

## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

### Οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση παραβολής

#### 1<sup>η</sup> Δραστηριότητα

Ανοίξτε το αρχείο «Μετατόπιση παραβολής.ggb».

- Με τη μαύρη γραμμή παριστάνεται η γραφική παράσταση της  $f(x)=ax^2$  που θα την λέμε «αρχική συνάρτηση» και το  $a$  αλλάζει τιμές με τη βοήθεια του μπλέ μεταβολέα. Πειραματιστείτε μετακινώντας τον μεταβολέα  $a$  προς τα δεξιά και προς τα αριστερά και παρατηρήστε την ταυτόχρονη μεταβολή του τύπου της συνάρτησης και του «ανοίγματος» της καμπύλης.
- Η μετακίνηση της γραφικής παράστασης της αρχικής συνάρτησης γίνεται με τη βοήθεια των μεταβολέων: «οριζόντια» με τον πράσινο μεταβολέα και «κατακόρυφα» με τον κόκκινο μεταβολέα. Ταυτόχρονα με τις μετατοπίσεις φαίνεται και ο τύπος της μετακινούμενης συνάρτησης (κάτω αριστερά) πριν και μετά τις πράξεις. Πειραματιστείτε μετακινώντας τον πράσινο και τον κόκκινο δρομέα και παρατηρώντας τις αντίστοιχες αλλαγές στον τύπο της αρχικής συνάρτησης.
- Τοποθετήστε τον μπλέ δρομέα στην τιμή  $a=2$  για να εργαστούμε με τη συνάρτηση  $f(x)=2x^2$  και μηδενίστε τους άλλους δύο μεταβολείς.

#### 2<sup>η</sup> Δραστηριότητα

- Με τη βοήθεια του κόκκινου μεταβολέα μετακινούμε τη γραφική παράσταση της αρχικής συνάρτησης **κατακόρυφα και πάνω κατά 3 μονάδες**. Ποιος ο τύπος της μετακινούμενης συνάρτησης;

Αρχική συνάρτηση:  $\psi=2x^2$

Τελική συνάρτηση μετά τη μετακίνηση:.....

- Με τη βοήθεια του κόκκινου μεταβολέα μετακινούμε τη γραφική παράσταση της αρχικής συνάρτησης **κατακόρυφα και κάτω κατά 3 μονάδες**. Ποιος ο τύπος της μετακινούμενης συνάρτησης;

Αρχική συνάρτηση:  $\psi=2x^2$

Τελική συνάρτηση μετά τη μετακίνηση:.....

Δοκιμάστε να πειραματιστείτε μετακινώντας τη γραφική παράσταση κατακόρυφα και για άλλους αριθμούς και δείτε τις αντίστοιχες αλλαγές στον τύπο της συνάρτησης.

### 3<sup>η</sup> Δραστηριότητα

- Στο πεδίο «εισαγωγή» που βρίσκεται κάτω αριστερά στο περιβάλλον του Geogebra να πληκτρολογήσετε τον τύπο της συνάρτησης  $\psi=-2x^2+1$ . Αμέσως θα εμφανιστεί η γραφική παράσταση αυτής της συνάρτησης. Ποια συνάρτηση πρέπει να έχω στη διάθεσή μου και ποιο είδος μετατόπισης θα χρησιμοποιήσω για να σχεδιάσω την  $\psi=-2x^2+1$  σύμφωνα με αυτά που μάθατε στις προηγούμενες δραστηριότητες; Περιγράψτε τα απαιτούμενα βήματα:

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Δοκιμάστε τώρα να κατασκευάσετε την παραπάνω γραφική παράσταση στο περιβάλλον του Geogebra, σε νέο φύλλο εργασίας (επιλέξτε **Αρχείο** και κατόπιν **Νέο παράθυρο**) και αποθηκεύστε την κατασκευή σας.

- Ας προσπαθήσουμε να γενικεύσουμε τα μέχρι τώρα συμπεράσματά μας: Αν έχω στη διάθεσή μου τη γραφική παράσταση της  $f(x)=ax^2$  και μετακινήσω κατακόρυφα κατά  $c$  μονάδες (όπου  $c>0$ ) τότε θα κατασκευαστεί η γραφική παράσταση της  $g(x)=$ .....

#### 4<sup>η</sup> Δραστηριότητα

- Με τη βοήθεια του κόκκινου μεταβολέα μετακινούμε τη γραφική παράσταση της αρχικής συνάρτησης **οριζόντια και δεξιά κατά 3 μονάδες**. Ποιος ο τύπος της μετακινούμενης συνάρτησης;

Αρχική συνάρτηση:  $\psi=2\chi^2$

Τελική συνάρτηση μετά τη μετακίνηση:.....

