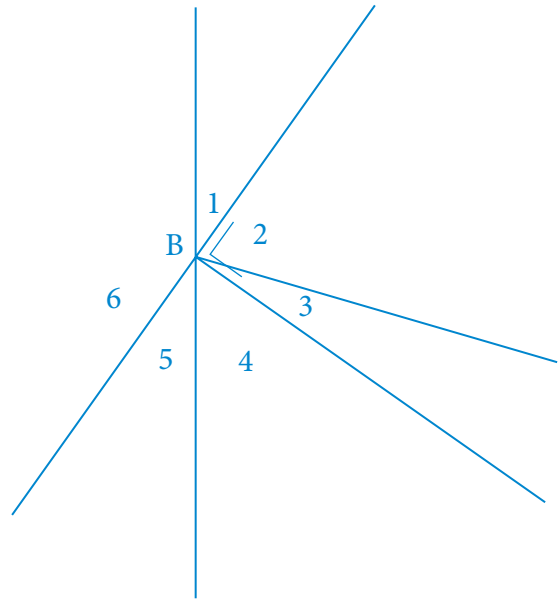
Bereken (niet meten!)

$|\hat{B}_2| = \dots\dots\dots$

$|\hat{B}_4| = \dots\dots\dots$

$|\hat{B}_5| = \dots\dots\dots$

$|\hat{B}_6| = \dots\dots\dots$

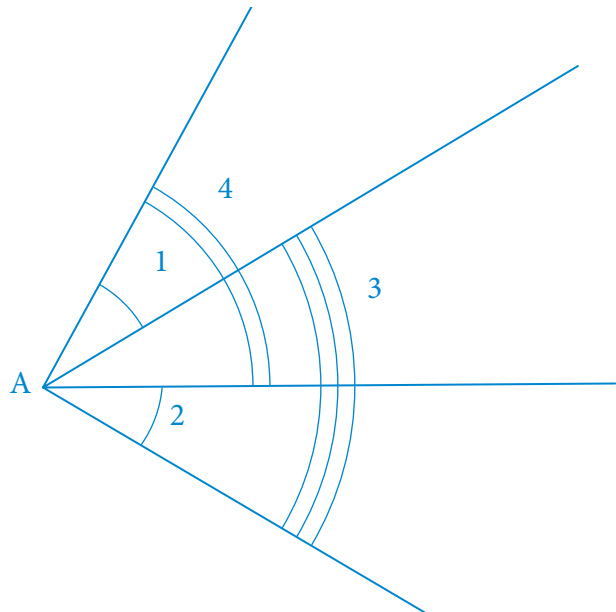


17  $|\hat{A}_1| = |\hat{A}_2|$

Toon aan dat

$|\hat{A}_3| = |\hat{A}_4|$

Antwoord:

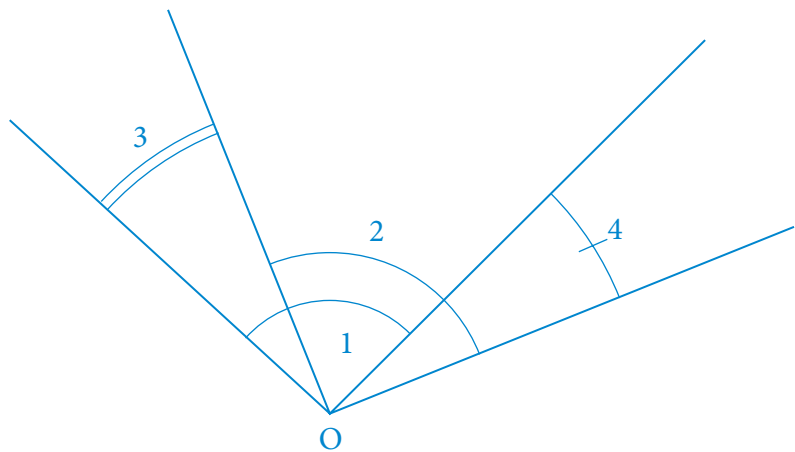


18  $|\hat{O}_1| = |\hat{O}_2|$

Toon aan dat

$|\hat{O}_3| = |\hat{O}_4|$

Antwoord:



**19 Bereken.**

$\begin{array}{r} 26^\circ \quad 34' \quad 17'' \\ + 19^\circ \quad 15' \quad 24'' \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{r} 37^\circ \quad 22' \quad 49'' \\ + 16^\circ \quad 7' \quad 35'' \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{r} 14^\circ \quad 48' \quad 57'' \\ + 6^\circ \quad 39' \quad 34'' \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \end{array}$
$\begin{array}{r} 98^\circ \quad 43' \quad 16'' \\ - 23^\circ \quad 27' \quad 9'' \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{r} 34^\circ \quad 23' \quad 27'' \\ - 15^\circ \quad 14' \quad 38'' \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ - \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}$
$\begin{array}{r} 57^\circ \quad 34' \quad 19'' \\ - 25^\circ \quad 38' \quad 26'' \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ - \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ - \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}$
$\begin{array}{r} 13^\circ \quad 7' \quad 16'' \\ \times \quad \quad \quad 3 \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{r} 5^\circ \quad 19' \quad 27'' \\ \times \quad \quad \quad 7 \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{r} 16^\circ \quad 34' \quad 48'' \\ \times \quad \quad \quad 5 \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \end{array}$

**20 De hoeken  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  en  $\hat{C}$  zijn samen  $180^\circ$ .**

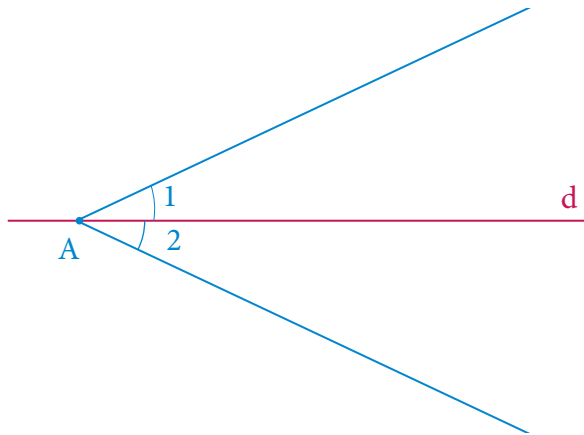
$|\hat{B}| = 21^\circ 23' 25''$  en  $|\hat{C}| = 98^\circ 52' 47''$

Bereken  $|\hat{A}|$ .

## 4.7 Bissectrice (deellijn) van een hoek

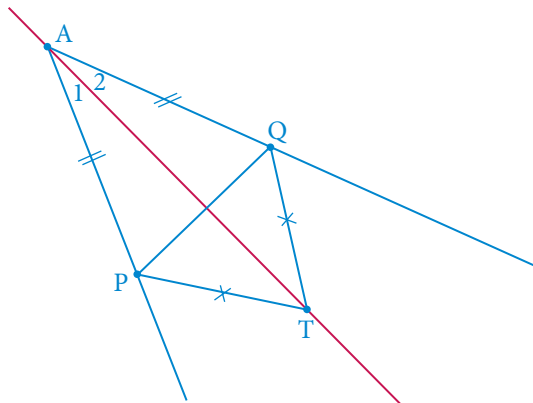
### DEFINITIE

- De bissectrice van een hoek is de rechte die de hoek verdeelt in twee hoeken met dezelfde grootte.



De rechte d is de bissectrice van de hoek  $\hat{A}$  want  $|\hat{A}_1| = |\hat{A}_2|$ .

## 4.8 Een bissectrice tekenen



Je neemt de punten P en Q zodat  $|AP| = |AQ|$ .

Je neemt het punt T zodat  $|PT| = |QT|$ .

De rechte AT is dan de bissectrice van de hoek  $\hat{A}$ .



De figuur is een vlieger.

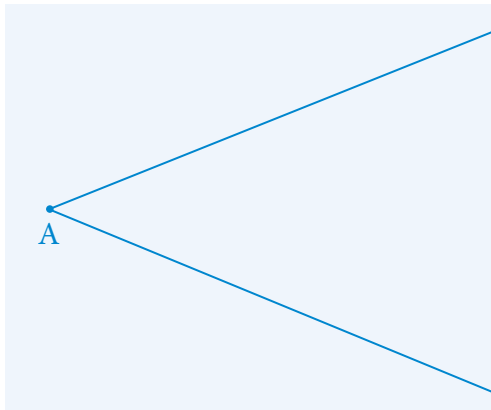
Een vlieger is een vierhoek waarvan twee naast elkaar liggende zijden even lang zijn en de andere twee zijden ook even lang.

Maak je zelf een vlieger, zorg er dan voor dat de rechte AT de bissectrice is van de hoek  $\hat{A}$ .

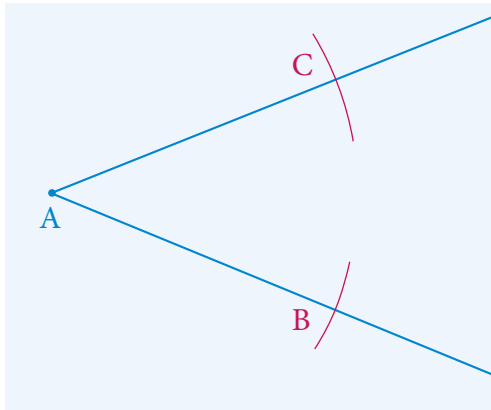
Zijn bij een vlieger de vier zijden even lang, dan krijg je een ruit.

## 4.9 Een bissectrice tekenen met passer en lat

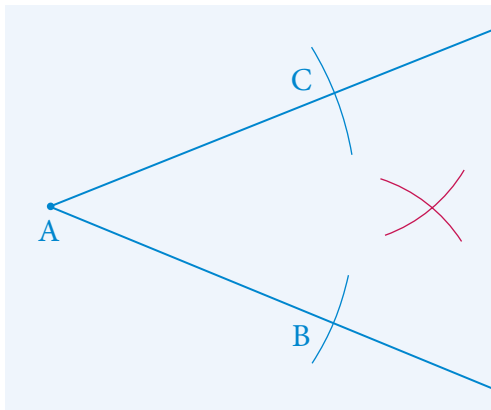
**Opdracht** Teken de bissectrice  $d$  van de hoek  $\hat{A}$ . Gebruik je passer en lat.



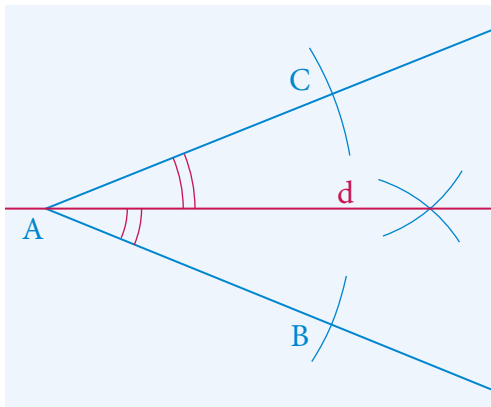
De hoek  $\hat{A}$  is gegeven.



Zet het passerpunt in  $A$ .  
Pas dezelfde afstand af op beide benen  
van de hoek.  
Zo krijg je de snijpunten  $B$  en  $C$ .



Zet het passerpunt in  $B$  en daarna in  $C$ .  
Trek met dezelfde passeropening twee  
boogjes die elkaar snijden.



Trek de rechte door  $A$  en het snijpunt.  
De rechte  $d$  is de bissectrice van de hoek  $\hat{A}$

1

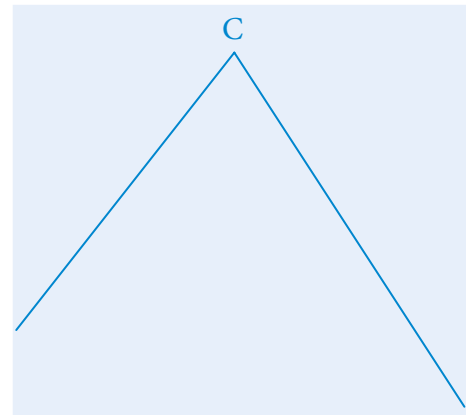
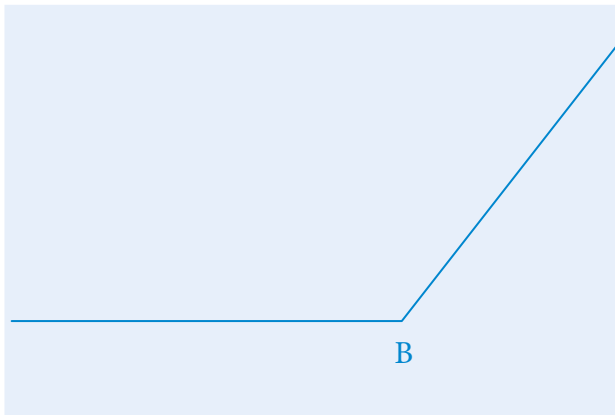
2

3

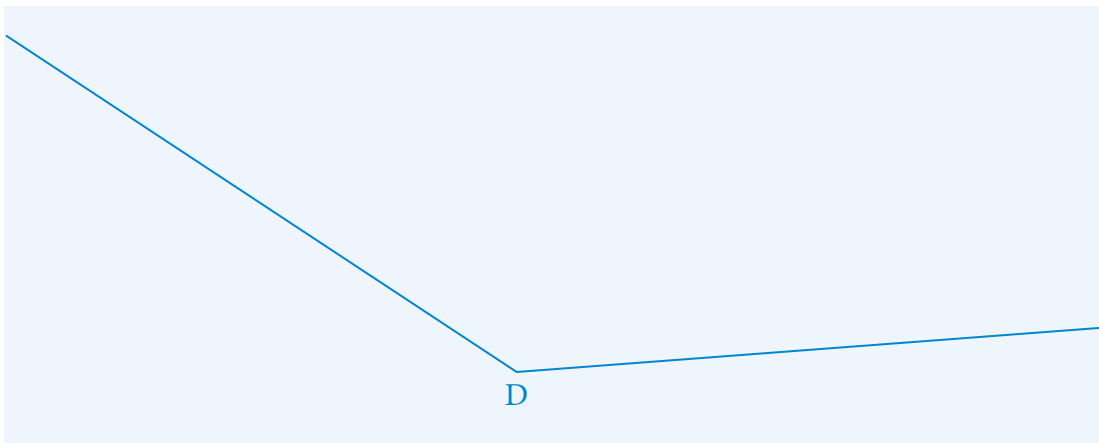
4

## Oefeningen

- 21 Construeer de bissectrice van de hoeken  $\hat{B}$  en  $\hat{C}$ .



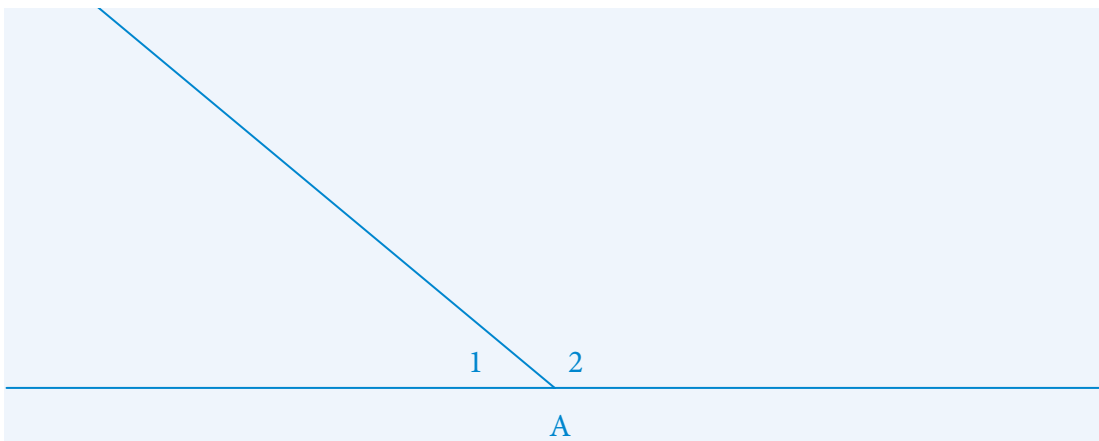
- 22 Verdeel de hoek  $\hat{D}$  in vier even grote hoeken.



