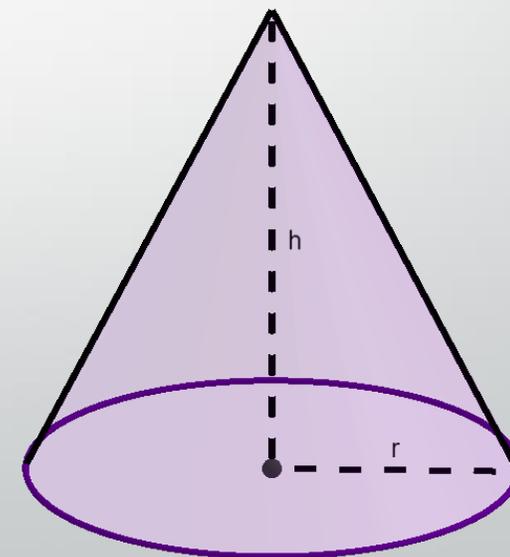


- Uma das etapas do processo de produção de areia é quando a areia passa pelo classificador (conforme podemos observar nas figuras anteriores) e é despejada em montes cônicos, não são exatamente cones circulares retos, mas se assemelham muito.



Fonte: <http://www.engmine.com.br/classificacao-de-areia?lightbox=datatem-ija8thk71> Acesso em: 15 fev. 2017.



Fonte: Raiane Lemke, 2017



Situação problema

- Supondo que no instante $t = 0$ s, um monte cônico de areia tem 2 m de raio e 3 m de altura. A taxa de aumento da altura desse cone nesse instante é de 0.1 m/s e o raio aumenta a uma taxa de 0.05 m/s. Determine:
 - a) A taxa de variação do volume de areia no instante $t = 0$ s.
 - b) A taxa de variação do volume de areia no instante $t = 20$ s.



Solução

$$V(t) = \frac{\pi r^2(t)h(t)}{3}$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{\partial V}{\partial r}(r(t), h(t)) \frac{dr(t)}{dt} + \frac{\partial V}{\partial h}(r(t), h(t)) \frac{dh(t)}{dt}$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{2\pi r(t)h(t)}{3} \frac{dr}{dt} + \frac{\pi r^2(t)}{3} \frac{dh}{dt}$$

Para $t = 0$ s temos

$$r(t) = r_0 + \frac{dr}{dt}(t) \text{ e } h(t) = h_0 + \frac{dh}{dt}(t)$$

$$r(0) = 2 + (0,05)(0) = 2 \text{ e } h(0) = 3 + (0,1)(0) = 3$$

$$\frac{dV(0)}{dt} = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 3}{3} (0,05) + \frac{\pi \cdot 2^2}{3} (0,1)$$

$$\frac{dV(0)}{dt} = \frac{\pi}{3} \cong 0,33\pi \cong 1,047 \text{ m}^3/\text{s}$$



Solução

$$V(t) = \frac{\pi r^2(t)h(t)}{3}$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{\partial V}{\partial r}(r(t), h(t)) \frac{dr(t)}{dt} + \frac{\partial V}{\partial h}(r(t), h(t)) \frac{dh(t)}{dt}$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{2\pi r(t)h(t)}{3} \frac{dr}{dt} + \frac{\pi r^2(t)}{3} \frac{dh}{dt}$$

Para $t = 20$ s temos

$$r(t) = r_0 + \frac{dr}{dt}(t) \text{ e } h(t) = h_0 + \frac{dh}{dt}(t)$$

$$r(20) = 2 + (0,05)(20) = 3 \text{ e } h(20) = 3 + (0,1)(20) = 5$$

$$\frac{dV(20)}{dt} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 5}{3} (0,05) + \frac{\pi \cdot 3^2}{3} (0,1)$$

$$\frac{dV(0)}{dt} = \frac{4\pi}{5} = 0,8\pi \cong 2,513 \text{ m}^3/\text{s}$$