# Soluzione due medi proporzionali tramite concoide

La costruzione di Nicomede prevede l'utilizzo della concoide nel modo seguente:

1. Si costruiscano gli assi $x = 0$ e $y = 0$, con origine $O$.
2. Si costruiscano gli slider per le quantità positive $a$ e $b$, con $b > a$.
3. Siano $A = (a, 0)$, $B = (0, b)$, $C = (a, b)$, $D = (\frac{a}{2}, 0)$ ed $E = (0, \frac{b}{2})$. Si costruisca il rettangolo $OACB$.
4. Si costruisca la retta $CE$ che interseca l'asse delle ascisse in $F = (-a, 0)$.
5. Si costruisca la perpendicolare $k$ ad $OD$ in $D$.
6. Si costruisca la circonferenza di centro $A$ e raggio $\frac{b}{2}$. Sia $G$ la sua intersezione con $k$, nel semipiano inferiore.
7. Si costruisca il segmento $\overline{FG}$.
8. Si costruisca la retta parallela a $\overline{FG}$ passante per $A$. Sia $H$ un punto generico su tale retta.
9. Si costruisca la retta $HG$.
10. Si costruisca la circonferenza di centro $H$ e raggio $\frac{b}{2}$. Sia $I$ il punto di intersezione di tale circonferenza con la retta $HG$, dalla parte di $H$.
11. Si renda attiva la traccia di $I$.
12. Sia $J$ un punto qualsiasi sull'asse delle ascisse, oltre ad $A$.
13. Si costruisca la retta $CJ$ che interseca l'asse delle ordinate nel punto $K$.
14. Si costruiscano i segmenti $x' = \overline{GH}$, $y' = \overline{AJ}$ e si renda visibile il loro valore sullo schermo.
15. Sia $\Delta = Distanza[I, J]$ e si renda visibile il suo valore sullo schermo.

### Utilizzo

Si trasli il punto $H$ disegnando la concoide di polo $G$ e asse $AH$. Si lasci $G$ nella posizione in cui $I$ giace sull'asse delle ascisse.
Si collochi il punto $J$ sull'intersezione della concoide con l'asse delle ascisse (cioè si ponga $J \equiv I \Rightarrow \Delta = 0$).
I medi proporzionali di $a$ e $b$ sono approssimativamente dati da $x'$ e $y'$.

### Dimostrazione

Si consideri la configurazione finale, con $I \equiv J$.
Poichè i triangoli $\triangle DGA$ e $\triangle DGJ$ sono rettangoli, si ha
$\overline{DG}^2 = (\frac{1}{2}b)^2 - (\frac{1}{2}a)^2 = (\frac{1}{2}b + x')^2 - (\frac{1}{2}a + y')^2$
$\Rightarrow ay' + y'^2 = bx' + x'^2$
$\Rightarrow (a + y') : (b + x') = x' : y' \quad (1).$

I triangoli $\triangle AHJ$ e $\triangle FGJ$ sono simili, quindi $\overline{HJ} : \overline{AJ} = \overline{GH} : \overline{FA}$,
cioè $\frac{1}{2}b : y' = x' : 2a$
$\Rightarrow a : x' = y' : b \quad (2)$
$\Rightarrow a : y' = x' : b$
$\Rightarrow (a + y') : y' = (x' + b) : b$
$\Rightarrow (a + y') : (x' + b) = y' : b \quad (3)$
Da $(1)$ e $(3)$ segue che $x' : y' = y' : b$.
Per $(2)$ si ha infine $a : x' = x' : y' = y' : b$.

**Osservazione**

Poichè vale $\frac{\overline{KB}}{a} = \frac{b}{y'} = \frac{x'}{a}$, allora $\overline{KB} = x'$.