Función racional

Función racional con deslizadores:

Propuesta de aula

Curso matemática de 4° año.

Tiempo: 45 minutos

Objetivos:

Obtener información del gráfico de la función racional para vincularla con la expresión analítica de la misma.

Buscar la relación que existe entre algunos de los coeficientes de la expresión analítica de f.

Conceptos previos:

Coordenadas de puntos y ubicación en el plano. Definición de raíz y ordenada en el origen. Recordar que no está definida la división entre cero, estudio de signo en funciones. Manejo del software dinámico GeoGebra.

Actividad:

Se trabaja en la sala de informática con el software GeoGebra.

Se les pide que ingresen al sitio GeoGebra.tube y busquen el recurso:
https://www.geogebra.org/material/simple/id/2440183#material/2521151

Luego deben realizar lo siguiente:

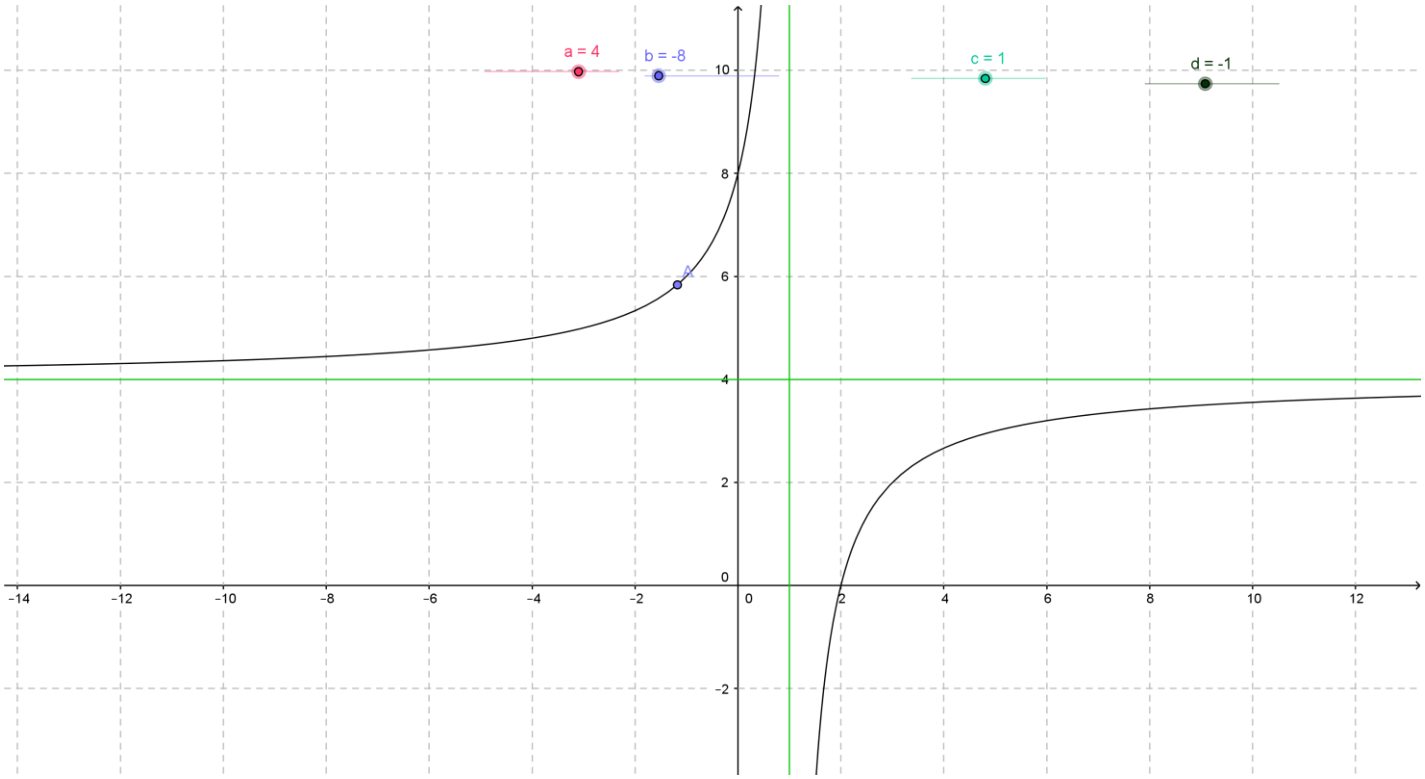
1. En la bandeja de entrada escribe la función $f(x)=(a\,x+b)/(c\,x+d)$

