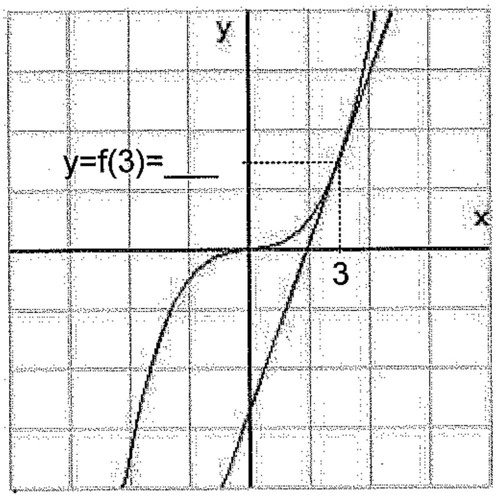
Übung 3.1

Aufgabe zu Typ 1	Aufgabe zu Typ 2
Steigung m_t an der bekannten Stelle x_0 der Funktion f gesucht Verfahren Sie bei der Berechnung der Steigung m wie im Beispiel zu Aufgabe 3.2	**Stelle x der Funktion f mit der bekannten Steigung m_t gesucht** Verfahren Sie bei der Berechnung der Stelle x wie im Beispiel zu Aufgabe 3.2
In der Abbildung unten ist die Funktion $f(x) = x^3 + x$ und Ihre Tangente an der Stelle x = 3 abgebildet. Berechnen Sie die Koordinaten des Berührpunktes und die Steigung dieser Tangente bzw. die Steigung der Funktion an dieser Stelle. Formulieren Sie einen Antwortsatz: Berechnen der Ableitung: f '(x) = ___________ 1. Ansatz: m = f '(___) = _____________ = ___ 2. y- Wert: y = ____________ = ____ 3. Antwortsatz: ___________________________________ ___________________________________ ___________________________________ 	a) Berechnen Sie die Koordinaten, an der die Funktion $u(x) = 2{,}5\ x^2 + 5$ die Steigung m = 8 hat. Berechnen der Ableitung: u'(x) = ________ 1. Ansatz Gleichung: u'(x) = m u'(x) = ____ 2. Lösen der Gleichung ______=______ ______=______ 3. y-Wert: y = ______=________________ 4. Antwortsatz: ___________________________________ ___________________________________ b) Berechnen Sie die Stelle*, an der die Funktion u(x) eine Tangente mit der Steigung 0 hat. 1. Ansatz Gleichung: u'(x) = m u'(x) = _____ 2. Lösen der Gleichung ______=______ ______=______ 3. Antwortsatz: ___________________________________ ___________________________________

*Anmerkung: 1. Wenn die Koordinaten gesucht werden, müssen der x- und y-Wert berechnet werden.
2. Wenn die Stelle gesucht wird, muss nur der x-Wert berechnet werden.

Übung 3.2

Die folgenden Aufgabenstellungen können ebenfalls mit den Ansätzen von Typ 1 und Typ 2 berechnet werden. Allerdings ist hier der Wert x_0 bzw. die Steigung m nicht mehr explizit gegeben. Diese Werte müssen mit Hilfe von Zusatzüberlegungen bzw. Nebenrechnungen aus den Angaben der Aufgabe bestimmt werden. Überlegen Sie jedoch jeweils, wenn nicht angegeben, welcher Aufgabentyp vorliegt.

a) Berechnen Sie die Steigung der Funktion $g(x) = x^2 - 6x$ an ihren Nullstellen.

Hinweis: Aufgabe vom Typ 1

Ableitung berechnen: $g'(x) =$ ____________________

Nebenrechnung: Nullstellenberechnung zur Bestimmung von x

Berechnung der gesuchten Steigung m und Antwortsatz

b) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes, an dem die Funktion $k(x) = 2x^2 - 1$ die gleiche Steigung hat wie die Gerade $y = -2x + 3$

Hinweis: Aufgabe vom Typ 2

Die Steigung ist hier nicht explizit gegeben, sondern hier ist die Information zur Steigung versteckt. Die Steigung wird anhand einer Zusatzüberlegung ermittelt.

Zusatzüberlegung:

Da k(x) die gleiche Steigung wie die Gerade haben soll, gilt für m: m = ____

Ableitung von k(x) berechnen: $k'(x) =$ _______

Ansatz: $k'(x) =$ ____

Rechnung:

c) Berechnen Sie die Steigung der Funktion $h(x) = 3x^2 - x + 2$ am y-Achsenabschnitt.

