

Матриця рефлексивного відношення характеризується тим, що всі елементи її головної діагоналі – одиниці, а матриця іррефлексивного відношення – тим, що зазначені елементи є нулями. Зауважимо, що симетричність відношення спричиняє також симетричність матриці. Матриця антисиметричного відношення характеризується тим, що нема жодної пари одиниць на місцях, симетричних відносно головної діагоналі. Матриця асиметричного має таку ж властивість, до того ж всі елементи її головної діагоналі – нулі. Матриця транзитивного відношення характеризується тим, що

коли $m_{ij} = 1$ і $m_{jk} = 1$ тоді $m_{ik} = 1$.

Важливо зазначити, що властивості симетричності й антисиметричності не є антагоністичними: існують відношення, які одночасно мають ці властивості. Наприклад, відношення $R = \emptyset$ на множині $A = \{a\}$ одночасно й симетричне, і антисиметричне. Є також відношення, які не мають жодної із цих двох властивостей.

Приклад 3.1. Розглянемо шість відношень на множині $A = \{1, 2, 3, 4\}$:

$$R_1 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,4), (4,1), (4,4)\};$$

$$R_2 = \{(1,1), (1,2), (2,1)\};$$

$$R_3 = \{(1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (2,2), (3,3), (4,1), (4,4)\};$$

$$R_4 = \{(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3)\};$$

$$R_5 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,3), (3,4), (4,4)\};$$

$$R_6 = \{(3,4)\}.$$

Знайти властивості цих відношень.

Відношення R_3 та R_5 – *рефлексивні*, оскільки вони містять усі пари вигляду (a,a) , тобто $(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)$. Решта відношень не є рефлексивними,

зокрема, R_1, R_2, R_4, R_6 не містять пари $(3,3)$.

Відношення R_4 та R_6 – *іррефлексивні*, оскільки вони містять усі пари вигляду (a,a) , тобто $(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)$.

Зауважимо, що R_1, R_2 є ні рефлексивними, ні іррефлексивними.

Лише відношення R_2 та R_3 *симетричні*, тому що містять тільки симетричні елементи.

Лише відношення R_4, R_5, R_6 є *антисиметричними*. У кожному із цих відношень немає таких пар елементів a та b ($a \neq b$), що одночасно $(a,b) \in R$ та $(b,a) \in R$.

Є також відношення, які не є симетричними, ані антисиметричними. Прикладом такого відношення є R_1 .

Зрозуміло, що будь-яке асиметричне відношення повинно бути й антисиметричним.

Обернене твердження неправильне. Відношення R_5 є антисиметричним відношенням, яке не є асиметричним через те, що воно містить пару $(1,1)$.

Відношення R_3, R_5, R_6 із є *транзитивними*. Для кожного з них можна пересвідчитись, що якщо пари (a,b) та (b,c) належать цим відношенням, то й пара (a,c) теж їм належить.

Відношення R_1, R_2, R_3 не є транзитивними: $(3,4) \in R_1, (4,1) \in R_1$, але $(3,1) \notin R_1$; $(2,1) \in R_2, (1,2) \in R_2$, але $(2,2) \notin R_2$; $(2,1) \in R_3, (1,4) \in R_3$, але $(2,4) \notin R_3$.