2. Mueve los deslizadores para: a= 4; b=- 8; c=1; d=- 1 con el botón “Elige y mueve” o directamente mueves encima de cada deslizador. (Pinta la hipérbola)

3. Crea dos deslizadores más y nómbralos e y g. Ubícalos en la gráfica debajo de los otros con un rango de -10 y 10 (e, y g)

En la bandeja de entrada escribe las ecuaciones de las rectas x =e; y=g (píntalas de un mismo color, pero que sea diferente al de la hipérbola) .Mueve los deslizadores y observa el gráfico, ayúdate con el zoom para ver mejor.

Determina e y g para que las rectas sean asíntotas de f.



FICHA PARA EL ALUMNO:

Responde en equipo, pero luego escribe en tu hoja las respuestas y pega en tu cuaderno la hoja.

Escribe la expresión de f en forma genérica, así como la ingresaron en la plataforma de GeoGebra Tube y di cuál es el valor de a, b, c y d en ese caso.

Observando el gráfico de la función f: D (f) $\rightarrow$ R / f(x) = $\frac{4x-8}{x-1}$ que representaste, contesta:

a) ¿Todos los valores reales de x tienen imagen? (Puedes considerar un punto sobre la hipérbola para analizar esto)

¿Cómo podrías hallar ese valor con la expresión de la función f?

b) ¿Cuál es la raíz de la función? ----------

¿Cómo puedes hallar ese valor con la expresión de f?----------

c) Ubica 3 puntos en el gráfico B, C y D para los cuales las imágenes sean negativas. Escribe sus coordenadas.
Ubica otros 3 puntos más (o desliza los anteriores en la hipérbola) para los cuales las imágenes sean positivas. Escribe sus coordenadas.
Ubica 3 puntos más donde las imágenes sean cero.

d) Escribe el signo de f según su gráfico----------
e) Ubica en el gráfico los puntos de abscisa 3, de abscisa 3,8; de ordenada -6.

f) ¿Cuáles son las coordenadas del punto de corte del gráfico con el eje de ordenadas? ----------

¿Cómo puedes hallar ese valor teniendo la expresión de f? ----------

g) ¿Qué sucede con las imágenes en la función, cuando x toma valores muy grandes en valor absoluto?

---

h) ¿Qué sucede con las imágenes en la función cuando x toma valores cercanos a 1? ----------

i) Mueve el deslizador de c, para c=0.
Escribe como quedó la expresión de f para esos valores ----------

¿Qué cambia en el gráfico en relación al anterior ?----------

¿Por qué crees que pasó eso? ----------

j) Ahora mueve el deslizador de d, para d=0.
¿Qué cambia en el gráfico en relación al anterior ?----------
¿Qué conclusión sacas?

Puesta en común:

Se expresa en forma genérica la función f /f(x)= $\frac{ax+b}{cx+d}$, no se escribe $c \neq 0$, ya que se analizara más adelante que sucede con la función cuando c=0

a) ¿Todos los valores de x tienen imagen?
Se espera que todos vean que el punto A que utilizan para ayudarse no puede tener abscisa 1, preguntar que significa eso con respecto a la función.
Decimos que el dominio de la función f, son todos los números reales menos el 1, y anotamos:
D (f)= R - {1 }

b) ¿Cuál es la raíz de la función?
Se pide que escriban las coordenadas del punto de corte de la hipérbola con el eje de abscisas, para hacer notar que la raíz es el valor de la abscisa solamente de ese punto.

