Soluzione di Archimede per la trisezione dell'angolo

Metodo

Slittamento di righelli graduati.

Costruzione con GeoGebra

Sia dato l'angolo $B\hat{A}C$ di cui si vuole trovare la terza parte.

1. Si costruisca la circonferenza di centro A e raggio $\overline{AB}$. Sia C' l'intersezione tra tale circonferenza e AC.
2. Sia D un punto qualsiasi sulla retta AB dalla parte di A, fuori dalla circonferenza.
3. Si costruisca il segmento $\overline{DC'}$. Sia E il punto di intersezione tra tale segmento e la circonferenza.
4. Si rendano visibili i valori delle lunghezze dei segmenti $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$.
5. Si costruisca la parallela a DE passante per A. Sia X il punto di intersezione tra tale retta e la circonferenza, nell'arco minore BC.
6. Si rendano visibili i valori delle ampiezze degli angoli $B\hat{A}C$ e $B\hat{A}X$.
7. Sia $\Delta = |AB - DE|$ e si renda visibile il suo valore sullo schermo.

Utilizzo

Si trasli il punto D finché $\overline{AB} = \overline{DE}$, cioè finché $\Delta = 0$.
In questa configurazione, $B\hat{A}X = \dfrac{1}{3} B\hat{A}C$.

Dimostrazione

Si costruisca il segmento $\overline{AE}$.
Per costruzione, i triangoli $\triangle DEA$ e $\triangle EAC'$ sono isosceli. Da ciò segue che

$$E\hat{D}A = E\hat{A}D$$
$$C'\hat{E}A = E\hat{C}'A$$

Inoltre, $B\hat{A}C$ è l'angolo esterno al triangolo $\triangle DAC'$, quindi

$$B\hat{A}C' = E\hat{D}A + A\hat{C}'E = E\hat{D}A + A\hat{E}C'$$

$A\hat{E}C'$ è l'angolo esterno al triangolo $\triangle DEA$, quindi

$$A\hat{E}C' = E\hat{D}A + E\hat{A}D = 2E\hat{D}A$$

Quindi

$$B\hat{A}C' = E\hat{D}A + A\hat{E}C' = E\hat{D}A + 2E\hat{D}A = 3E\hat{D}A$$

In fine, poiché $B\hat{A}X$ e $E\hat{D}A$ sono angoli corrispondenti, si ha

$$B\hat{A}X = E\hat{D}A = \frac{1}{3} B\hat{A}C'$$