- 23 Construeer de bissectrices van de hoeken  $\hat{A}_1$  en  $\hat{A}_2$ .

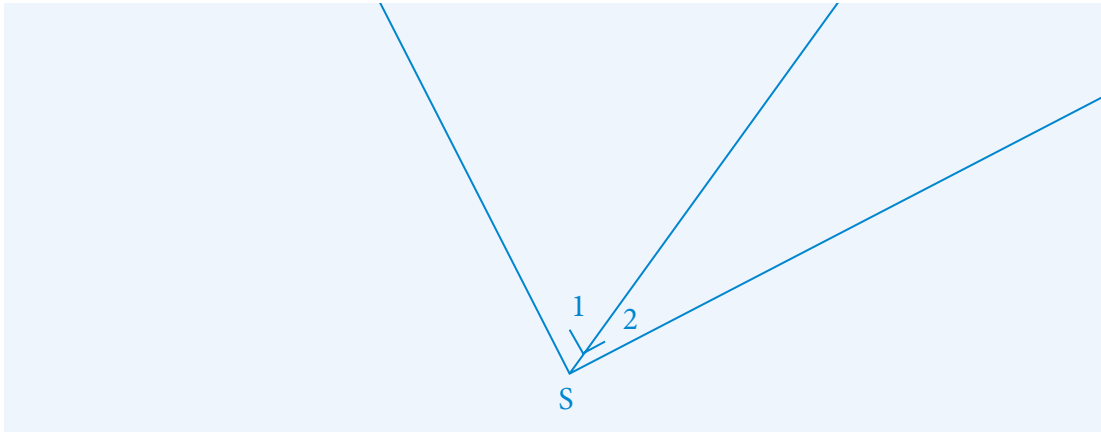
Vul in. De hoeken  $\hat{A}_1$  en  $\hat{A}_2$  zijn ..... Hun som is .....

Hoe groot is de hoek die gevormd wordt door beide bissectrices? .....



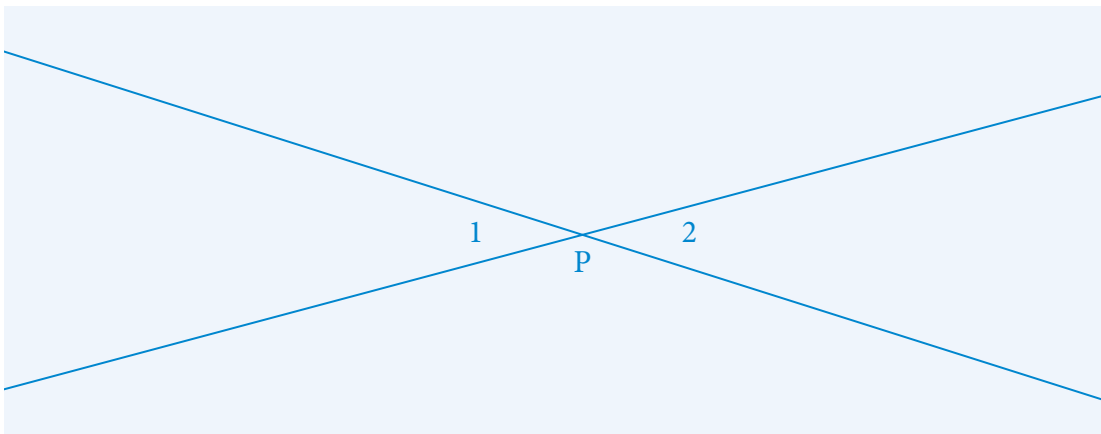
**24** Teken de bissectrices van de hoeken  $\hat{S}_1$  en  $\hat{S}_2$ .

Hoe groot is de hoek die gevormd wordt door de bissectrices? .....



**25** Teken de bissectrices van de hoeken  $\hat{P}_1$  en  $\hat{P}_2$ .

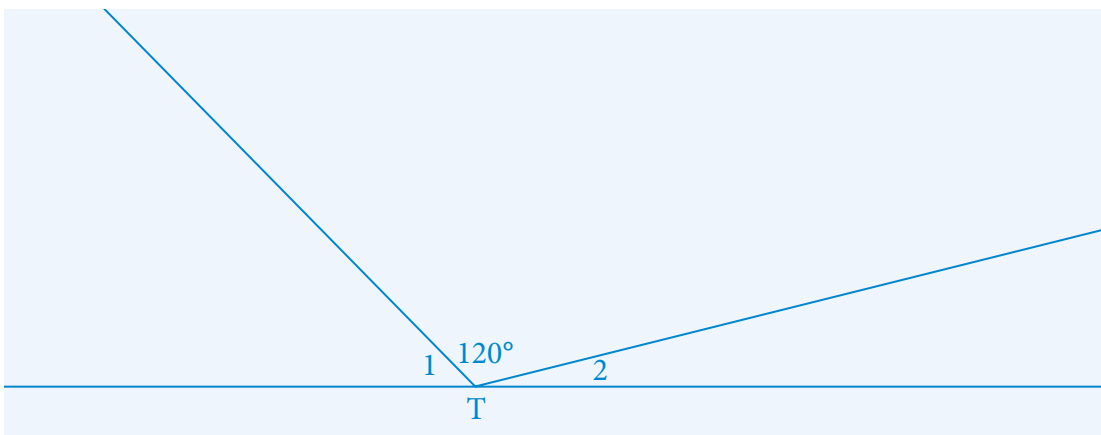
Wat merk je? .....



**26** Teken de bissectrices van hoeken  $\hat{T}_1$  en  $\hat{T}_2$ .

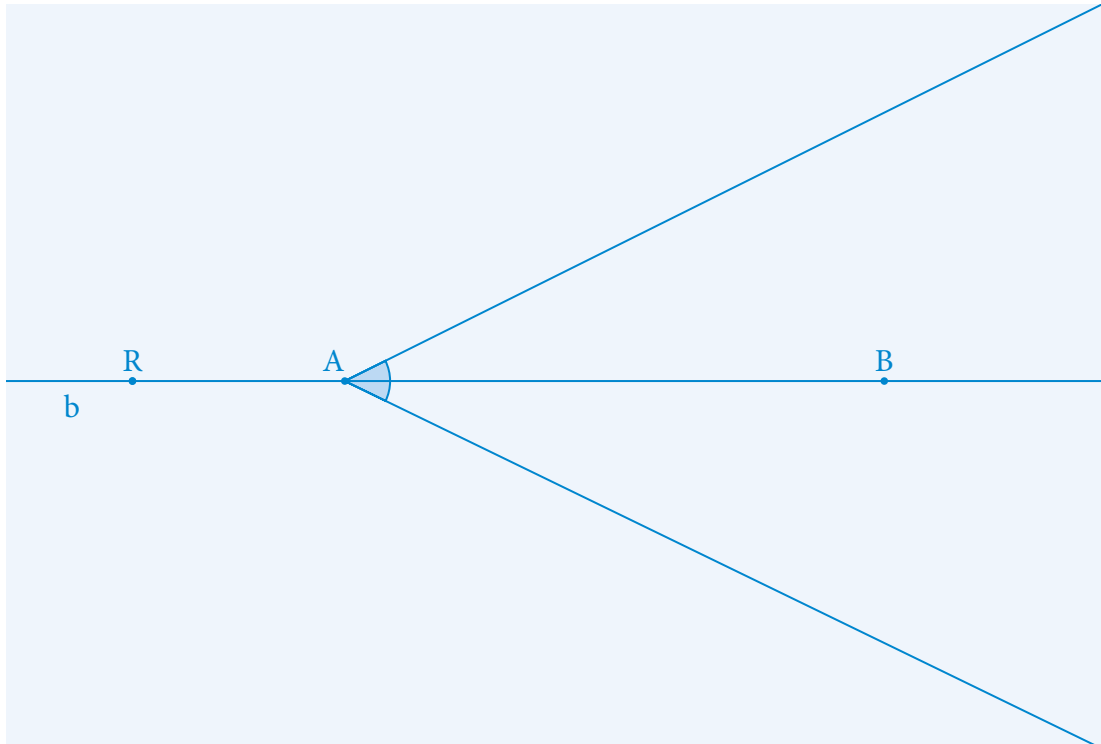
Vul in.  $|\hat{T}_1| + |\hat{T}_2| =$  .....

Bereken de hoek die gevormd wordt door beide bissectrices. ....



## 4.10 Eigenschap van de bissectrice

**Opdracht** De rechte  $b$  is de bissectrice van de hoek  $\hat{A}$ .  
Neem enkele punten op de rechte  $b$ .



- Teken de (loodrechte) afstand van het punt B tot een been van de hoek  $\hat{A}$ .  
Noem die afstand  $|BE|$ .  
Teken ook de (loodrechte) afstand van het punt B tot het andere been van de hoek  $\hat{A}$ .  
Noem die afstand  $|BF|$ .  
Meet  $|BE|$  en  $|BF|$  en vul in  $|BE| = \dots\dots\dots$   $|BF| = \dots\dots\dots$   
Wat stel je vast?  $\dots\dots\dots$
- Neem een willekeurig punt P op de bissectrice  $b$  binnen de gemarkeerde hoek  $\hat{A}$ .  
Teken de afstanden  $|PG|$  en  $|PH|$  tot de benen van de hoek.  
Meet  $|PG|$  en  $|PH|$  en vul in  $|PG| = \dots\dots\dots$   $|PH| = \dots\dots\dots$   
Wat stel je vast?  $\dots\dots\dots$
- Teken de afstanden  $|RS|$  en  $|RT|$  van het punt R tot de dragers van de benen van de hoek  $\hat{A}$ .  
Meet  $|RS|$  en  $|RT|$  en vul in  $|RS| = \dots\dots\dots$   $|RT| = \dots\dots\dots$   
Wat stel je vast?  $\dots\dots\dots$



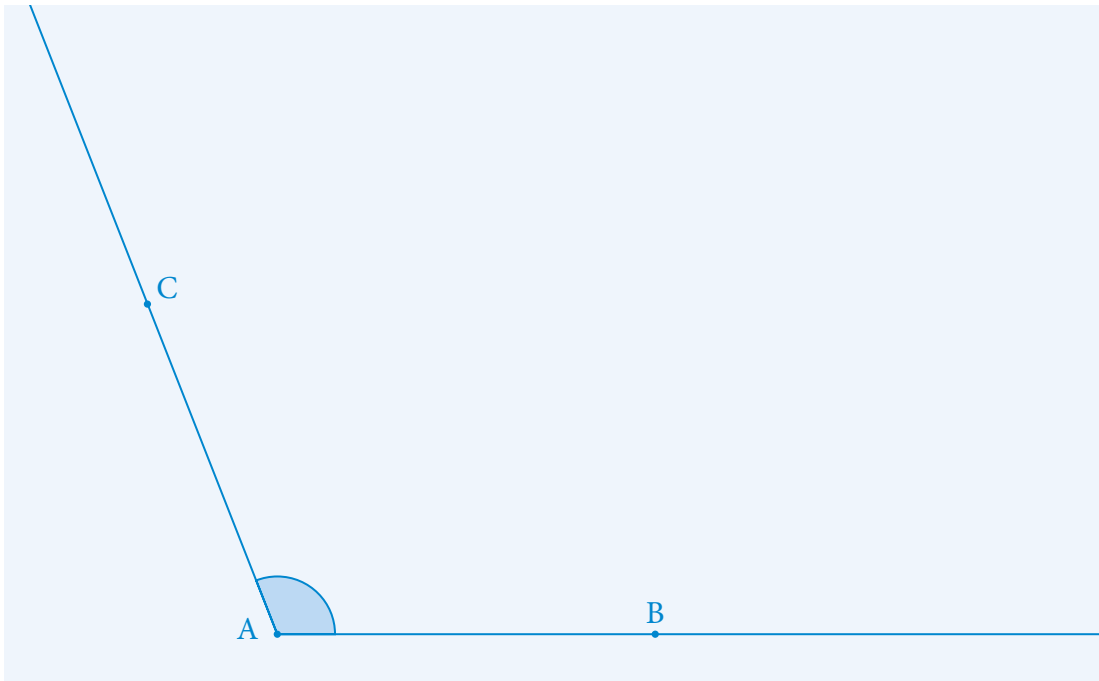
## EIGENSCHAP

- Elk punt van de bissectrice van een hoek ligt op gelijke afstand van de dragers van de benen van die hoek.

## Oefeningen

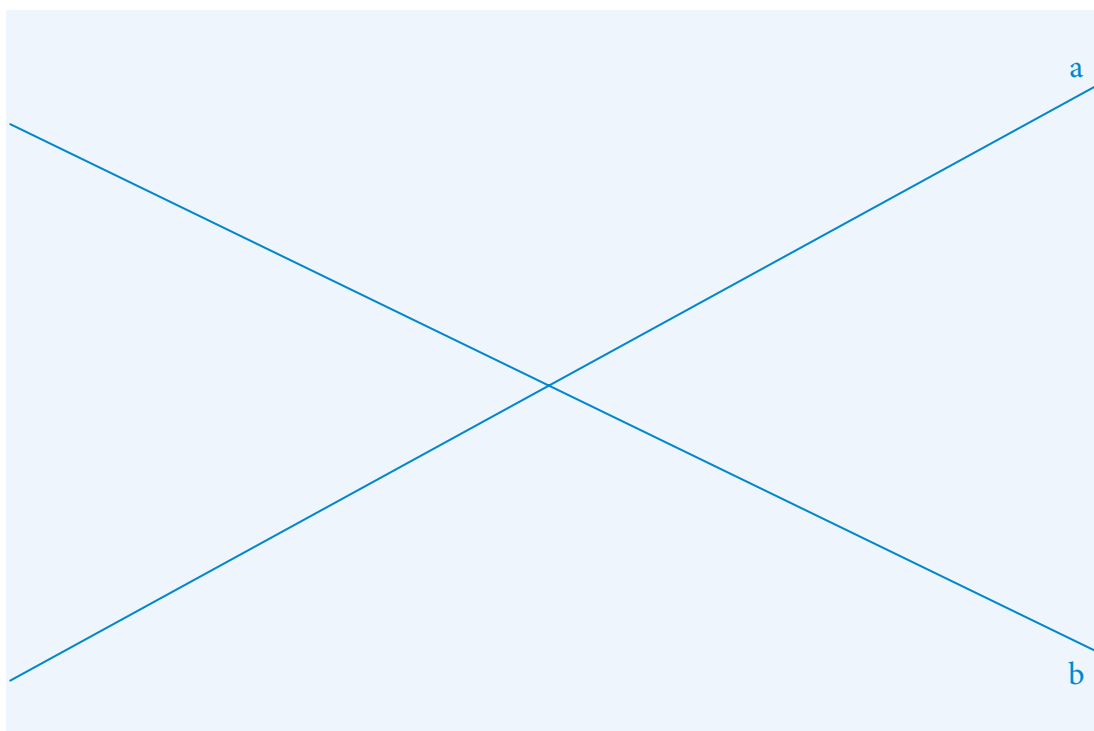
**27** De gemarkeerde hoek  $\widehat{BAC}$  is gegeven.