- Με τη βοήθεια του κόκκινου μεταβολέα μετακινούμε τη γραφική παράσταση της αρχικής συνάρτησης **οριζόντια και αριστερά κατά 3 μονάδες**. Ποιος ο τύπος της μετακινούμενης συνάρτησης;

Αρχική συνάρτηση:  $\psi=2\chi^2$

Τελική συνάρτηση μετά τη μετακίνηση:.....

Δοκιμάστε να πειραματιστείτε μετακινώντας τη γραφική παράσταση κατακόρυφα και για άλλους αριθμούς και δείτε τις αντίστοιχες αλλαγές στον τύπο της συνάρτησης.

#### 5<sup>η</sup> Δραστηριότητα

- Στο πεδίο «εισαγωγή» που βρίσκεται κάτω αριστερά στο περιβάλλον του Geogebra να πληκτρολογήσετε τον τύπο της συνάρτησης  $\psi=-(\chi+2)^2+4$ . Αμέσως θα εμφανιστεί η γραφική παράσταση αυτής της συνάρτησης. Ποια συνάρτηση πρέπει να έχω στη διάθεσή μου και ποιο είδος μετατόπισης θα χρησιμοποιήσω για να σχεδιάσω την  $\psi=-(\chi+2)^2+4$  σύμφωνα με αυτά που μάθατε στις προηγούμενες δραστηριότητες; Περιγράψτε τα απαιτούμενα βήματα:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Δοκιμάστε τώρα να κατασκευάσετε την παραπάνω γραφική παράσταση στο περιβάλλον του Geogebra, σε νέο φύλλο εργασίας (επιλέξτε **Αρχείο** και κατόπιν **Νέο παράθυρο**) και αποθηκεύστε την κατασκευή σας.

- Ας προσπαθήσουμε να γενικεύσουμε τα μέχρι τώρα συμπεράσματά μας: Αν έχω στη διάθεσή μου τη γραφική παράσταση της  $f(x)=ax^2$  και μετακινήσω οριζόντια κατά  $c$  μονάδες (όπου  $c>0$ ) τότε θα κατασκευαστεί η γραφική παράσταση της  $g(x)=\dots\dots\dots$

### **6<sup>η</sup> Δραστηριότητα**

Να σκεφθείτε πως θα κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της  $h(x)=2(x+3)^2-2$  αν έχετε στη διάθεσή σας τη γραφική παράσταση της  $\psi=2x^2$ . Περιγράψτε τα βήματα που θα ακολουθούσατε:

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Από την προηγούμενη διερεύνηση έμαθα ότι αν έχω τη γραφική παράσταση της  $f(x)=ax^2$ , για να κατασκευάσω τη γραφική παράσταση της:

- $f(x)+c$  .....
- $f(x+k)$ .....
- $f(x+k)+c$ .....

## Αυτοαξιολόγηση των μαθητών

1) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=-4x^2$ . Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει, από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της  $f$ , σε κάθε μια από τις επόμενες περιπτώσεις.

- ❖ κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 1 μονάδα προς τα πάνω

.....

- ❖ κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 2 μονάδες προς τα κάτω

.....

- ❖ κατά 2 μονάδες προς τα αριστερά και κατά 1 μονάδες προς τα πάνω

.....

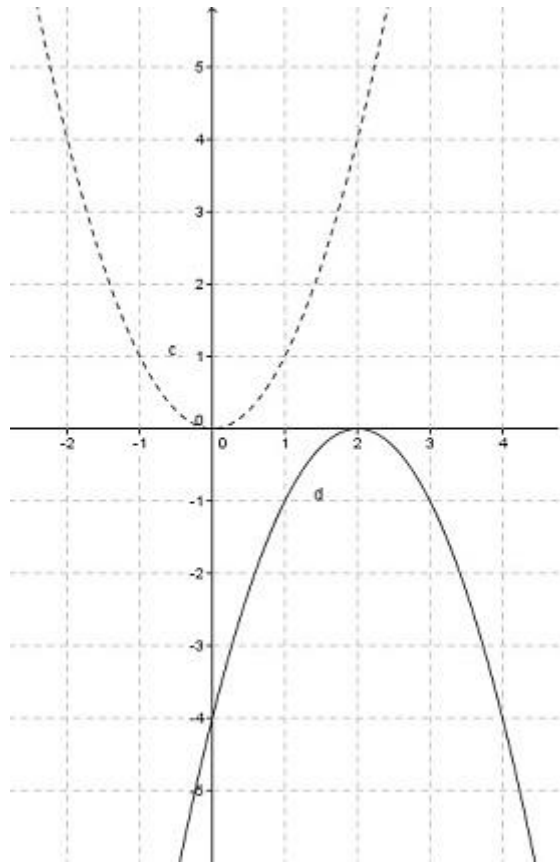
- ❖ κατά 3 μονάδες προς τα αριστερά και κατά 2 μονάδες προς τα κάτω

.....

