

Étude de l'hyperbole

Ouvrez la figure *Hyperbole 1* pour répondre aux questions suivantes :

L'hyperbole est la représentation graphique de la relation suivante :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Vous pouvez déplacer les paramètres a et b de cette relation.

À quoi correspondent ces paramètres sur le graphique?

Le paramètre a correspond à : _____

Le paramètre b correspond à : _____

Si le paramètre $a = 3$ et le paramètre $b = 2$, quelle est l'équation de l'hyperbole?

Quelles sont les coordonnées des sommets? _____

Et quelles sont les coordonnées des foyers? _____

Pouvez-vous démontrer algébriquement les coordonnées des foyers, à l'aide des paramètres a et b ?

Le point F est un point de l'hyperbole; quelles sont ses coordonnées?

Démontrez algébriquement que ce point est une solution de l'équation de l'hyperbole :

Les segments i et j relient les foyers au point F ; quelle est la mesure de ces deux segments :

Le segment i mesure : _____

Le segment j mesure : _____

Déplacez le point F et notez les mesures des segments dans le tableau suivant :

Coordonnées du point F	Mesure du segment i	Mesure du segment j

Que remarquez-vous?

Donnez maintenant la valeur de 4 au paramètre a ; quelle est l'équation de l'hyperbole?

Déplacez à nouveau le point F et notez les mesures des segments dans le tableau suivant :

Coordonnées du point F	Mesure du segment i	Mesure du segment j

Que remarquez-vous?

Pouvez-vous expliquer le lien qui existe entre la valeur du paramètre a et la longueur des segments qui relient chaque point de l'hyperbole aux foyers?

Modifiez maintenant les paramètres a et b .

Quelles valeurs avez-vous données aux paramètres? _____

Quelle est l'équation de l'hyperbole? _____

Quelles sont les coordonnées des sommets? _____

Et quelles sont les coordonnées des foyers? _____

Afin de visualiser l'effet de la modification des paramètres sur le graphique de la fonction, complétez le tableau suivant. Les éléments suivants sont modifiés par : (décrivez la modification)

Élément	a	b
Coordonnées des sommets		
Coordonnées des foyers		
Distance entre le sommet et le foyer		

Pouvez-vous expliquer votre réponse? (Vous pouvez vous servir de l'équation pour démontrer votre explication).

Redonnez les valeurs suivantes aux paramètres de l'hyperbole : $a=3$ et $b=2$

Sur la grille du graphique de l'hyperbole, il y a un point dont les coordonnées sont (x_1, y_1) . Vous pouvez déplacer ce point à l'aide des deux curseurs des coordonnées.

Modifiez les paramètres de façon à ce que le point soit **rouge**; quels sont les coordonnées du point? _____

Quelle est l'inéquation ayant ce point comme solution?

Pouvez-vous le démontrer?

Modifiez les paramètres de façon à ce que le point soit **bleu**; quels sont les coordonnées du point? _____

Quelle est l'inéquation ayant ce point comme solution?

Pouvez-vous le démontrer?

Trouvez maintenant des coordonnées pour x_1 et y_1 de façon à obtenir un point **vert**. Quelles sont ces coordonnées? _____

Ce point fait partie de quel ensemble-solution? _____.

Pouvez-vous le démontrer?

En vous aidant des paramètres et de la représentation graphique de l'hyperbole ainsi que des coordonnées du point; décrivez, sous la forme d'intervalle, le domaine et l'image des inéquations suivantes : (démontrez à l'aide d'un exemple)

Inéquation	Domaine	Image
------------	---------	-------

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} \leq 1$$

Démonstration :

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} > 1$$

Démonstration :

$$\frac{x^2}{1,44} - \frac{y^2}{4,41} < 1$$

Démonstration :

$$\frac{x^2}{13,69} - \frac{y^2}{22,09} \geq 1$$

Démonstration :