- Teken in die hoek alle punten die op 2 cm van  $[AB]$  liggen.  
Teken in die hoek ook alle punten die op 2 cm van  $[AC]$  liggen.  
Noem het snijpunt H.
- Teken in die hoek alle punten die op 3,5 cm van  $[AB]$  liggen.  
Teken in die hoek ook alle punten die op 3,5 cm van  $[AC]$  liggen.  
Noem het snijpunt R.
- Teken in die hoek alle punten die op 5,5 cm van  $[AB]$  liggen.  
Teken in die hoek ook alle punten die op 5,5 cm van  $[AC]$  liggen.  
Noem het snijpunt S.
- Teken een rechte b door de punten H, R en S.

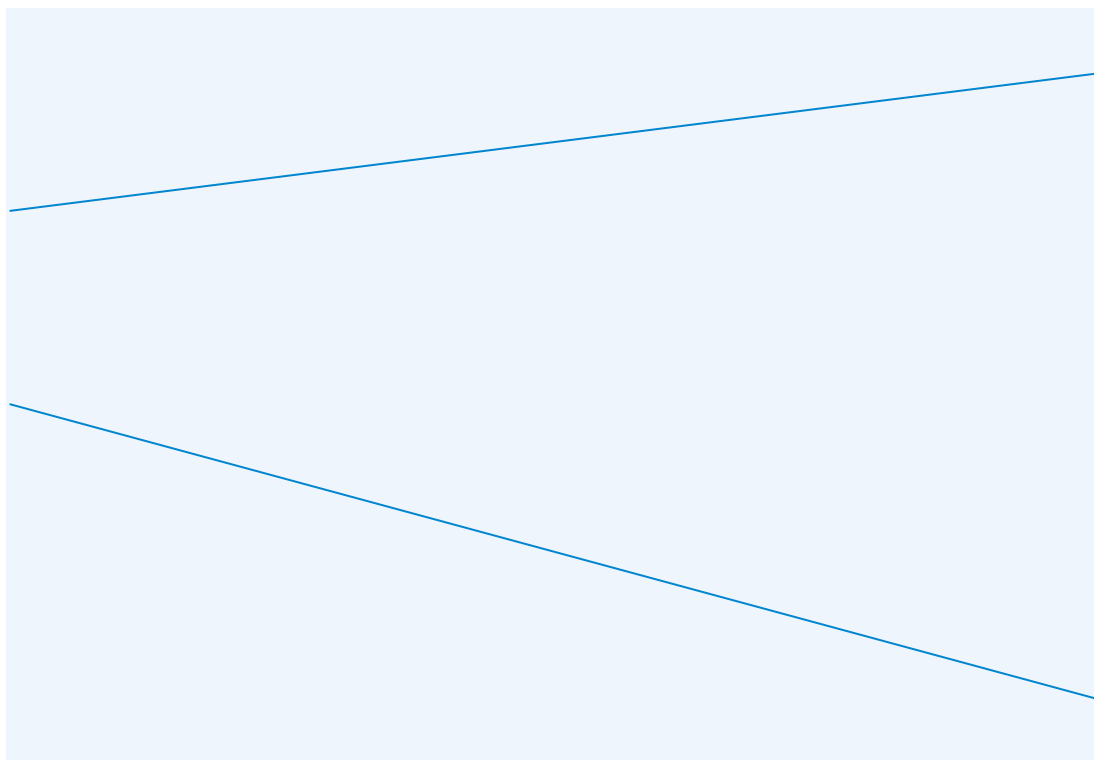


Wat stel je vast? .....

**28** Teken alle punten die even ver van de rechten a en b liggen.

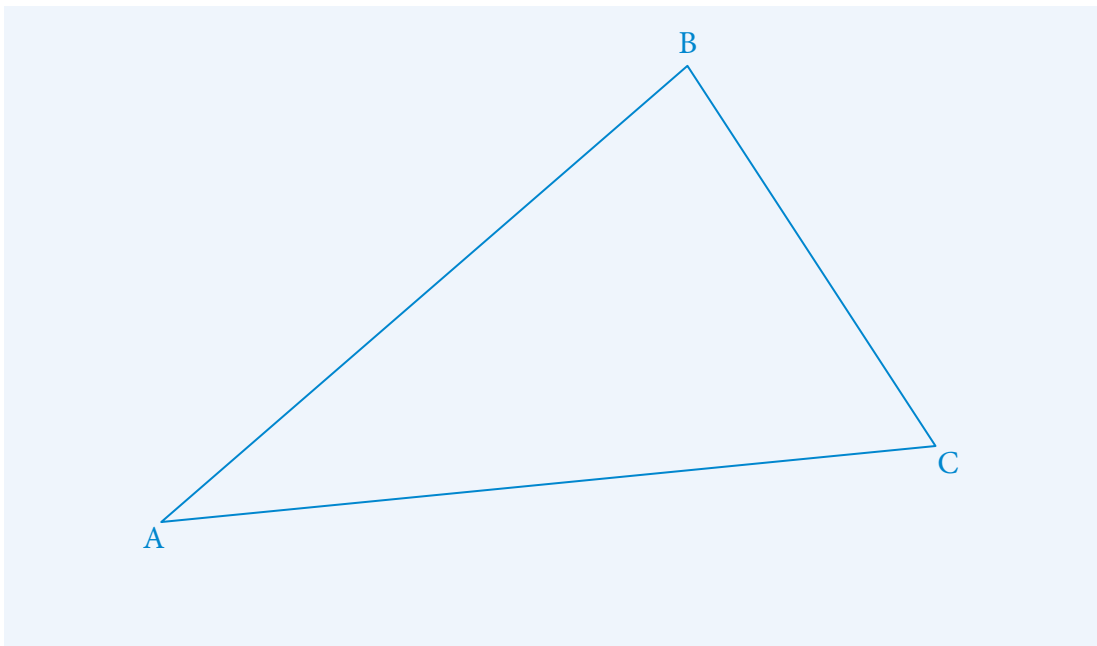


**29** Hieronder zie je de benen van een hoek waarvan het hoekpunt buiten je blad ligt. Teken de bissectrice van de hoek. Denk hierbij aan de eigenschap.

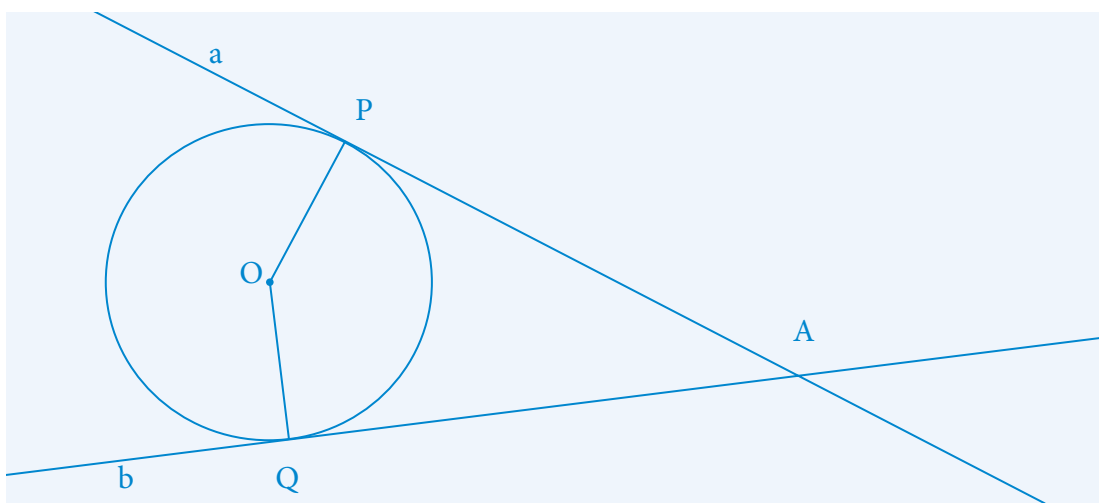


**30** Construeer de bissectrices van de drie hoeken  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  en  $\hat{C}$  van deze driehoek.

Wat stel je vast? .....



**31**



De rechte a heeft slechts één gemeenschappelijk punt met de cirkel: het punt P.

Alle andere punten van de rechte a liggen buiten de cirkel.

Daarom noemt men de rechte a een raaklijn aan de cirkel met middelpunt O en straal  $|OP|$ .

Ook de rechte b is een raaklijn aan de cirkel.  $|OQ|$  is een straal.

$[OP] \perp a$  en  $[OQ] \perp b$ . Waarom? .....

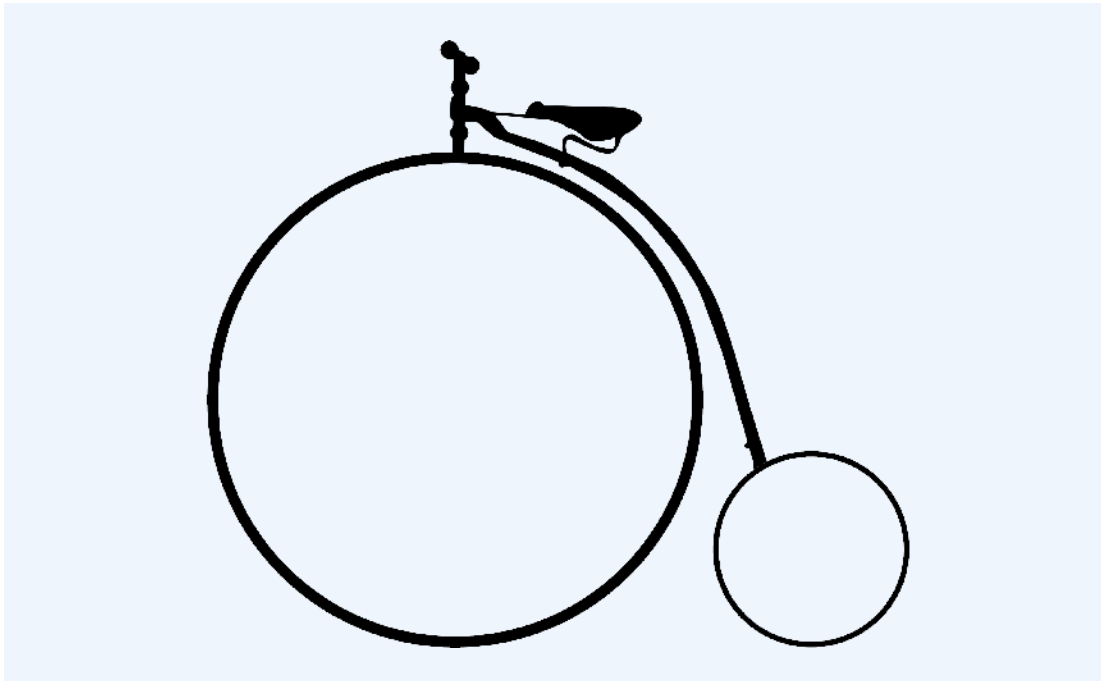
Wat is de bissectrice van de hoek  $\hat{A}$ ? .....

Verklaar waarom. ....

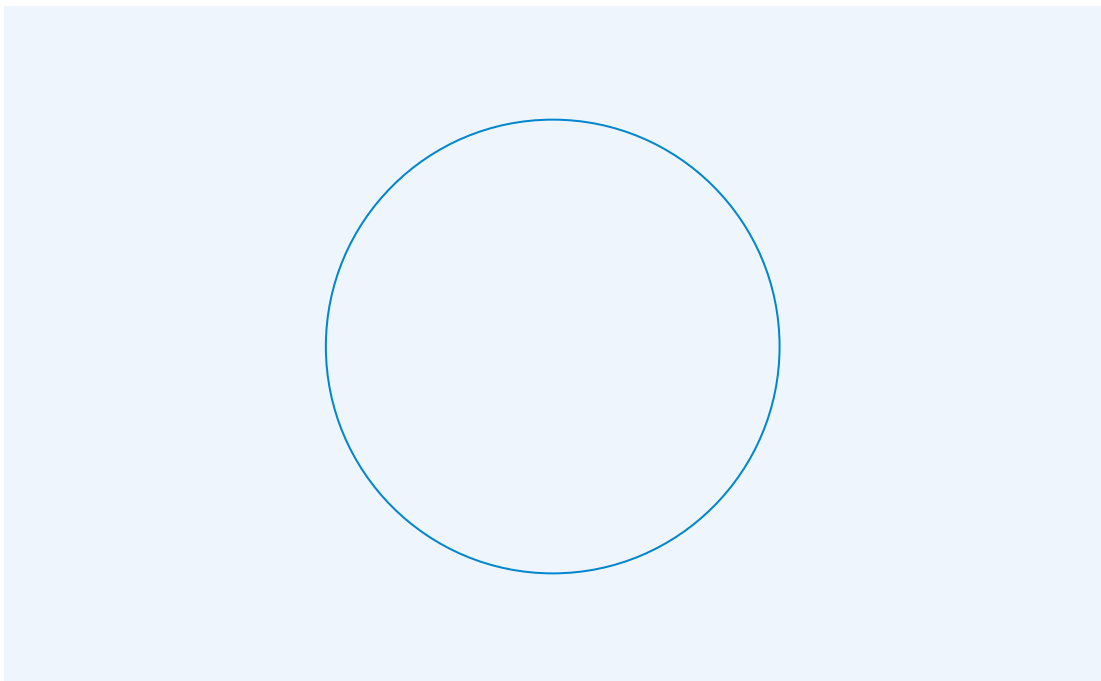
**32 Zoek de middelpunten van beide wielen.**

Gebruik hierbij de constructie van een bissectrice van een hoek.

Steun op oefening 31 en de constructie van de middelloodlijn van een lijnstuk.



**33 Neem vier punten op de gegeven cirkel en construeer het middelpunt van de cirkel.**



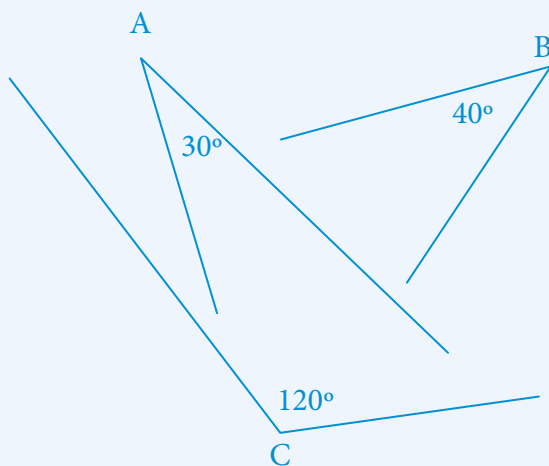
# SAMENVATTING

## DEFINITIES

- Een hoek is een deel van een vlak begrensd door twee halfrechten met een gemeenschappelijk grenspunt.
- De bissectrice van een hoek is de rechte die de hoek verdeelt in twee hoeken met dezelfde grootte.

## EIGENSCHAP

- Elk punt van de bissectrice van een hoek ligt op gelijke afstand van de dragers van de benen van die hoek.



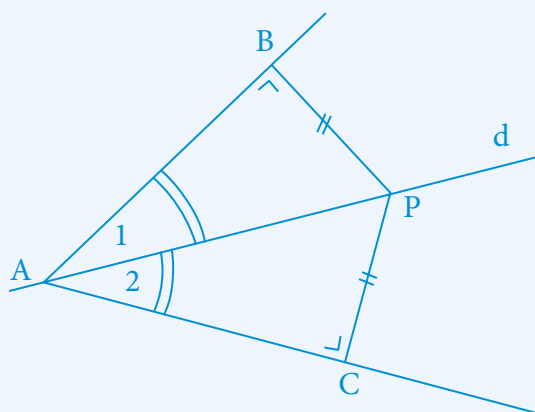
$\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  en  $\hat{C}$  zijn hoeken.

$|\hat{A}|$  is de grootte van de hoek  $\hat{A}$ .

$$|\hat{A}| = 30^\circ$$

$||\hat{A}||$  is het maatgetal van de grootte van de hoek  $\hat{A}$ .

$$||\hat{A}|| = 30$$



d is de bissectrice van de hoek  $\hat{A}$  want  $|\hat{A}_1| = |\hat{A}_2|$ .

$$|PB| = |PC|.$$

# Notities

Handwritten notes on a page with horizontal dotted lines.



## DEEL II

# Spiegelingen

# 1 Spiegelingen

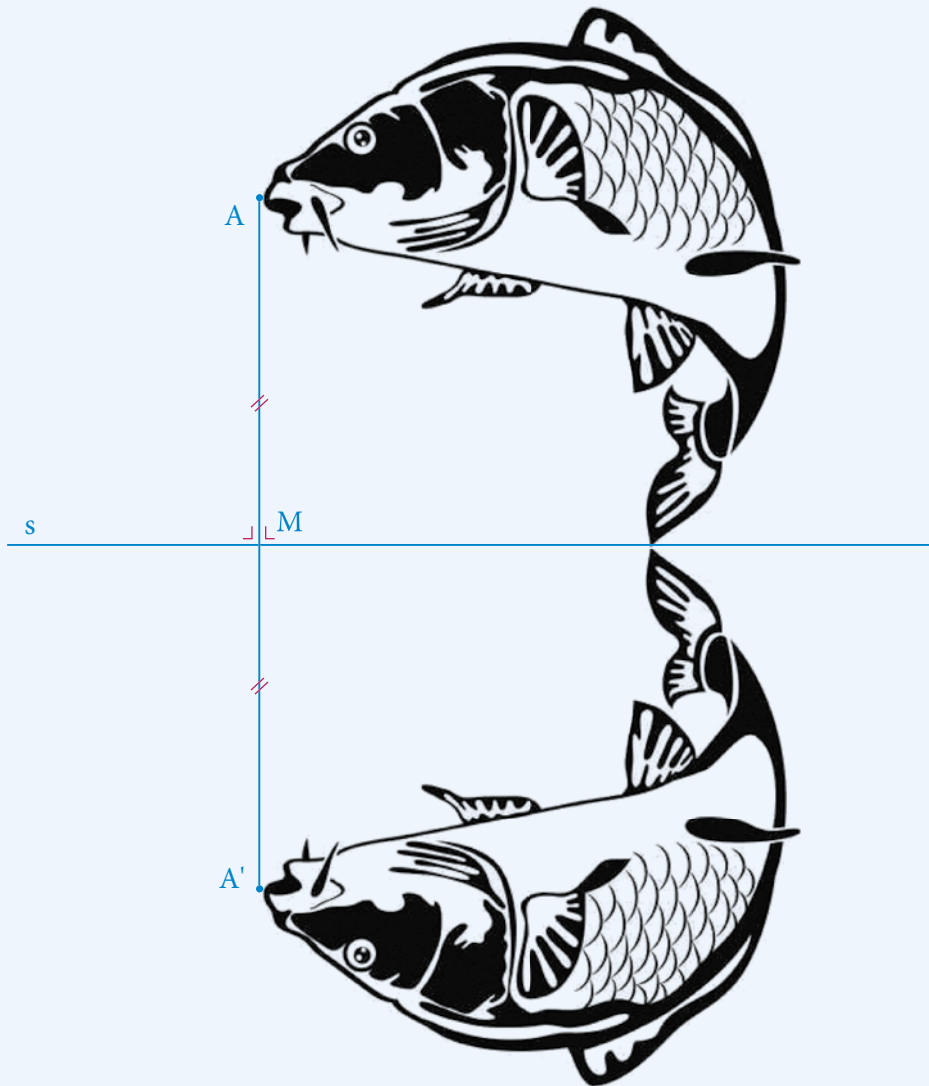
## OP VERKENNING!



Op de foto zie je een vis die uit het water springt.  
Op het wateroppervlak zie je zijn spiegelbeeld. Het lijkt onder het wateroppervlak te liggen.

Elk deel van de vis ligt even ver van het wateroppervlak als het overeenstemmende deel van zijn spiegelbeeld.





Op de tekening in het vlak  $\pi$  wordt het wateroppervlak voorgesteld door de rechte  $s$ .

De rechte  $s$  noem je de **spiegelas**.

Het spiegelbeeld  $A'$  ligt even ver van de rechte  $s$  als het punt  $A$ .

Het lijnstuk dat  $A$  met  $A'$  verbindt staat loodrecht op de rechte  $s$ .

**Met symbolen**  $|AM| = |MA'|$  en  $[AA'] \perp s$

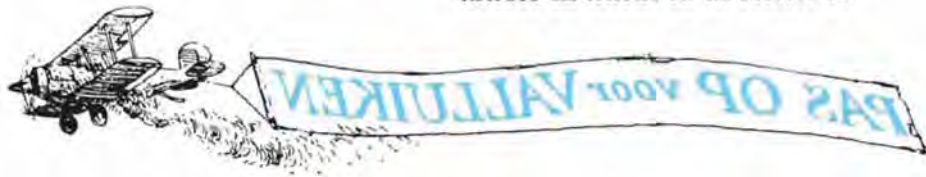
**Besluit** De rechte  $s$  is de middelloodlijn van het lijnstuk  $[AA']$ .

## Oefening

### 1 Kun jij de tekst ontcijferen?

Bij een bezoek aan de Boekenbeurs, kocht Amber een bekend jeugdboek.  
Tot haar verbazing merkte ze thuis echter dat er iets mis was geaan bij het drukken.

Boven de heuvels vloog een reclamevliegtuigje met zo'n slert  
letters erachteraan. Je kent dat wel. Wat staat daar toch?  
dacht Lena, en ze trilde terwijl ze voortliep aandachtig naar  
de letters in de lucht. Er stond:



En dat stond er heel terecht, want toen Lena de boodschap  
goed en wel ontcijferd had, was ze zelf al door een valmik  
heengesmaakt. Ze kwam terecht op een stordig opgemaaakt op-  
klapbed, in een kaal hol met een deur in een van de muren.

Op ziekenwagens wordt het woord 'ambulance' op een eigenaardige manier geschreven.

**Weet jij waarom?**

Antwoord: .....



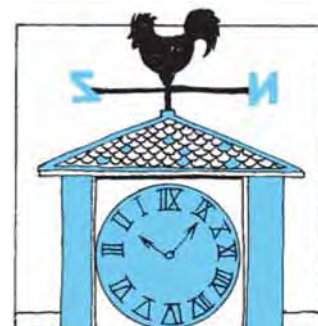
Deze tekening is duidelijk verkeerd afgedrukt.

**Weet jij hoe laat het is?**

Antwoord: .....

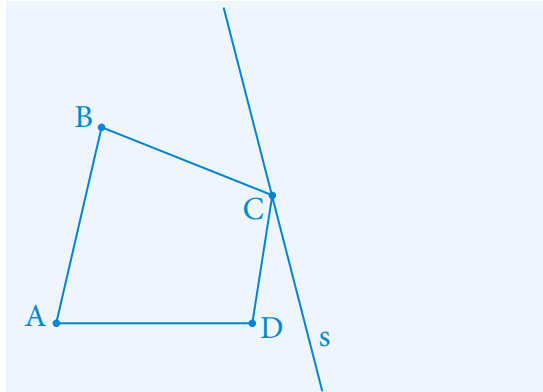
**Naar welke windrichting keek de fotograaf?**

Antwoord: .....

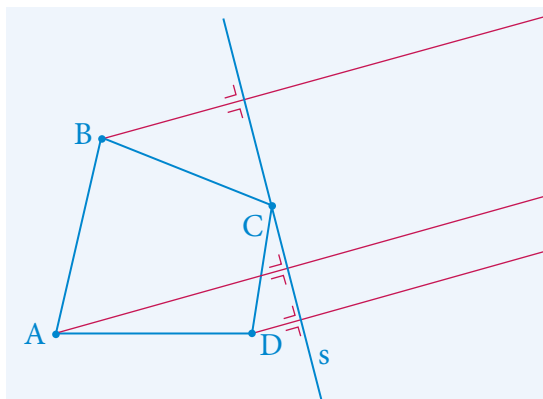


## 1.1 Het spiegelbeeld t.o.v. een rechte tekenen

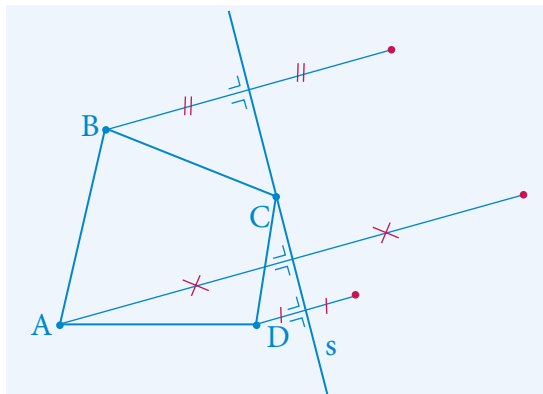
**Opdracht** Teken het spiegelbeeld  $A'B'C'D'$  van de vierhoek  $ABCD$  door de spiegeling t.o.v. de rechte  $s$ .



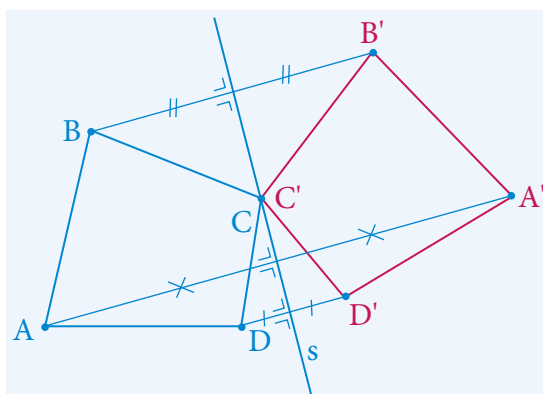
De vierhoek  $ABCD$  en de rechte  $s$ .



Teken loodlijnen uit de punten  $A, B, C$  en  $D$  op de rechte  $s$ .



Meet gelijke stukken af.



Teken het beeld  $A'B'C'D'$  van de vierhoek  $ABCD$ .

$A'B'C'D'$  is ook een vierhoek.

Het punt  $C$ , dat op de spiegelas  $s$  ligt, heeft zichzelf als beeld.

1

2

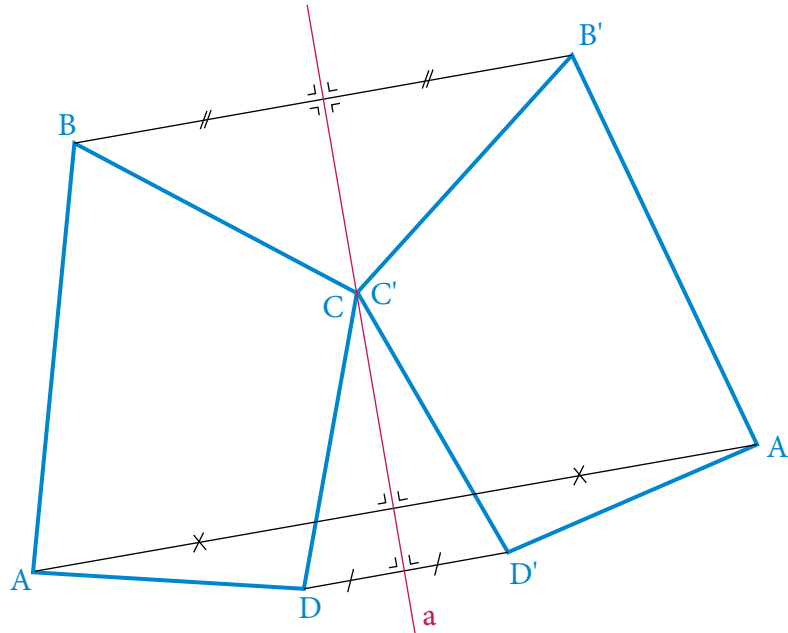
3

4

## 1.2 De spiegeling van het vlak $\pi$

**Je kunt elk punt van het vlak  $\pi$  spiegelen t.o.v. een rechte.**

Op de tekening zie je dat het beeld van de vierhoek ABCD de vierhoek A'B'C'D' is.



### Notatie

- De spiegeling t.o.v. de rechte  $a$ .  $s_a$
- Een punt  $A$  wordt door de spiegeling afgebeeld in  $A'$ .  $s_a(A) = A'$

**Lees** Het beeld van  $A$  door de spiegeling t.o.v. de rechte  $a$  is  $A'$ .

**Merk op** Een punt  $C$  op  $a$  heeft zichzelf als spiegelbeeld.  $s_a(C) = C' = C$   
Een punt dat zichzelf als beeld heeft noem je een **dekpunt**.

## 1.3 Congruente figuren

Op de tekening is het beeld van de vierhoek ABCD de vierhoek A'B'C'D'.

Knip je ze uit en leg je ze op elkaar, dan merk je dat ze elkaar volkomen bedekken.

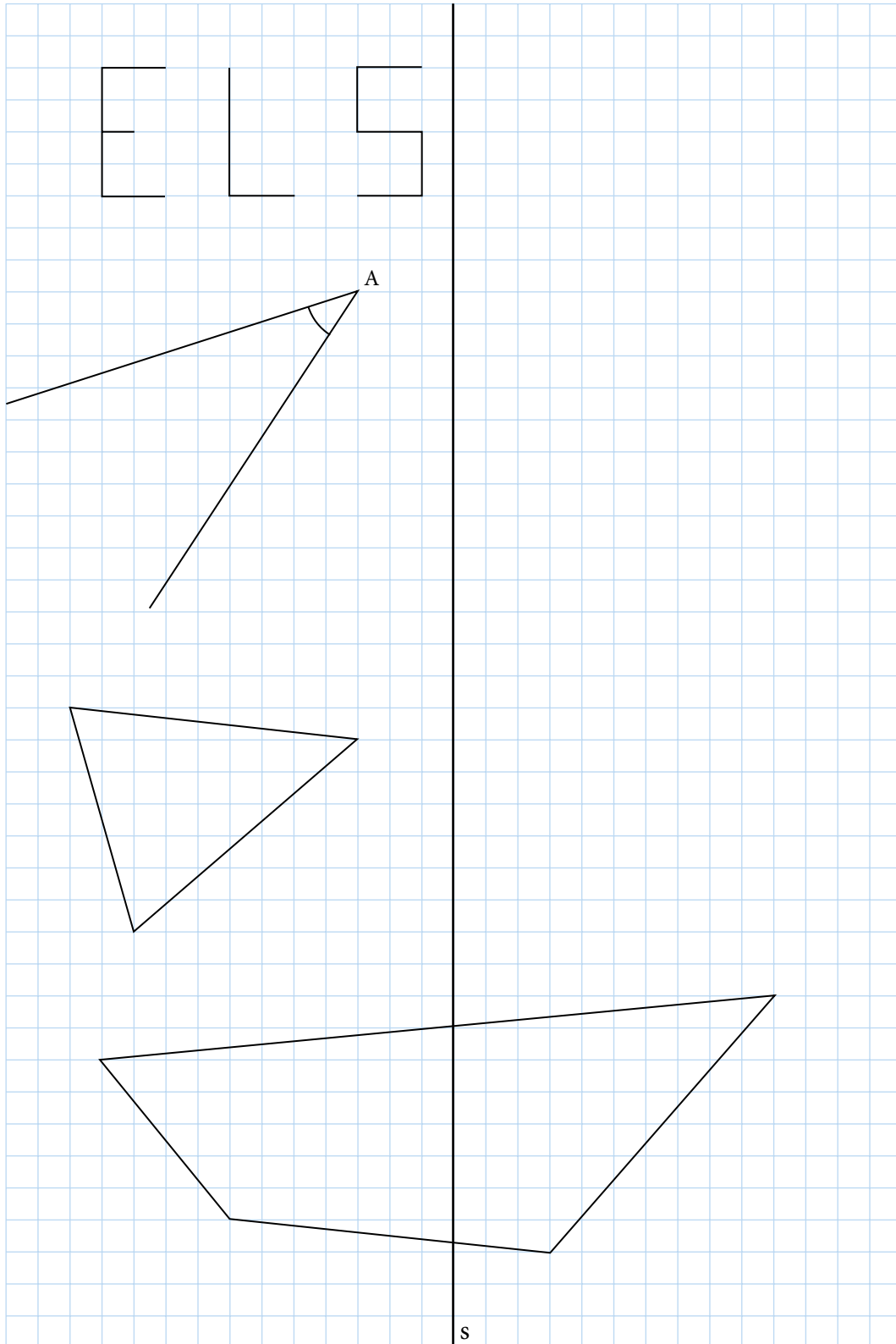
Dergelijke figuren noem je **congruente figuren**.

**Notatie** vierhoek ABCD  $\cong$  vierhoek A'B'C'D'

**Lees** De vierhoek ABCD is congruent met de vierhoek A'B'C'D'.

## Oefeningen

- 2 Teken het beeld van de volgende figuren door een spiegeling t.o.v. de spiegelas  $s$ . Tracht zoveel mogelijk gebruik te maken van de ruitjes.



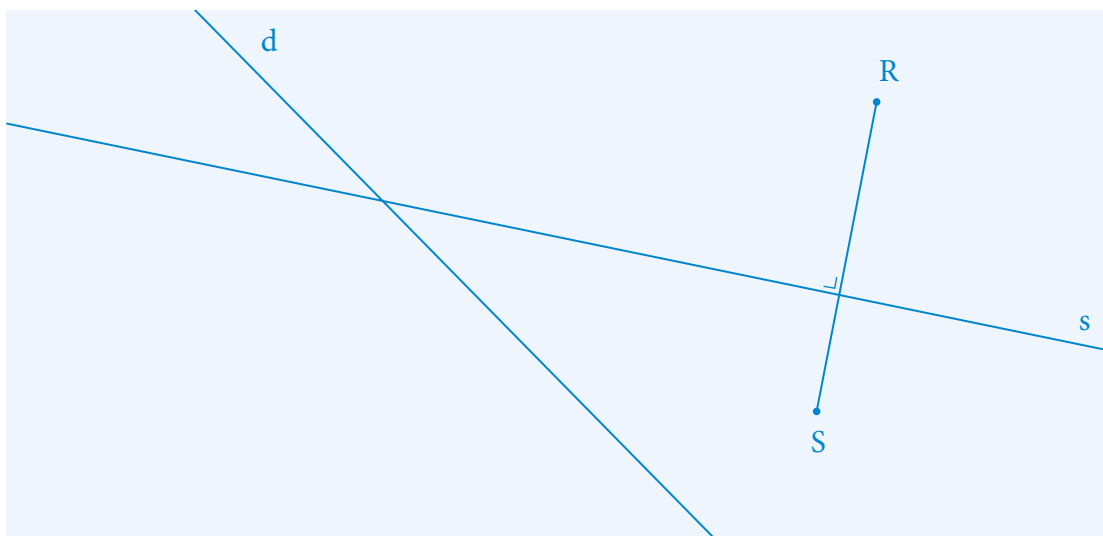
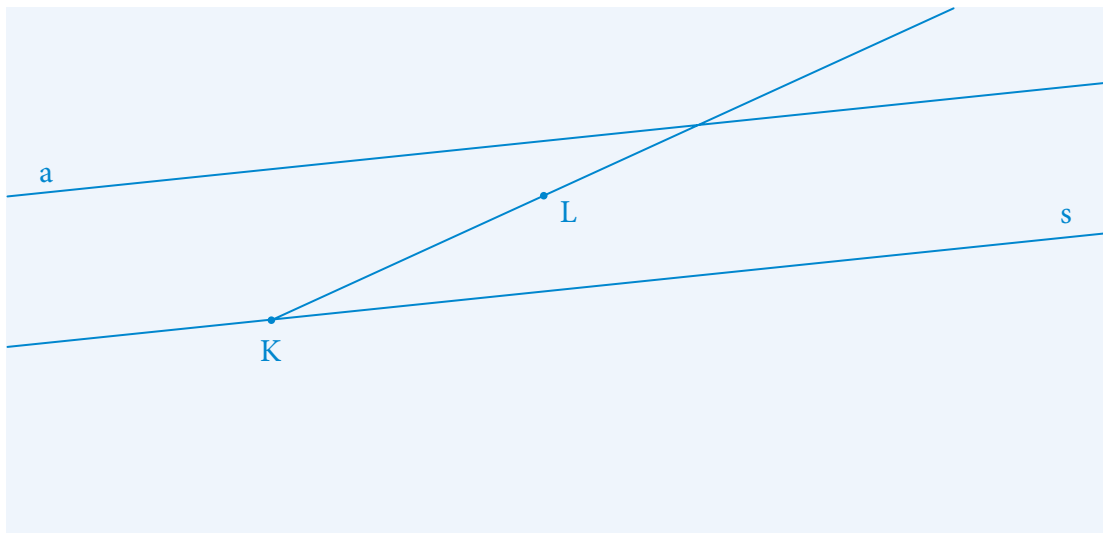
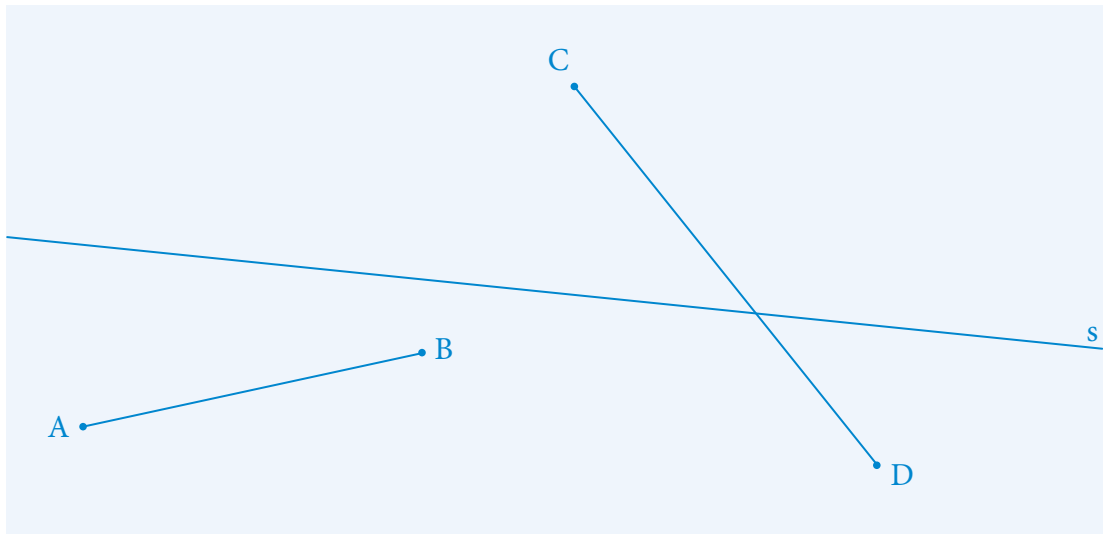
1

2

3

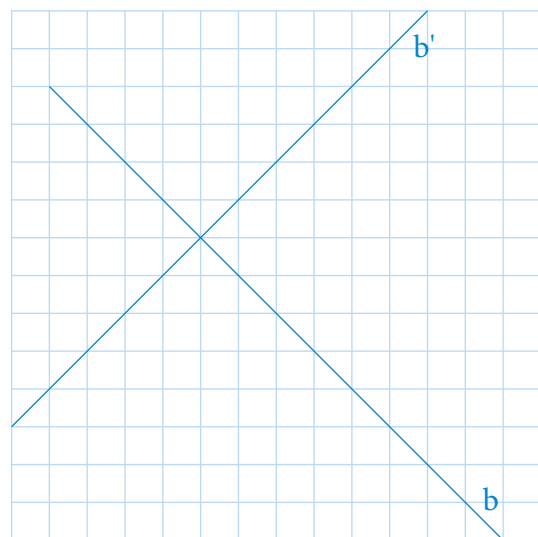
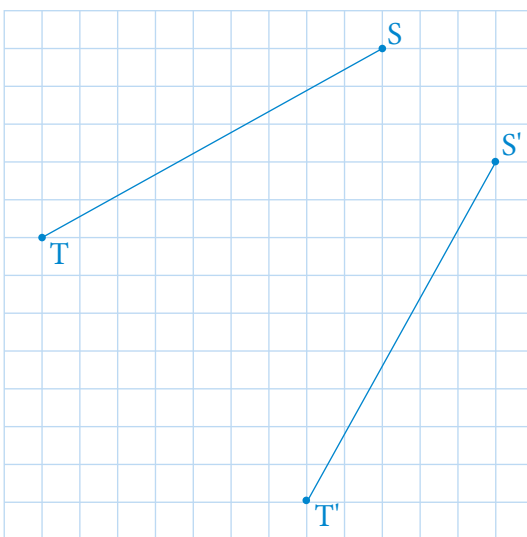
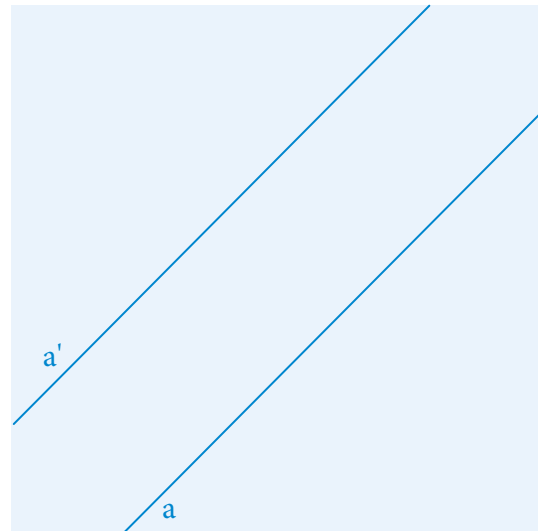
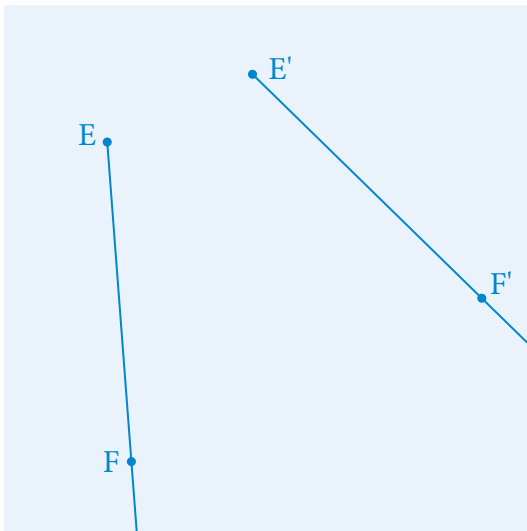
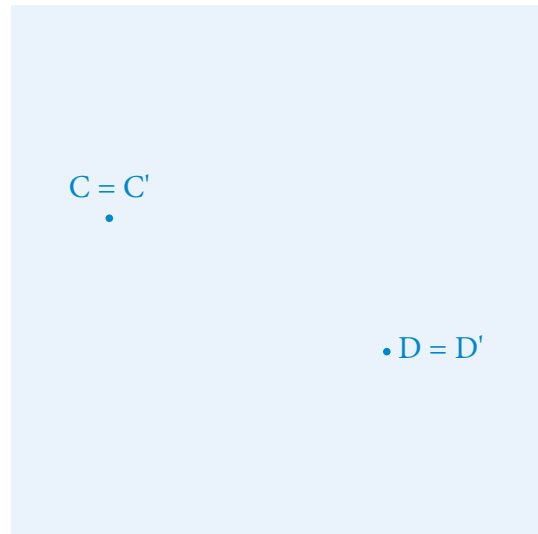
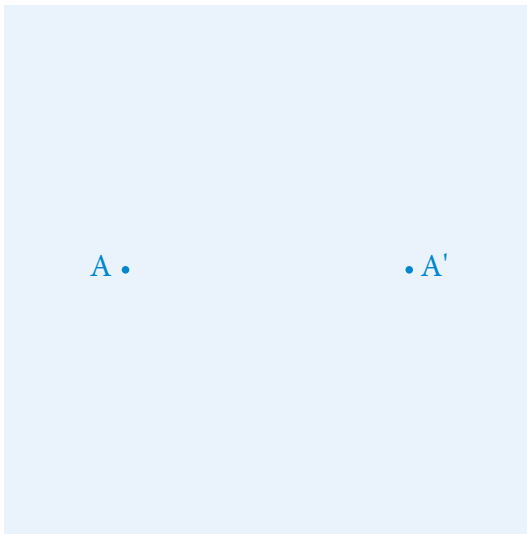
4

- 3 Teken het beeld van deze lijnstukken, halfrechten en rechten door een spiegeling t.o.v. de spiegelas s.



**4 Teken van volgende spiegelingen telkens de spiegelas s.**

Voor elke opgave werd een figuur en haar beeld door die spiegeling getekend.



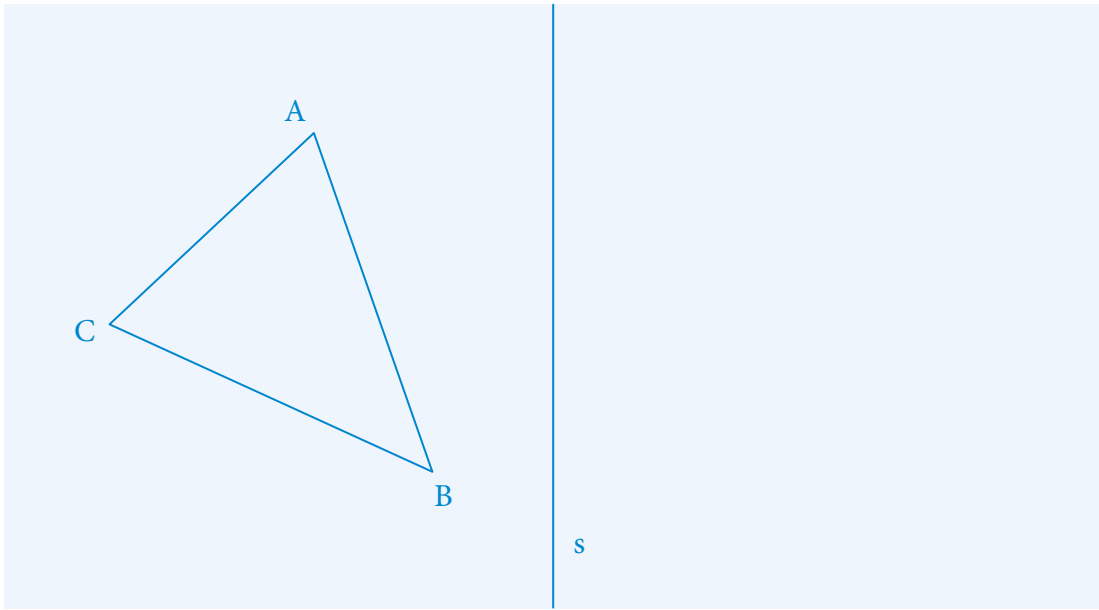
1

2

3

4

- 5 Teken het beeld  $\triangle A'B'C'$  van  $\triangle ABC$  door een spiegeling t.o.v. de spiegelas  $s$ .

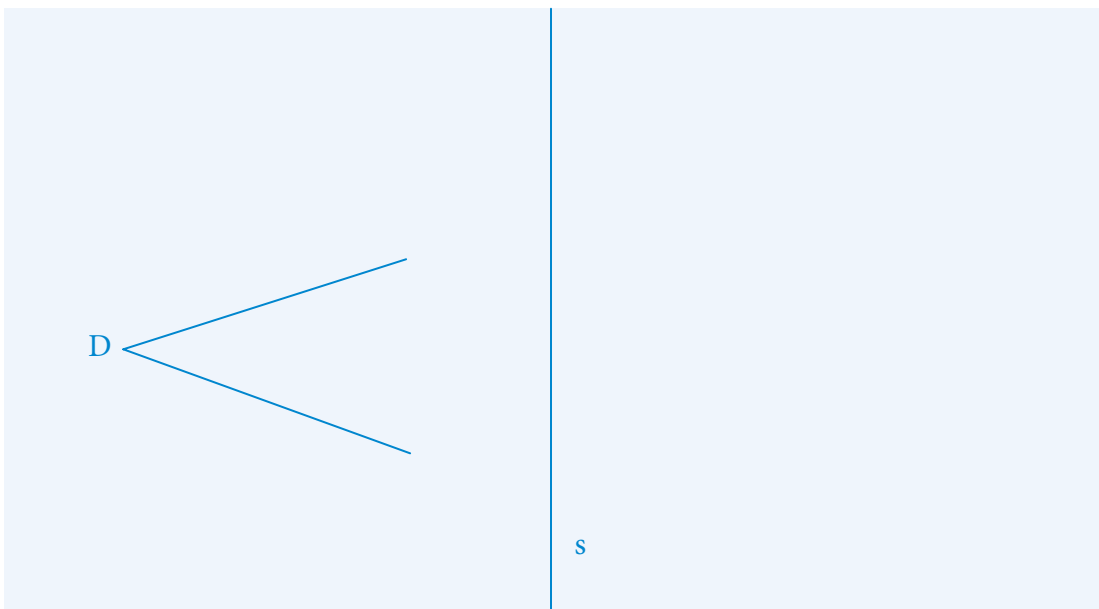


Meet de lengte van  $[AB]$  en  $[A'B']$ .  $|AB| = \dots\dots\dots$   $|A'B'| = \dots\dots\dots$

Wat stel je vast? .....

- 6 Teken het beeld  $\hat{D}'$  van  $\hat{D}$  door een spiegeling t.o.v. de spiegelas  $s$ .

Maak alleen gebruik van het hoekpunt en punten van de spiegelas (dekpunten).

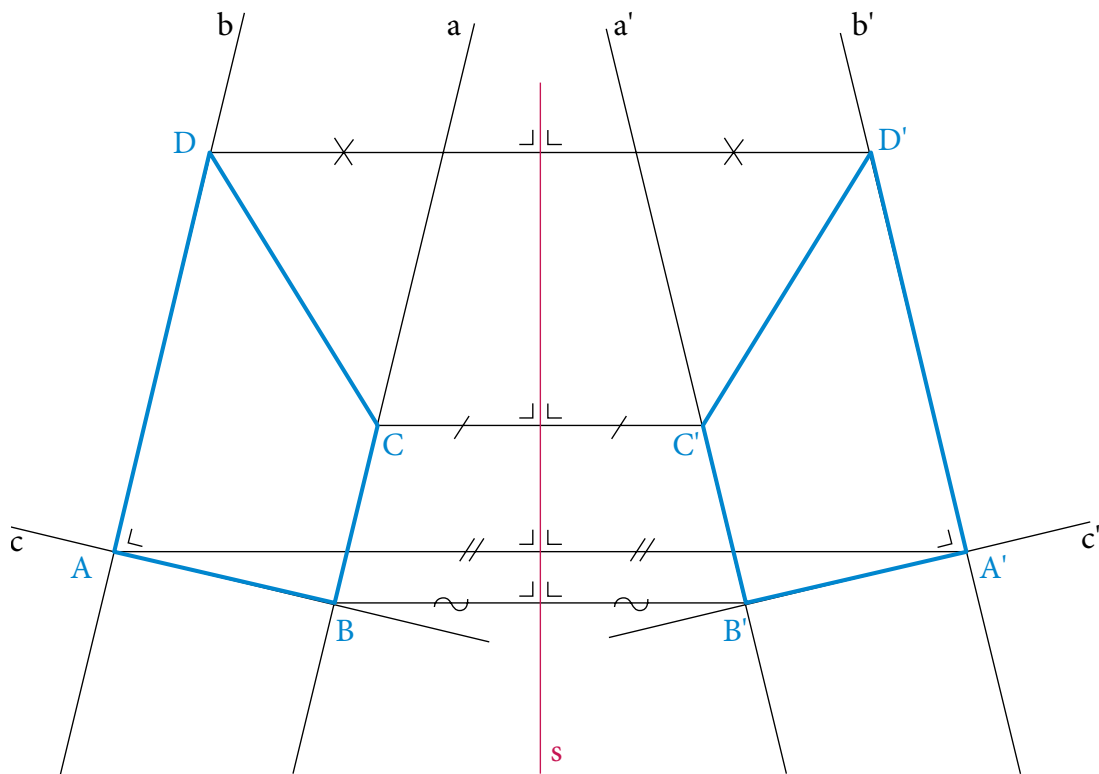


Meet de grootte van  $\hat{D}$  en  $\hat{D}'$ .  $|\hat{D}| = \dots\dots\dots$   $|\hat{D}'| = \dots\dots\dots$

Wat stel je vast? .....



## 1.4 Eigenschappen van een spiegeling



### Merk op dat

1.  $a \parallel b$  en ook  $a' \parallel b'$
2.  $b \perp c$  en ook  $b' \perp c'$
3.  $|AB| = 3 \text{ cm}$  en ook  $|A'B'| = 3 \text{ cm}$
4.  $|\hat{D}| = 45^\circ$  en ook  $|\hat{D}'| = 45^\circ$
5. vierhoek  $ABCD \cong$  vierhoek  $A'B'C'D'$

### EIGENSCHAPPEN

- De beelden van evenwijdige rechten door een spiegeling zijn evenwijdige rechten.
- De beelden van twee loodrecht op elkaar staande rechten door een spiegeling zijn twee loodrecht op elkaar staande rechten.
- Een lijnstuk en zijn beeld door een spiegeling zijn even lang. (Gelijkstandige lijnstukken zijn even lang.)
- Een hoek en zijn beeld door een spiegeling zijn even groot. (Gelijkstandige hoeken zijn even groot.)
- Een figuur en zijn beeld door een spiegeling zijn congruent. (Ze kunnen elkaar volkomen bedekken.)

## 1.5 De symmetrieas van een vlakke figuur

### Vouwknipsels

Deze afbeelding is uit papier geknipt.  
Bij vouwknipsels maak je gebruik van een vouwlijn.

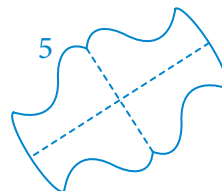
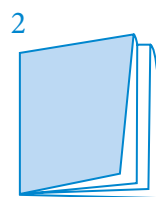
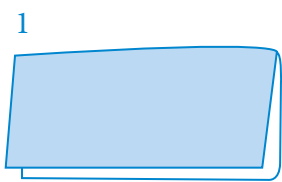
Vouwknipsels zijn symmetrische figuren.

De vouwlijn is de **symmetrieas**.



### Een vouwknipsel kun je zelf maken!

- Vouw een A4-blad zoals is aangegeven op de tekeningen 1 en 2.  
Werk nauwkeurig!
- Teken een figuur (3) in de hoek waar de vouwen bij elkaar komen.
- Knip deze figuur uit. (4)
- Vouw het papier open (5) en teken de symmetrieassen.
- De figuur heeft minstens 2 symmetrieassen.



## Een merkwaardig alfabet

Bij dit merkwaardige alfabet zie je dat de linker- en rechterkant spiegelbeelden van elkaar zijn. Dat dit zo is, kun je controleren door een spiegel op de verticale lijn (spiegelglas) te zetten.

De letter A helemaal links wordt F helemaal rechts.

B wordt E, C wordt een deel van D, G wordt J, een deel van H wordt I ...

Ook hier merk je dus een mooie [symmetrieas](#).



### DEFINITIE

- De rechte  $m$  is een symmetrieas van een figuur  $F$  als  $F$  zichzelf als spiegelbeeld heeft bij een spiegeling t.o.v.  $m$ .

## Oefeningen

- 7 Sommige letters van het alfabet hebben geen as van symmetrie; andere hebben er wel één of meer. Teken de assen van symmetrie van de letters H, K en X.

H K X

Deel de letters in volgens het aantal assen.

ABCDEFGHI  
JKLMNOPQR  
STUVWXYZ

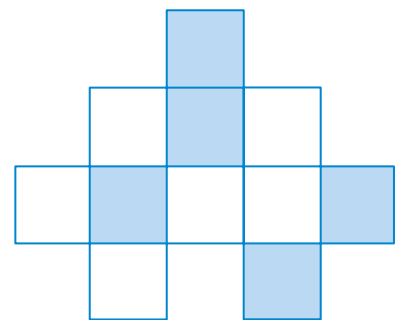
aantal assen van symmetrie	letters
0	
1	
2	
3	
4	
meer dan 4	

**8 Teken de symmetrieassen van deze logo's.**



**9 Kleur zo weinig mogelijk vakjes.**

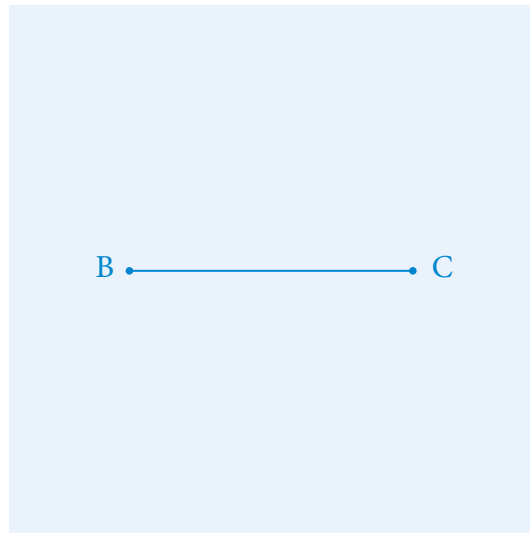
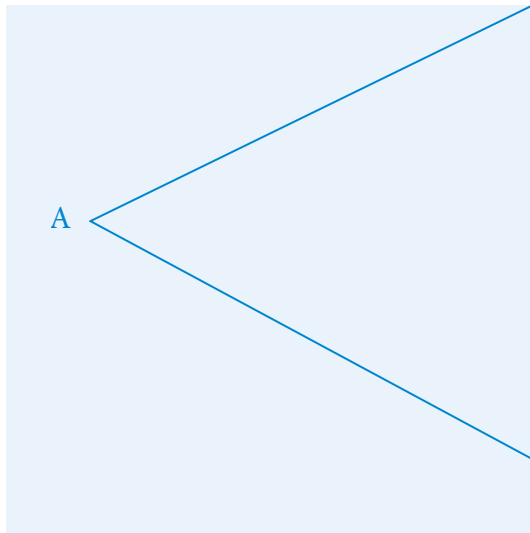
Deze figuur heeft geen as van symmetrie.  
Maak de figuur symmetrisch door zo weinig mogelijk vakjes te kleuren.



**10 Deze figuren zijn volgens een systeem opgebouwd. Maak de reeks af.**



- 11 Teken de symmetrieassen van de hoek  $\hat{A}$ , van het lijnstuk  $[BC]$ , van de halfrechte  $[DE$  en van de rechte  $f$ .



**Vul in.**

Aantal symmetrieassen: .....

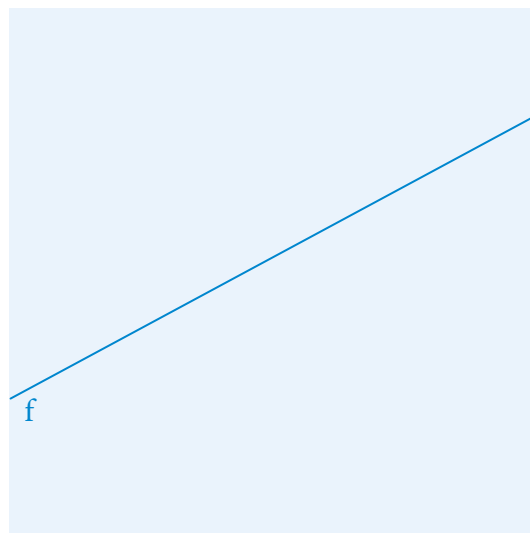
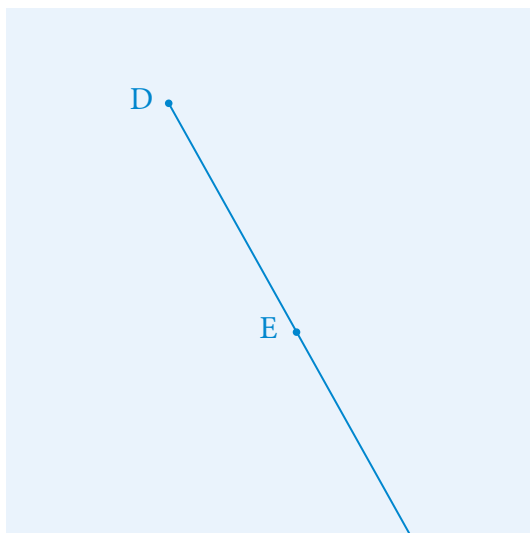
Welke? .....

.....

Aantal symmetrieassen: .....

Welke? .....

.....



**Vul in.**

Aantal symmetrieassen: .....

Welke? .....

.....

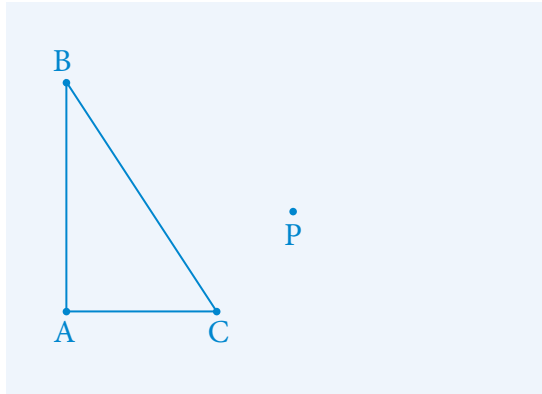
Aantal symmetrieassen: .....

Welke? .....

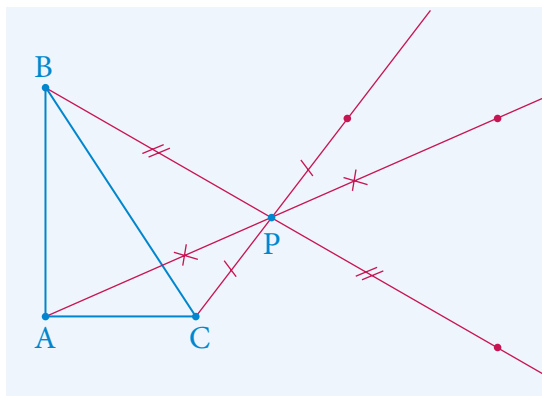
.....

## 1.6 De spiegeling t.o.v. een punt

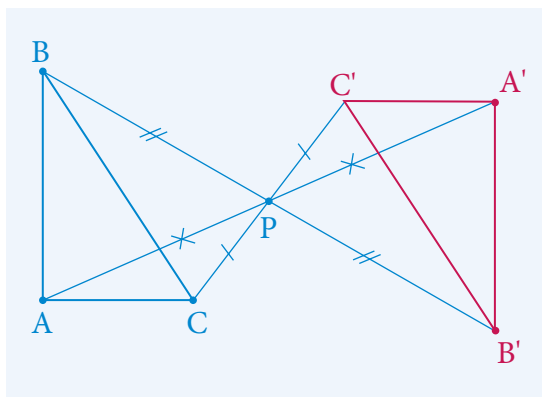
**Opdracht** In plaats van te spiegelen t.o.v. een rechte, kun je ook spiegelen t.o.v. een punt. Spiegel de driehoek ABC t.o.v. het punt P.



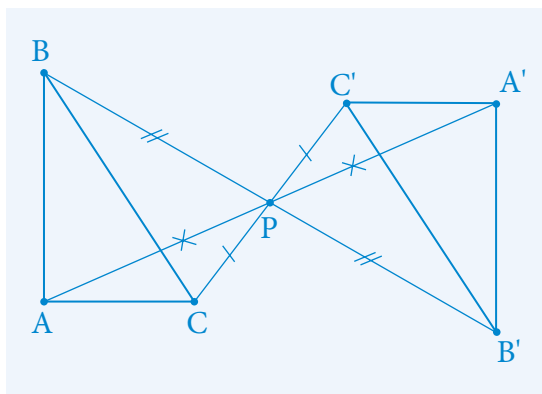
De driehoek ABC en het punt P.



Meet gelijke stukken af.



Teken het beeld  $A'B'C'$  van de driehoek ABC.



$A'B'C'$  is ook een driehoek.

1

2

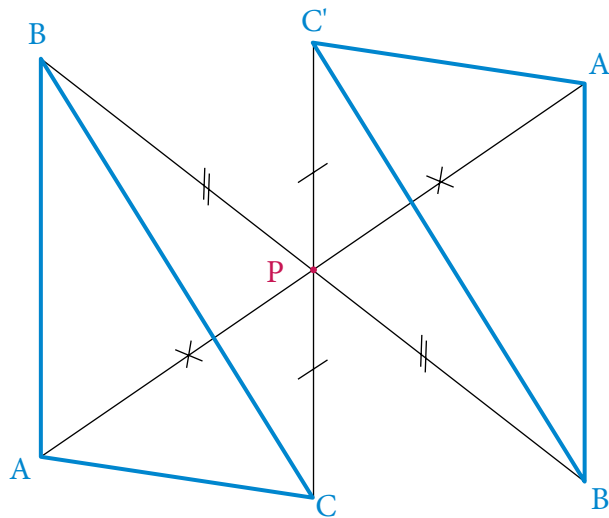
3

4

## 1.7 Puntspiegeling van het vlak $\pi$

**Je kunt elk punt van  $\pi$  spiegelen t.o.v. een punt.**

Op de tekening zie je dat het beeld van de driehoek ABC de driehoek A'B'C' is.



### Notatie

- De puntspiegeling t.o.v. het punt P.  $s_p$
- Een punt A wordt door de puntspiegeling afgebeeld in A'.  $s_p(A) = A'$

**Lees** Het beeld van A door de spiegeling t.o.v. het punt P is A'.

**Merk op** Het punt P heeft zichzelf als spiegelbeeld.  $s_p(P) = P$   
Het punt P is het midden van  $[AA']$  van  $[BB']$  en van  $[CC']$ .  
Het punt P noem je het **centrum** van de puntspiegeling.

## 1.8 Congruente figuren

Op de tekening is het beeld van de driehoek ABC de driehoek A'B'C'.

Knip je ze uit en leg je ze op elkaar, dan merk je dat ze elkaar volkomen bedekken.

Dergelijke figuren noem je **congruente figuren**.

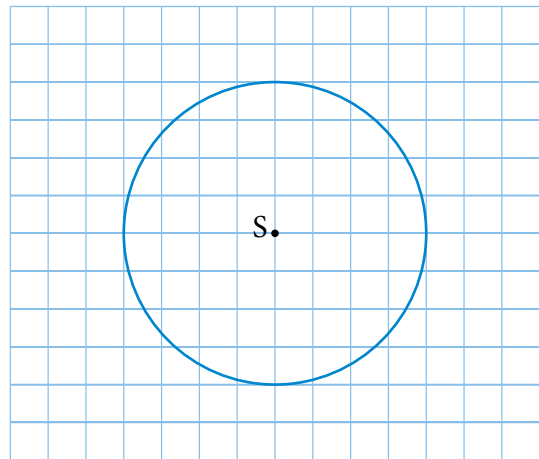
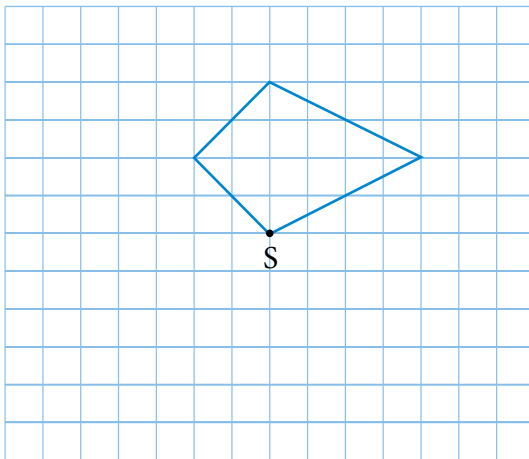
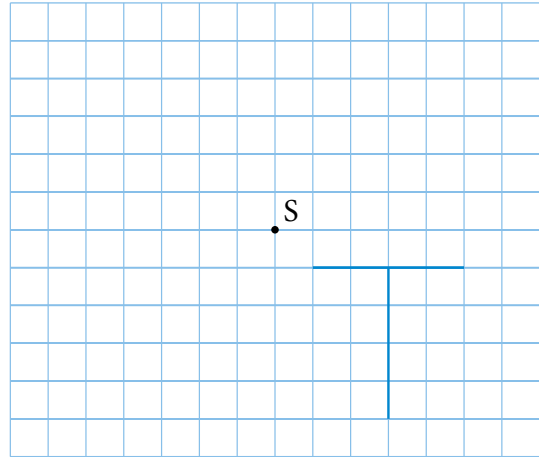
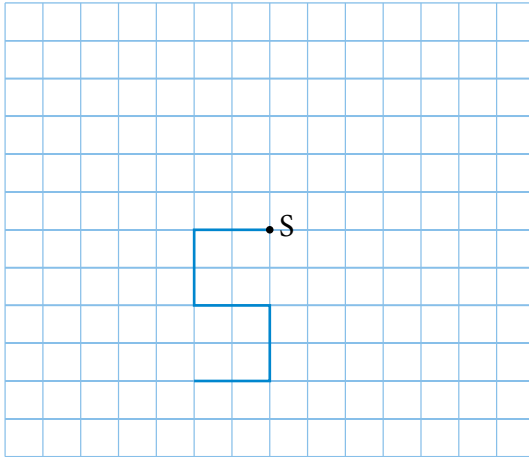
**Notatie**  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

**Lees** De driehoek ABC is congruent met de driehoek A'B'C'.

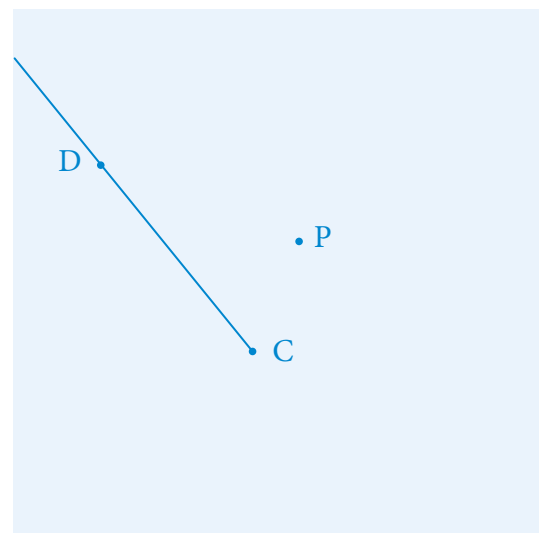
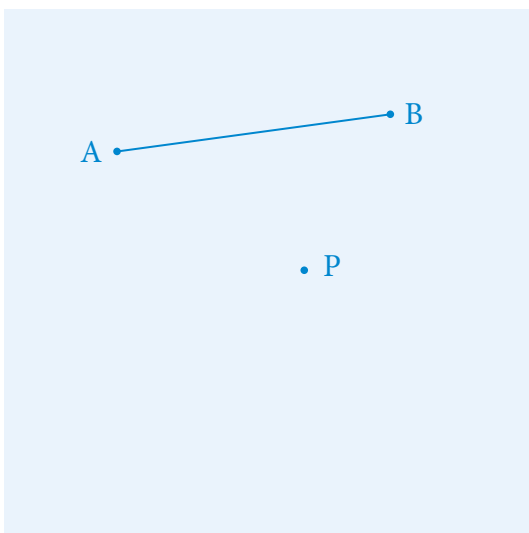


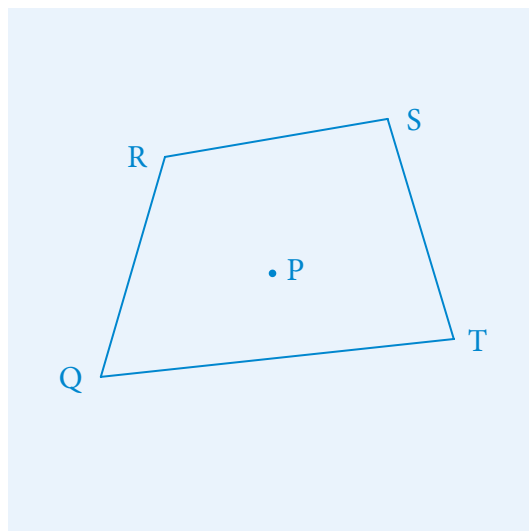
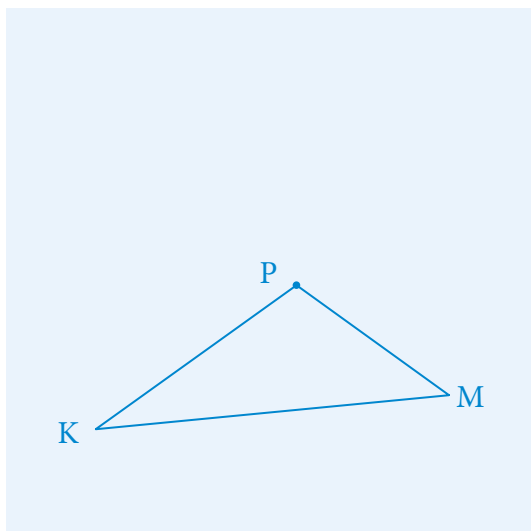
## Oefeningen

- 12** Teken het beeld van de volgende figuren door een spiegeling t.o.v. het punt S.  
Maak gebruik van de ruitjes.



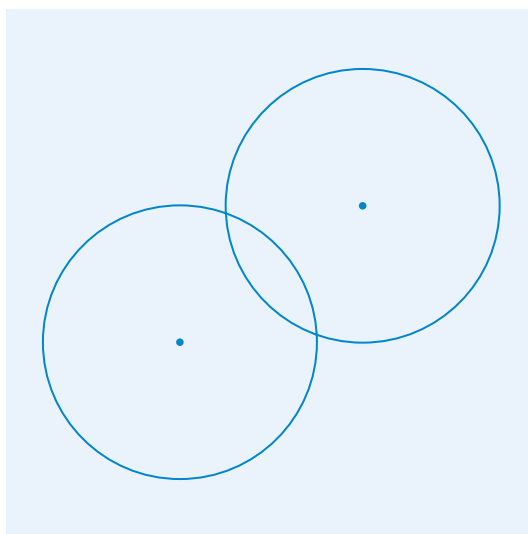
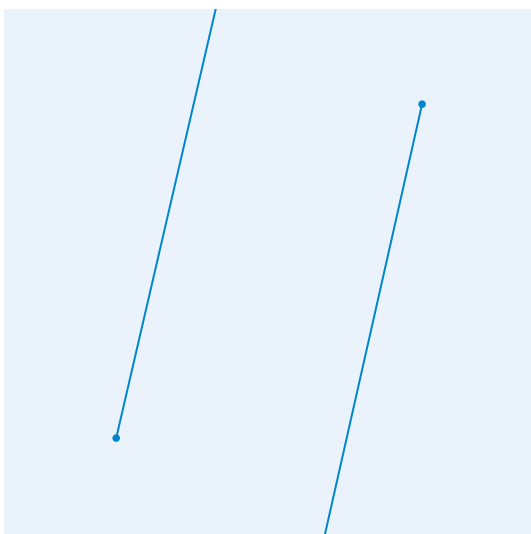
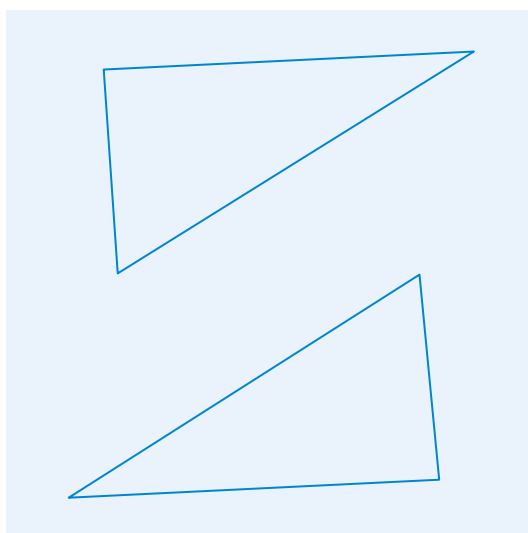
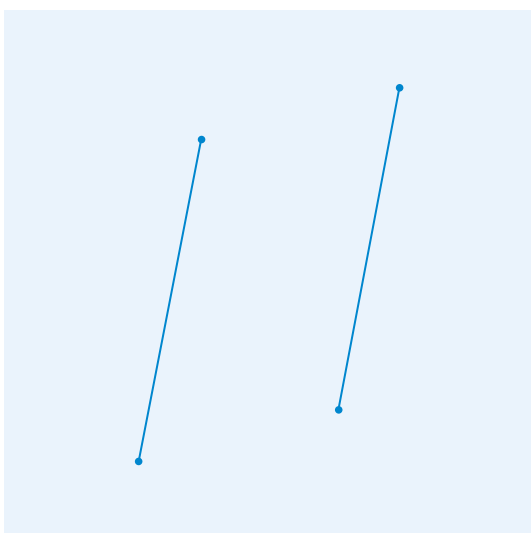
- 13** Teken het beeld van de volgende figuren door een spiegeling t.o.v. het punt P.



