Arbeitsgemeinschaft Mathematik

– Elemente der Analytischen Geometrie –

8. Satz von Ceva
"Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck und S ein Punkt innerhalb des Dreiecks; seien die Schnittpunkte der Geraden (A,S), (B,S) und (C,S) mit den entsprechenden Dreiecksseiten $[BC]$, $[CA]$ und $[AB]$: S_1, S_2 und S_3, dann gilt: $TV(BS_1C) \cdot TV(CS_2A) \cdot TV(AS_3B) = 1$."

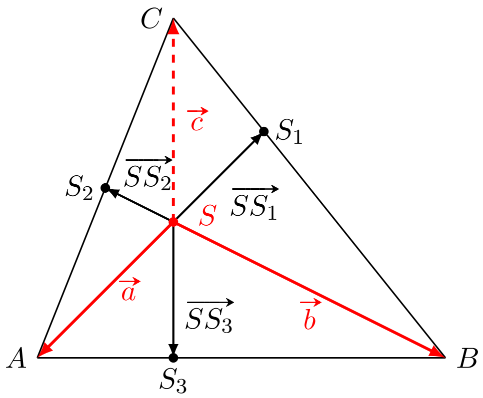
Aussage analysieren

Das setze ich voraus:

Das muss ich zeigen:

Beweisfigur

Öffnen Sie das dynamische *GeoGebra*-Arbeitsblatt *"Satz von* CEVA*"* und folgen Sie dort der Anleitung! Entwickeln Sie zuerst eine digitale Beweisfigur, bevor Sie die wichtigsten Elemente auf das vorliegende Arbeitsblatt in die Abbildung übernehmen. Interpretieren Sie im Anschluss das "Gegebene" und "Gesuchte" weiter. Hierbei sollen die Sachverhalte ggf. mit Definitionen, Eigenschaften und zur Beweisfigur passenden Bezeichnungen versehen werden. Beginnen Sie mit dem "Gesuchten". Nehmen Sie sich für diesen Schritt ausreichend viel Zeit!



Interpretation des "Gesuchten":

Sei $TV(BS_1C) =: \kappa_1$, $TV(CS_2A) =: \kappa_2$ und $TV(AS_3B) =: \kappa_3$, dann gilt:

$$\overrightarrow{BS_1} = \frac{\kappa_1}{1+\kappa_1}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{CS_2} =$$

$$\overrightarrow{AS_3} =$$

Interpretation des "Gegebenen":

Aus der Grafik ist zu entnehmen:

$$\vec{c} = \lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b},\ \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R};\ \vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$$

Des Weiteren kann festgehalten werden:

$$\overrightarrow{SS_1} = \vec{b} + \overrightarrow{BS_1}$$

$$\overrightarrow{SS_2} = \qquad\qquad \overrightarrow{SS_3} =$$

✎ Beweisplanung

Analysieren Sie die Ähnlichkeiten und Muster zwischen den gegebenen und zu beweisenden Eigenschaften. Überlegen Sie, wie die Voraussetzungen helfen können, das Gesuchte zu folgern!

1. Man stelle die Vektoren $\overrightarrow{SS_1}$, $\overrightarrow{SS_2}$ und $\overrightarrow{SS_3}$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ dar.

✎ Beweisschritte

Fixieren Sie jeden einzelne Beweisschritt. Geben Sie alle notwendigen Begründungen an!

Die digitalen *GeoGebra*-Arbeitsblätter finden Sie unter folgendem Link:
`http://www.geogebra.org/%23philippmeyer%23`