

Lösen von Potenzgleichungen (mit natürlichem Exponenten n)

$x^n = a$ mit $a \in \mathbb{R}$. **Die Basis x ist gesucht.**

Lösungsmengen L (die Menge aller exakten Lösungen)

Beispiele	Exponent ist gerade	Exponent ist ungerade
$x^4 = 625$ $x^5 = 32$	$L = \{-\sqrt[4]{625}; \sqrt[4]{625}\}$ $= \{-5; 5\}$ (zwei Elemente)	$L = \{\sqrt[5]{32}\}$ $= \{2\}$ (genau ein Element)
$x^6 = 0$ $x^7 = 0$	$L = \{0\}$ (genau ein Element)	$L = \{0\}$ (genau ein Element)
$x^4 = -16$ $x^3 = -27$	$L = \{ \}$ (kein Element)	$L = \{-\sqrt[3]{-(-27)}\}$ $= \{-\sqrt[3]{27}\}$ $= \{-3\}$ (genau ein Element)

Allgemein:

Lösungsmengen L (die Menge aller exakten Lösungen)

	Exponent ist gerade	Exponent ist ungerade
$a > 0$	$L = \{-\sqrt[n]{a}; +\sqrt[n]{a}\}$ (zwei Elemente)	$L = \{\sqrt[n]{a}\}$ (genau ein Element)
$a = 0$	$L = \{0\}$ (genau ein Element)	$L = \{0\}$ (genau ein Element)
$a < 0$	$L = \{ \}$ (kein Element)	$L = \{-\sqrt[n]{-a}\}$ (genau ein Element)