Ableitung berechnen: $h'(x) =$ ______________

Aufgabe vom Typ __

Zusatzüberlegung zur Bestimmung von x: $x =$ ____

Berechnung der Steigung m:

d) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P, an dem die Funktion $p(x) = -2x^2 + 4$ die gleiche Steigung hat wie die Funktion $q(x) = 7x^3 + 2x - 5$ an ihrem y-Achsenabschnitt.

Hilfe: In dieser Aufgabe sind beide Aufgabentypen enthalten. Die Aufgabe muss daher in zwei Teilaufgaben zerlegt werden.

Erste Teilaufgabe vom Typ 1:

Bestimmung der Steigung der Funktion q(x) in ihrem y-Achsenabschnitt.

Zweite Teilaufgabe vom Typ 2:

Berechnen, für welche Koordinaten die Funktion p(x) die in Teilaufgabe 1 berechnete Steigung hat.

e) Berechnen Sie die Steigung der Funktion $f(x) = x^3 + 2x - 1$ im Schnittpunkt mit der Geraden $g(x) = -x + 3$

Aufgabe vom Typ ____

Nebenrechnung zur Bestimmung von x:

Berechnung der Steigung m: m = f'(____) = ________________________________

Kontrollergebnis: Für die Steigung gilt m = 5

f) Gegeben sind die Funktionen $u(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 3x$ und $v(x) = 2x - \frac{2}{3}x^3$.
An welchen Stellen haben beide Funktionen die gleiche Steigung?

Hilfe: Hier ist die Stelle x mit einer bestimmten Steigung gesucht, also ist es eine Aufgabe vom Typ ____. Da m jedoch nicht direkt ermittelt werden kann, aber beide Steigungen gleich sein sollen, liefert der folgende Ansatz die Lösung.

Steigung u(x) = Steigung v(x)

$u'(x) = v'(x)$

Kontrollergebnis: $x_1 = 1$ und $x_{2,3} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

Aufgabe 3.3

Ermitteln der Tangente / Normale in einem bekannten Punkt der Funktion

Information:
Die **Normale** ist eine Gerade, welche orthogonal zur Tangente bzw. im Berührpunkt von Tangente und Kurve orthogonal zur Kurve verläuft.

Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten, die Gleichung einer Tangente zu ermitteln. Die hier verwendete Methode entspricht von der Struktur dem Vorgehen, das Sie bereits bei der rechnerischen Ermittlung von Geradengleichungen angewendet haben, wenn Sie das Kapitel 3 im Arbeitsbuch „Grundlegendes zu Algebra und Funktionen" durchgearbeitet haben.

Verdeutlichen Sie sich jeweils die Vorgehensweise zur Bestimmung der Tangenten und Normalen für die Ausgangsfunktion $\mathbf{f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x}$. Erläutern Sie danach die Bedeutung der Angaben der Zeilen (1) bis (4).

Tangente: $y = m_t x + b_t$ an der Stelle $x = 2$

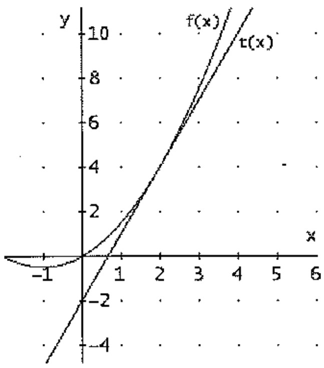
(1) $x = 2$

(2) $y = f(2) = 2 + 2 = 4$

(3) $m_t = f'(2) = 2 + 1 = 3$

(4) $b_t = y - m_t x = 4 - 3 \cdot 2 = -2$

Tangente: $t(x) = 3x - 2$



(1) __________

(2) __________

(3) __________

(4) __________

Normale: $y = m_n x + b_n$ an der Stelle $x = 2$

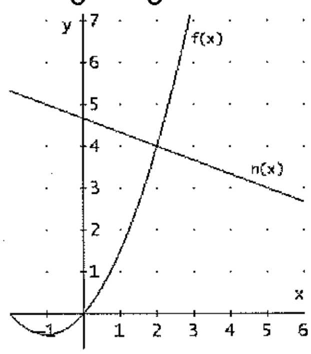
(1) $x = 2$

(2) $y = f(2) = 2 + 2 = 4$

(3) $m_n = -\frac{1}{m_t} = -\frac{1}{f'(2)} = -\frac{1}{3}$

(4) $b_n = y - m_n x = 4 - (-\frac{1}{3}) \cdot 2 = \frac{14}{3}$

Normale: $n(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$



(1) __________

(2) __________

(3) __________

(4) __________

Ergänzende Übungen: __________