La recta se puede entender como un conjunto infinito de puntos alineados en una única dirección. En un plano, una recta puede ser horizontal, vertical o diagonal. Es en este contexto que la Geometría analítica nos enseña que una recta se puede representar a partir de dos puntos y por lo cual es la representación gráfica de una expresión algebraica (función) o ecuación lineal de primer grado .

El nombre que recibe la expresión algebraica (función) que determine a una recta dada se denomina Ecuación de la recta.

Hay varias formas de representar la ecuación de la recta:

1.– Ecuación general de la recta

Esta es una de las formas de representar la ecuación de la recta.

De acuerdo a uno de los postulados de la Geometría Euclidiana, para determinar una línea recta sólo es necesario conocer dos puntos (A y B) de un plano (en un plano cartesiano) , con abscisas (x) y ordenadas (y) .

Recuerden que es imprescindible dominar todos los aspectos sobre el Plano cartesiano pues la Ecuación de la recta no tiene existencia conceptual sin un Plano cartesiano.

Ahora bien, conocidos esos dos puntos, todas las rectas del plano, sin excepción, quedan incluidas en la ecuación

$$Ax + By + C = 0$$

Que también puede escribirse como

$$ax + by + c = 0$$

y que se conoce como: la ecuación general de la línea recta, como lo afirma el siguiente:

Teorema

La ecuación general de primer grado $Ax + By + C = 0$, donde A, B, C pertenecen a los números reales ($\in \mathbb{R}$); y en que A y B no son simultáneamente nulos, representa una línea recta.

2.– Ecuación principal de la recta

Esta es otra de las formas de representar la ecuación de la recta.

Pero antes de entrar en la ecuación principal de la recta conviene recordar lo siguiente:

Cada punto (x, y) que pertenece a una recta se puede representar en un sistema de coordenadas, siendo x el valor de la abscisa (horizontal), y el valor de la ordenada (vertical).

(x, y) = (Abscisa, Ordenada)

Ejemplo: El punto (–4, 8) tiene por abscisa –4 y por ordenada 8.

Si un par de valores (x, y) pertenece a la recta, se dice que ese punto satisface la ecuación.

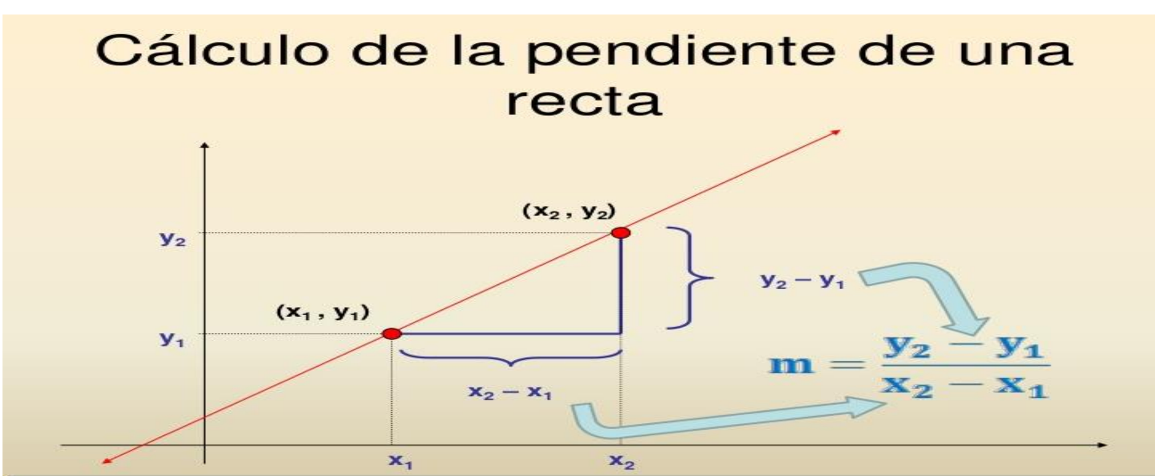
Recordando lo anterior, vemos ahora la ecuación de la recta que pasa solo por un punto conocido y cuya pendiente (de la recta) también se conoce, se obtiene la fórmula

y = mx + b

que considera las siguientes variables: un punto (x, y), la pendiente (m) y el punto de intercepción en la ordenada (b), y esta ecuación es conocida como ecuación simplificada de la recta.

Si la pendiente m es la tangente y se sabe que tangente es (cateto opuesto (y) /cateto adyacente (x)) entonces la pendiente de la recta l es: $(y_1 - y_2)\,/\,(x_1 - x_2)$ y por lo cual es el cambio entre Δy y Δx; entonces:

m= Δy / Δx es decir $(y_1 - y_2)\,/\,(x_1 - x_2)$



Ejercicio:

Supongamos que se tienen 4 rectas L_1 , L_2 , L_3 y L_4 de modo que :

L_1 pasa por los puntos: A(1, 2) y B(2, 1)
L_2 pasa por los puntos: P(1, 2) y Q(5,2)
L_3 pasa por los puntos: D(1,2) y E(1,-5)
L_4 pasa por los puntos: R(1,2) y T(-2,-6)

1. Grafica cada una de éstas rectas en un mismo sistema de ejes cartesianos.

2. Calcula la pendiente de cada una de éstas rectas.

3. Establece conclusiones válidas en relación a la inclinación de cada una de estas rectas con respecto al eje x y compáralo con el valor de su pendiente

4. ¿Qué ocurre cuando $y_2 = y_1$?, ¿y si $x_2 = x_1$?

Al representar la ecuación de la recta en su forma principal vemos que aparecieron dos nuevas variables: la m y la b , esto agrega a nuestra ecuación de la recta dos nuevos elementos que deben considerase al analizar o representar una recta:
la pendiente (m) y el punto de intercepción (también llamado intercepto) en el eje de las ordenadas (y) llamado b.

Ejemplo:

Hallar la ecuación de la recta que pasa por $(-3\ ,4)$ y su pendiente es 2.
Solución1: El punto conocido $(x_{1,}y_1) = (-3, 4)$ y la pendiente m = 2, entonces sustituyendo en la ecuación se tiene:

$$\begin{aligned} y-4 &= 2(x-(-3)) \\ y-4 &= 2x+6 \\ y &= 2x+6+4 \\ y &= 2x+10 \end{aligned}$$

Solución 2: (-3,4) m=2

Y = m . X + b

4 = 2(-3) + b

4 = -6 + b

4+6 = 10

Entonces: Y= 2X +10

Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (5, 4) y B(7, 8)

Calculemos su pendiente $m = \frac{8 - 4}{7 - 5} \Leftrightarrow m = \frac{4}{2} \Leftrightarrow \boxed{m = 2}$

Como $y = mx + n$, considerando el punto A(5,4) con $x = 5$ e $y = 4$

Tenemos $4 = 2 \cdot 5 + n$

$4 = 10 + n \quad /-10$

$\boxed{-6 = n}$

Luego: $y = 2x - 6$ es la ecuación pedida

Ejercicio: