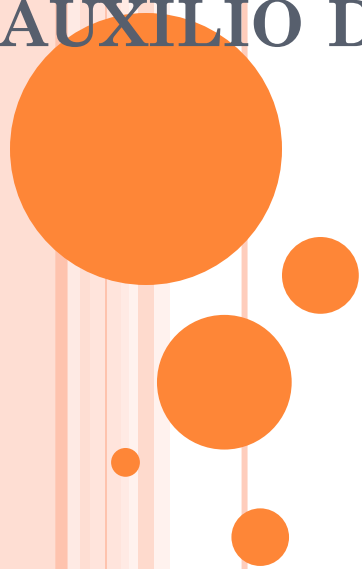


TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA



UM POUCO DE HISTÓRIA

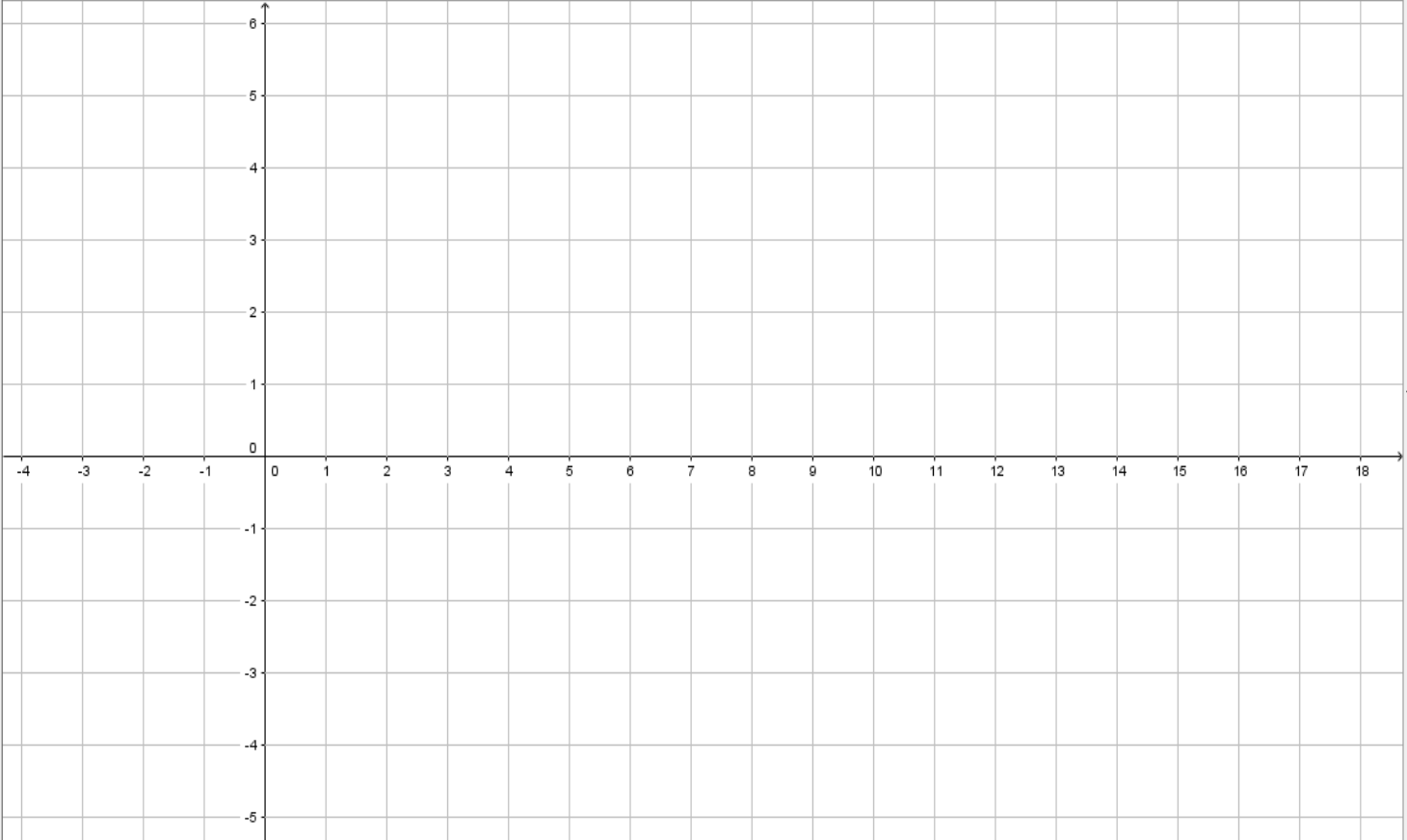
- O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar.
- É de código aberto, ou seja, há colaboração de programadores de todas as partes do mundo no intuito de melhorar o seu desempenho e a facilidade de utilização no ensino de matemática nas escolas de nível, básico médio e superior.
- <https://www.geogebra.org/>





▶ Janela de Álgebra

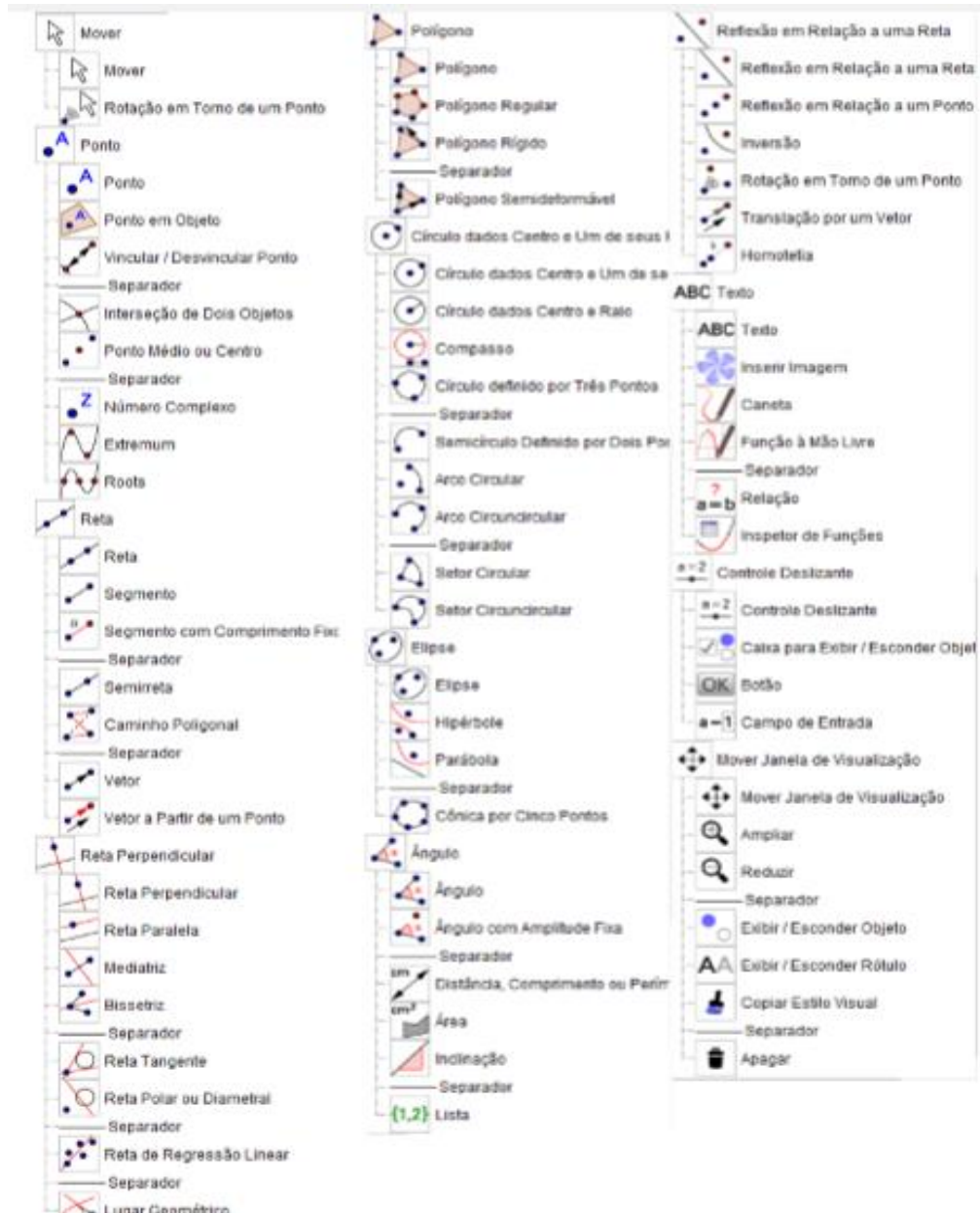
▶ Janela de Visualização



Entrada:



FERRAMENTAS



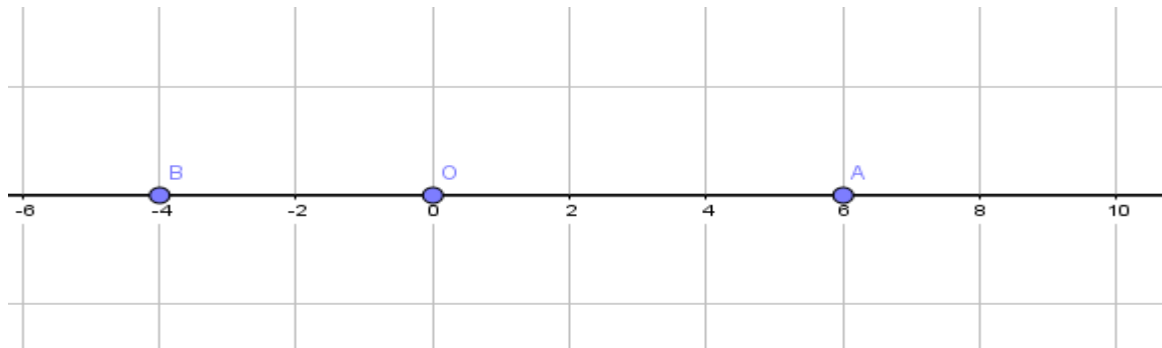
INTRODUÇÃO A GEOMETRIA ANALÍTICA

- A Geometria Analítica estuda as propriedades das figuras geométricas estabelecendo uma relação entre a Geometria Plana e a Álgebra
- Toda figura geométrica pode ser analisada como um conjunto de pontos e para traduzirmos em linguagem algébrica as propriedades destas figuras geométricas associamos esses pontos a números.



COORDENADAS E DISTÂNCIA NA RETA

- à origem O faz-se corresponder o número 0 (zero);
- a cada ponto $X \neq O$, da semirreta \overrightarrow{OA} corresponde o número real positivo $x = d(O, X)$;
- a cada ponto $X, X \neq O$, da semirreta \overrightarrow{OB} corresponde o número real negativo $x = -d(O, X)$.



Se b e a são as coordenadas dos pontos B e A sobre o eixo , respectivamente, então $d(B,A) = |b-a|$.



NO NOSSO CASO...

The screenshot displays the GeoGebra software interface. The main workspace shows a coordinate plane with a grid. Two points are plotted on the x-axis: point A at (6, 0) and point B at (-4, 0). A text label "BA = 10" is positioned between the two points, indicating a distance constraint. The left sidebar contains the "Janela de Álgebra" (Algebra View) with the following objects listed:

- Número
 - $\text{distânciaBA} = 10$
- Ponto
 - $A = (6, 0)$
 - $A_1 = (-6, 0)$
 - $B = (-4, 0)$
 - $B_1 = (8, 0)$
 - $O = (0, 0)$
- Reta
 - $f: y = 0$
- Texto
 - TextoBA = "BA = 10"

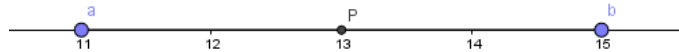
The top toolbar includes various geometric construction tools, and the "Janela de Visu" (View) menu is open, showing options like "Distância, Comprimento ou Perímetro" (Distance, Length or Perimeter), "Área" (Area), "Inclinação" (Slope), "Lista" (List), "Relação" (Relation), and "Inspetor de Funções" (Function Inspector). The Windows taskbar at the bottom shows the system tray with the date 28/06/2017 and time 19:26.



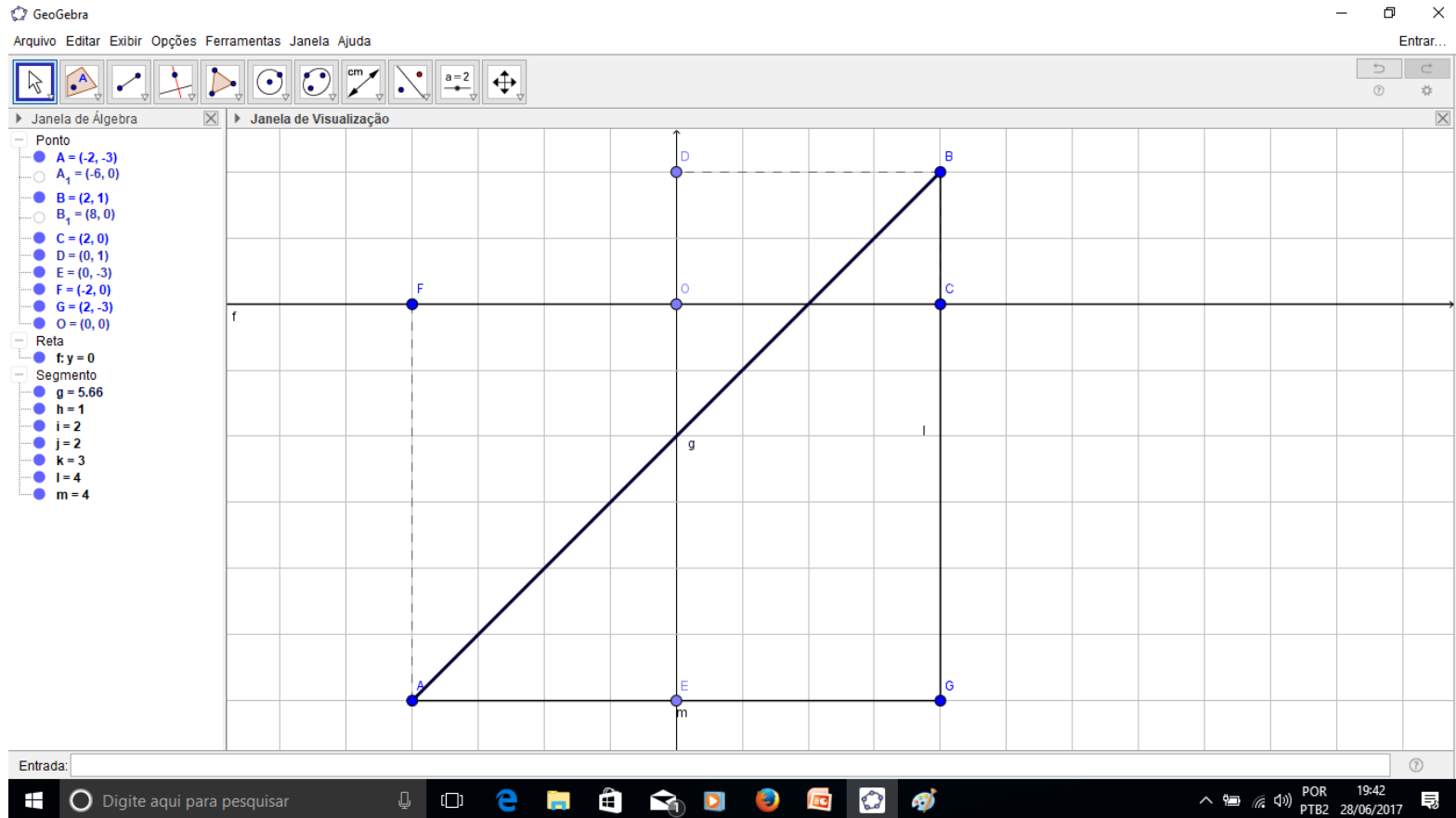
PONTO MÉDIO

- Definição: Ponto médio M é o ponto que divide o segmento em dois segmentos de mesmo tamanho.

$$M = \frac{a+b}{2}$$



DISTÂNCIA ENTRE PONTOS DO PLANO



$$A=(f,e), B=(c,d)$$

$$d(A,B) = |AB| = \sqrt{|AF|^2 + |GB|^2} = \sqrt{(f-c)^2 + (e-d)^2}$$



- Calcule a distância do ponto $A=(-1,2)$ ao ponto $B=(2,-3)$.
- Determine m de modo que a distância entre os pontos $P=(m,1)$ e $Q=(2m,-m)$ seja igual a 1.



PONTO MÉDIO NO EIXO E

- Sejam X e Y pontos de coordenadas x e y no eixo e . Então, a coordenada do ponto médio M do segmento XY é $m = (x+y)/2$.
- $d(M, X) = d(M, Y) \leftrightarrow |x-m| = |m-y|$
 - $\leftrightarrow m-x = y-m$
 - $\leftrightarrow m = (x+y)/2$



PONTO MÉDIO NO PLANO

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$



O CÍRCULO

- O círculo C de centro no ponto $A \in \pi$ e raio $r > 0$ é o conjunto que consiste dos pontos do plano π situados à distância r do ponto A , ou seja:

$$C = \{P \in \pi \mid d(P,A) = r\}.$$



ROTAÇÃO DE 90° DO SEGMENTO OP

- Seja $P = (x,y)$ um ponto do plano π . Então, os pontos $P' = (-y,x)$ e $P'' = (y,-x)$ são obtidos a partir do ponto P rotacionando de 90° o segmento OP em torno da origem.



4. Um ponto G divide o segmento AB do eixo E em **média e extrema razão** se $\frac{d(A, B)}{d(A, G)} = \frac{d(A, G)}{d(G, B)}$. Determine a coordenada g de G em termos das coordenadas a e b de A e B , respectivamente.



1.13. Considere a equação de segundo grau nas variáveis x e y , com $A \neq 0$:

$$Ax^2 + Ay^2 + Bx + Cy + D = 0.$$

Mostre que a equação representa:

- (a) um círculo se e só se $B^2 + C^2 - 4AD > 0$;
- (b) um ponto se e só se $B^2 + C^2 - 4AD = 0$;
- (c) o conjunto vazio se e só se $B^2 + C^2 - 4AD < 0$.

$$\frac{B^2}{4A} - \frac{1}{4A} \cdot \frac{B^2}{A} > 0 \quad \frac{B^2}{4A} - \frac{B^2}{4A} > 0 \quad 13$$
$$- \frac{B^2}{4A} - \frac{1}{4A} \cdot \frac{C^2}{A} > 0$$



5. Sejam A e B dois pontos do plano e k um número real positivo diferente de 1. Mostre que o conjunto $\{P \mid d(P, A) = kd(P, B)\}$ representa um círculo.