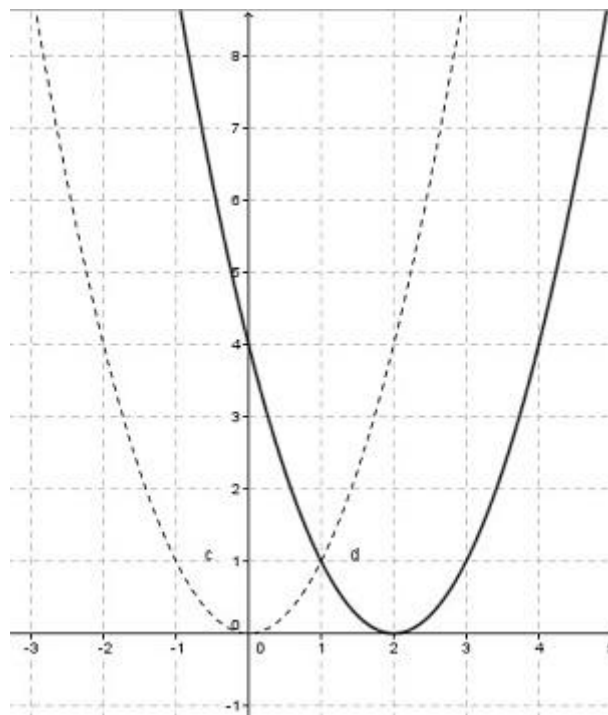
Σε κάθε περίπτωση μπορείτε να επιβεβαιώσετε τον συλλογισμό σας μέσω του περιβάλλοντος εργασίας που έχετε στην διάθεση σας.

2) Δίνονται οι παρακάτω παραβολές (σε κάθε σχήμα η παραβολή που παριστάνεται με διακεκομμένη γραμμή είναι η  $y=x^2$ )

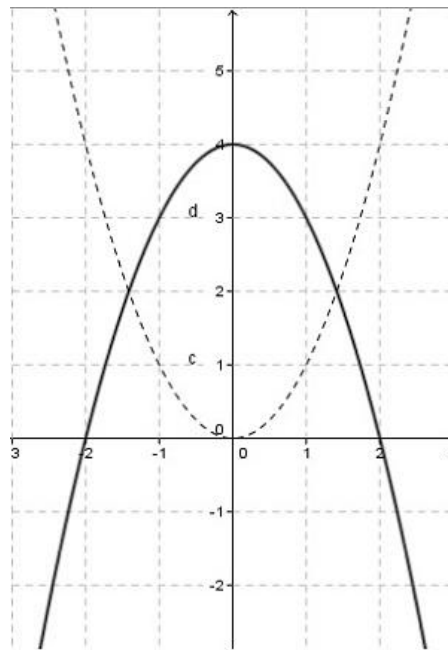
A)



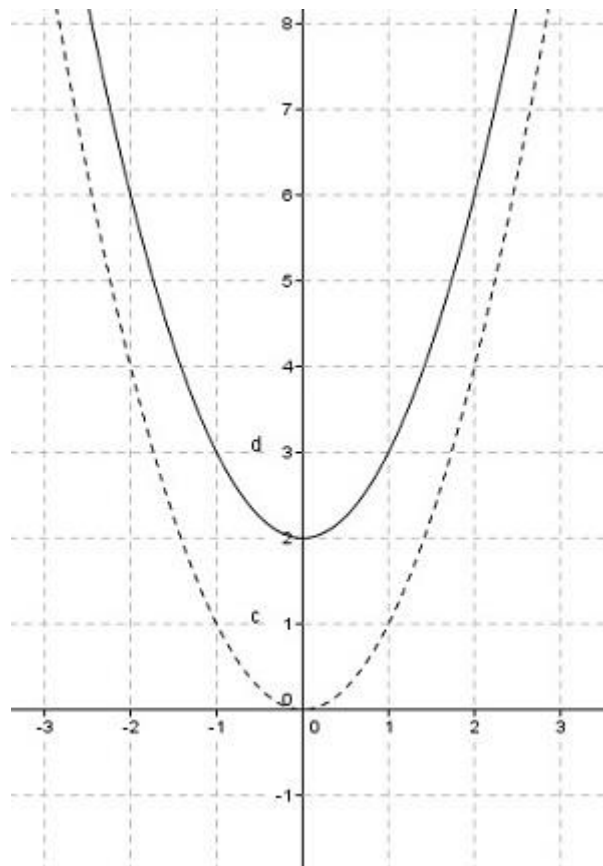
B)



Γ)



Δ)



Να βρείτε ποια παραβολή είναι η γραφική παράσταση καθεμιάς από τις παρακάτω συναρτήσεις:

A.  $f(x)=(2-x)^2$

B.  $g(x)=x^2+2$

Γ.  $h(x)=(2-x)(2+x)$

.....  
.....  
.....

3) Πως θα κατασκευάσω την γραφική παράσταση της  $f(x)=2x^2+4x+5$ , αν έχω στην διάθεσή μου την  $f(x)=2x^2$ ;

.....  
.....  
.....  
.....