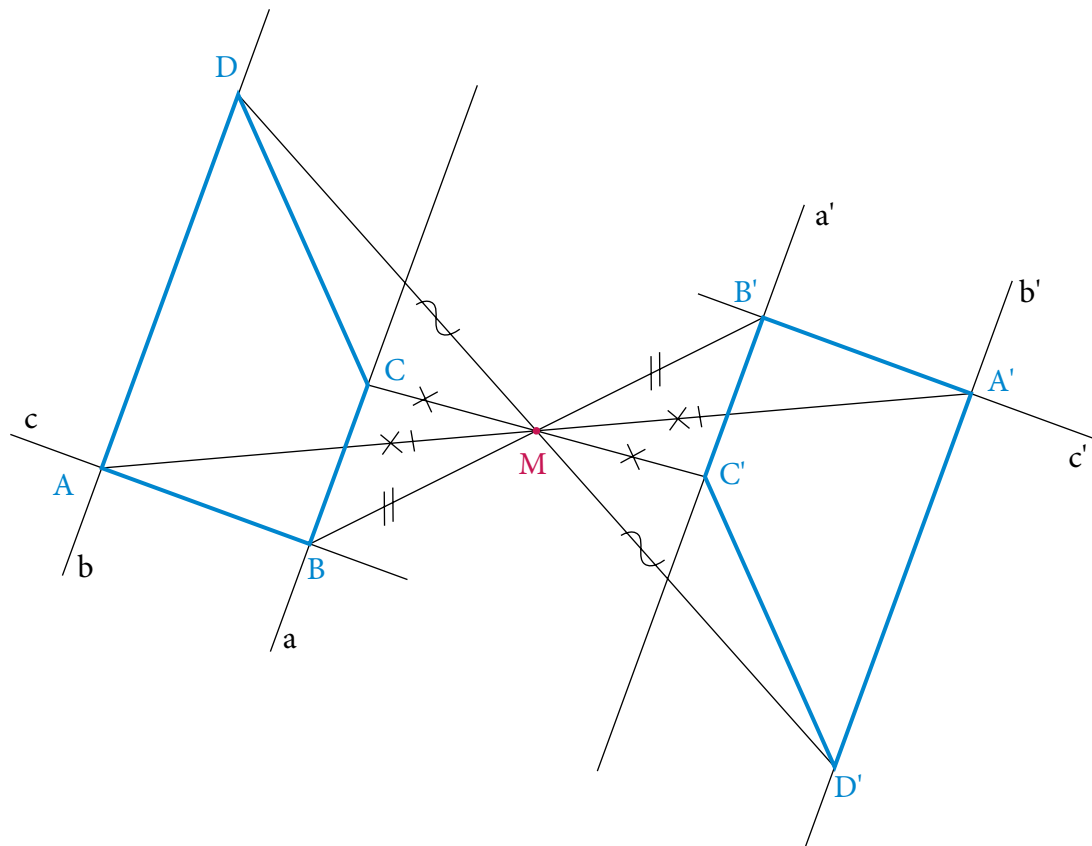


**14 Teken van volgende puntspiegelingen telkens het centrum P.**

Voor elke opgave werd een figuur en haar beeld door die puntspiegeling getekend.



## 1.9 Eigenschappen van een puntspiegeling



### Merk op dat

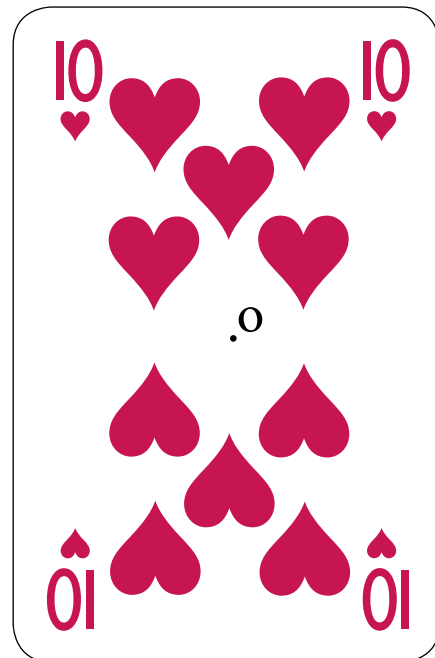
1.  $a \parallel b$  en ook  $a' \parallel b'$
2.  $b \perp c$  en ook  $b' \perp c'$
3.  $|AB| = 3 \text{ cm}$  en ook  $|A'B'| = 3 \text{ cm}$
4.  $|\hat{D}| = 45^\circ$  en ook  $|\hat{D}'| = 45^\circ$
5. vierhoek  $ABCD \cong$  vierhoek  $A'B'C'D'$

### EIGENSCHAPPEN

- De beelden van evenwijdige rechten door een puntspiegeling zijn evenwijdige rechten.
- De beelden van twee loodrecht op elkaar staande rechten door een puntspiegeling zijn twee loodrecht op elkaar staande rechten.
- Een lijnstuk en zijn beeld door een puntspiegeling zijn even lang. (Gelijkstandige lijnstukken zijn even lang.)
- Een hoek en zijn beeld door een puntspiegeling zijn even groot. (Gelijkstandige hoeken zijn even groot.)
- Een figuur en zijn beeld door een puntspiegeling zijn congruent. (Ze kunnen elkaar volkomen bedekken.)

## 1.10 Symmetriemiddelpunt van een vlakke figuur

De figuren hieronder worden door een spiegeling t.o.v. een punt op zichzelf afgebeeld. Dat punt noem je **symmetriemiddelpunt**.



Je kunt dus besluiten dat

### DEFINITIE

- Het punt  $O$  is een symmetriemiddelpunt van een figuur  $F$  als  $F$  door de spiegeling t.o.v. het punt  $O$  op zichzelf wordt afgebeeld.

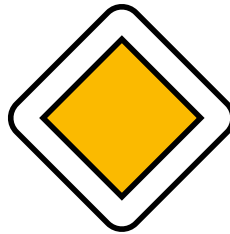
## Oefening

- 15 Teken de symmetrieassen en de middelpunten van symmetrie van deze verkeersborden. Noteer ook hun betekenis.



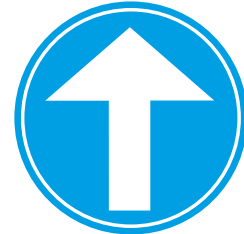
B15: .....

.....



D01c: .....

.....



B9: .....

.....



C5: .....

.....



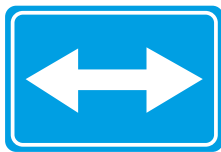
F71: .....

.....



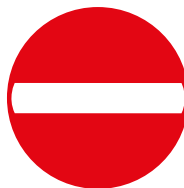
B1: .....

.....



F21: .....

.....



C1: .....

.....



F9: .....

.....

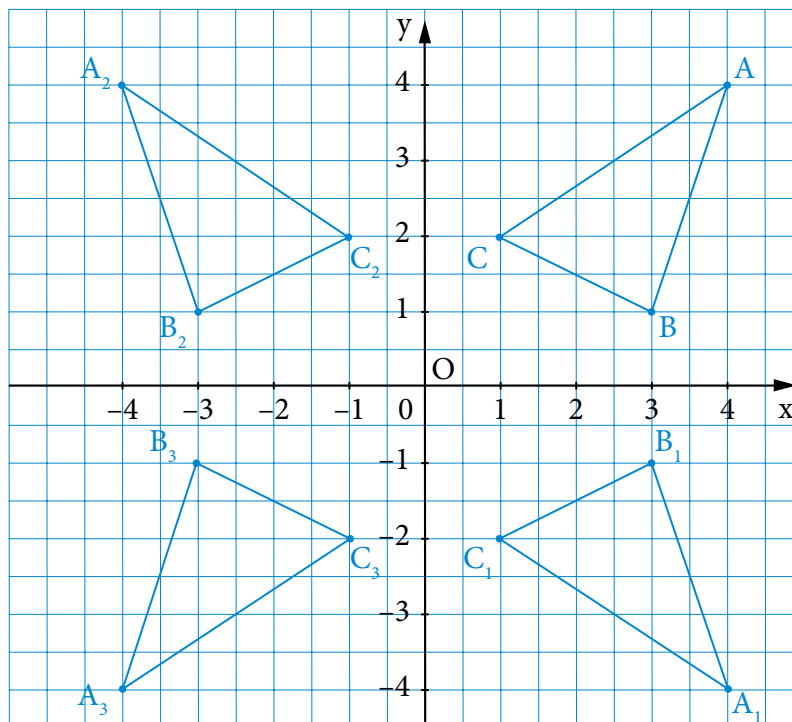
1

2

3

4

## 1.11 Spiegelen in een geijkt vlak

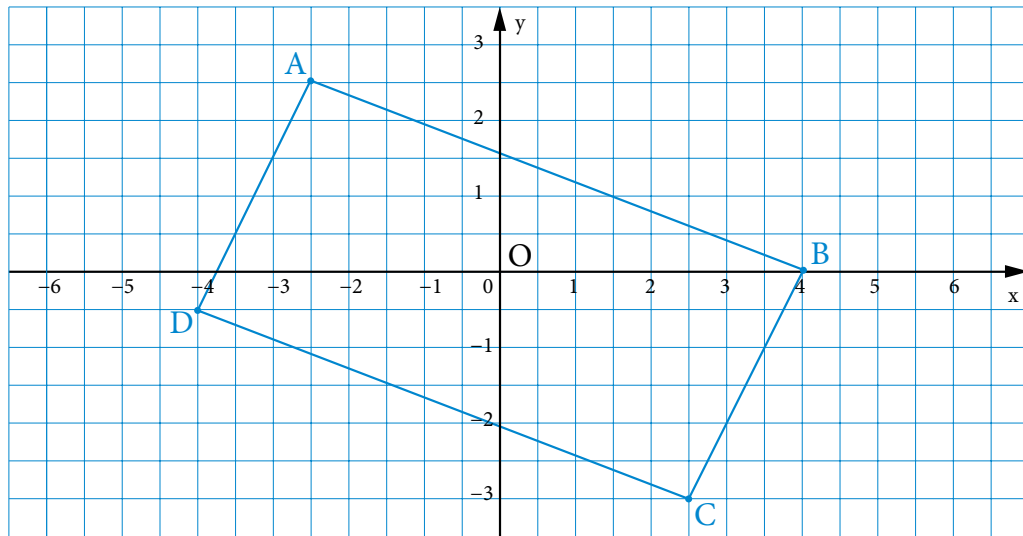


In een rechthoekig assenstelsel spiegel je de driehoek  $ABC$  t.o.v. de  $x$ -as, t.o.v. de  $y$ -as en t.o.v. het punt  $O$ .

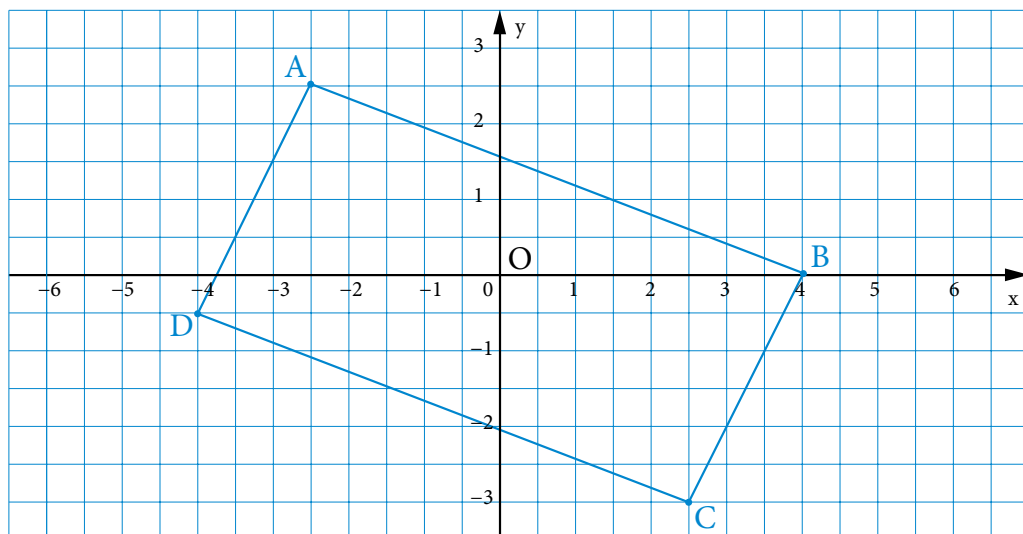
- De hoekpunten van  $\Delta ABC$  hebben als coördinaten:  
 $A(4, 4)$ ,  $B(3, 1)$  en  $C(1, 2)$ .
- Je spiegelt  $\Delta ABC$  t.o.v. de  $x$ -as:  $s_x(\Delta ABC) = \Delta A_1B_1C_1$   
 Let op de coördinaten van de punten  $A_1$ ,  $B_1$  en  $C_1$ .  
 De abscissen blijven hetzelfde, de ordinaten zijn tegengesteld.  
 $A_1(4, -4)$ ,  $B_1(3, -1)$  en  $C_1(1, -2)$ .
- Je spiegelt  $\Delta ABC$  t.o.v. de  $y$ -as:  $s_y(\Delta ABC) = \Delta A_2B_2C_2$   
 Let op de coördinaten van de punten  $A_2$ ,  $B_2$  en  $C_2$ .  
 De abscissen zijn tegengesteld, de ordinaten blijven hetzelfde.  
 $A_2(-4, 4)$ ,  $B_2(-3, 1)$  en  $C_2(-1, 2)$ .
- Je spiegelt  $\Delta ABC$  t.o.v. het punt  $O$ :  $s_O(\Delta ABC) = \Delta A_3B_3C_3$   
 Let op de coördinaten van de punten  $A_3$ ,  $B_3$  en  $C_3$ .  
 Zowel de abscissen als de ordinaten zijn tegengesteld.  
 $A_3(-4, -4)$ ,  $B_3(-3, -1)$  en  $C_3(-1, -2)$ .

## Oefening

- 16 Spiegel het parallellogram ABCD t.o.v. de  $x$ -as en noem het beeld  $A'B'C'D'$ .



- Spiegel het parallellogram ABCD t.o.v. het punt O en noem het beeld  $A''B''C''D''$ .



Noteer de coördinaten van de hoekpunten van ABCD.

.....

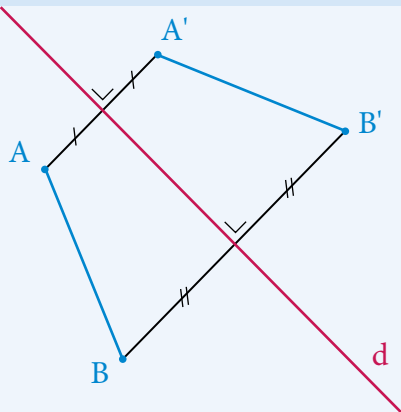
Noteer de coördinaten van de hoekpunten van  $A'B'C'D'$ .

.....

Noteer de coördinaten van de hoekpunten van  $A''B''C''D''$ .

.....

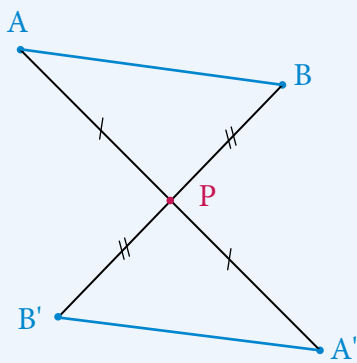
# SAMENVATTING



Het lijnstuk  $[AB]$  heeft als beeld het lijnstuk  $[A'B']$  door de spiegeling  $s_d$ .



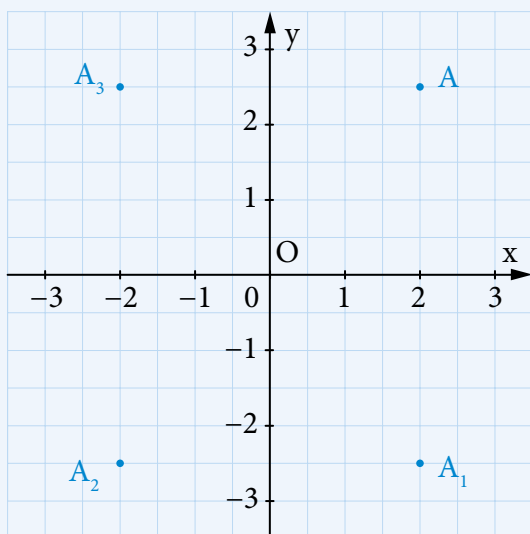
De figuur heeft 1 as van symmetrie.



Het lijnstuk  $[AB]$  heeft als beeld het lijnstuk  $[A'B']$  door de puntspiegeling  $s_p$ .



De figuur heeft 1 symmetriemiddelpunt.



In het rechthoekig assenstelsel  $(x, y)$  werd het beeld van het punt  $A(2; 2,5)$  getekend door een spiegeling t.o.v.

- de x-as.  
Je krijgt het punt  $A_1(2; -2,5)$ .
- het punt O.  
Je krijgt het punt  $A_2(-2; -2,5)$ .
- de y-as.  
Je krijgt het punt  $A_3(-2; 2,5)$ .