$$f \cap \vec{Ox} = \{A\}$$

Coordenadas de A (2,0); raíz de f: x =2

Pedir que vinculen los coeficientes de la expresión mediante una operación, para obtener ese resultado.

c) Al escribir las coordenadas de los puntos según el caso, se podrá hacer notar el signo de las imágenes de esos puntos. al responder sobre la ubicación de 3 puntos de ordenada cero, dirán que no pudieron o que no hay más que uno.

d) Al obtener la raíz y el valor de no existencia de la función se puede escribir el signo viendo en el grafico como es el signo de las imágenes con respecto a valores mayores o menores que esos datos.

e) ¿Cuál es el corte con Oy?
Al pedirles el corte con Oy u ordenada en el origen quizás respondan 8 solamente, remarcar que es el valor de la ordenada del punto de corte del gráfico con el eje Oy, y=8.

f) Se espera que respondan que a medida que x toma valores muy grandes o muy chicos la gráfica se acerca a la recta horizontal y=4

Decimos que la recta y =4 es asíntota horizontal A.H. : y =4

Se mostrara que si dividimos 4 entre 1 nos da 4, o sea A.H. : y= $\frac{a}{c}$

g) Se les pregunta ¿qué pasa con la función a medida que x se acerca a 1 por su derecha o por su izquierda?
Decimos que la recta x =1 es asíntota vertical A.V.: x=1

Se mostrará que ese valor de x por donde pasa la asíntota vertical coincide con el valor de x, que queda excluido del dominio.

Las partes g) y h) si el tiempo no llega a dar, se dejaran para ver en la próxima clase junto con la corrección de deberes.

g) Observar que la función a estudiar en este caso al cambiar un valor de los coeficientes es otra

$f(x)=\frac{4x-8}{0x-1}=\frac{4x-8}{-1}=-(4x-8)$, no corresponde a una función racional sino que es una función lineal, cuya representación gráfica es una recta. Por eso al definir la función racional se pone la condición que c sea distinto de cero ($c \neq 0$)

h) No obtienen representación grafica de f ya que al darle a d el valor cero y teniendo c=0 queda $f(x)=\frac{4x-8}{0x-0}=\frac{4x-8}{0}$ ∄ la función f(x) para ningún valor de x ya que para cualquier x el denominador es siempre cero.

Tarea domiciliaria: Vuelve a acceder desde tu casa a GeoGebra.tube entra al recurso que se llama función racional con deslizadores 4° y realiza lo siguiente; ingresa la función

f(x)= (a x+b)/(c x +d).

Mueve los deslizadores para estos valores: a= 6; b= - 6: c =3; d= 6.

Crea 2 deslizadores e y g

Ingresa las ecuaciones x=e, y=g

Realiza una copia del gráfico en tu cuaderno y responde en el mismo las preguntas hechas en clase, pero ahora con respecto a esta función.

Applet disponible en: http://tube.geogebra.org/m/2521151

Recursos: Sala de informática con acceso a internet, y con programa GeoGebra, pizarrón, marcador, borrador, fotocopia con la actividad.

Evaluación: Mediante la observación al pasar por los bancos y con las preguntas realizadas en la propuesta.

Bibliografía: Pagina de software dinámico: https://tube.geogebra.org/

Material de estudio presentado en plan ceibal del curso de trabajo GeoGebra para Docentes de Educación Media https://ceibal.schoology.com/course/275129992

Material de apoyo brindado por la inspección de matemática a través de la profesora articuladora departamental de matemática (PAD) sobre funciones.

Ochoviet C. – Olave M.(2006).Matemática de 4°. Función racional, 148-155)

Link del applet: https://www.geogebra.org/material/simple/id/2440183#material/2521151

Link Libro Applets de educación media con Ceibal: https://www.geogebra.org/material/simple/id/2440183#

Creado por: Mónica Cotelo

Corregido por Equipo de Matemática del Plan Ceibal