HOMOTECIA.

DEFINICIÓN Y GENERALIDADES. (Ilustración nº 4).

Se llama homotecia a la transformación geométrica que hace corresponder a un punto A otro A', alineado con A y con otro punto fijo O, tal que: OA'/OA= *K*, siendo *K*□ 0.

Al punto O se le denomina centro de homotecia, y al número *K* razón de la homotecia.

Cuando *K* es positiva la razón se denomina directa y los puntos homotéticos estarán a un mismo lado del centro O.

Cuando *K* es negativa la homotecia se denomina inversa y los puntos homotéticos estarán a distinto lado del centro O.

Elementos característicos: El centro de homotecia O y la razón *K*.

Elementos dobles: El centro de homotecia O y las rectas que pasan por él.

Si K=1 la homotecia se transforma en identidad.

Si K=-1 la homotecia se transforma en simetría central.

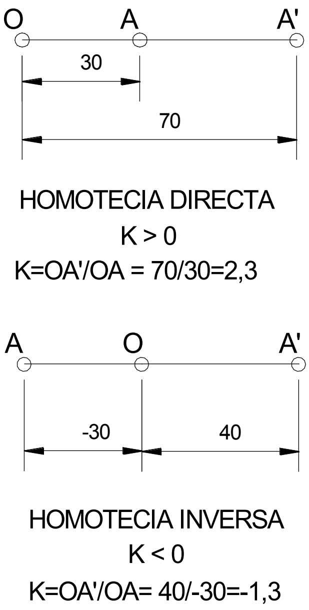

ILUSTRACIÓN Nº 4

PROPIEDADES. (Ilustración nº 5).

- El centro de homotecia (O) y los puntos homólogos (A y A') están alineados.
- Toda recta (r) que no pase por el centro de homotecia se transforma en otra (r') paralela.
- La razón entre dos segmentos homólogos es igual a la razón de homotecia (OA'/ OA= OB'/ OB=..*K*).
- Dos triángulos de lados paralelos son homotéticos; el vértice de homotecia y la razón *K* se obtienen al unir sus vértices homólogos.
- Los ángulos homólogos son iguales ya que sus lados son paralelos (a = b).

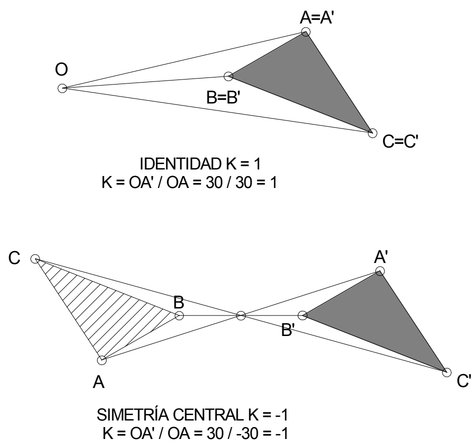

ILUSTRACIÓN Nº 5

TRAZADO DE FIGURAS HOMOTÉTICAS.

- **El centro de Homotecia es un punto exterior**:

(Ilustración nº 6).

- *Homotecia Directa o positiva, K>0*
  1º. Se determina A' como homotético de A (OA'= *K* □ OA, siendo *K*=2)
  2º. Se trazan paralelas a los lados del triángulo dado (ABC) hasta completar el triángulo homotético (A'B'C').
- *Homotecia Inversa o negativa, K>0*
  El triángulo homotético A''B''C'' se ha trazado de manera análoga al caso anterior, determinando primero A'' (OA''= *K* • A, siendo *K*= -3/2)

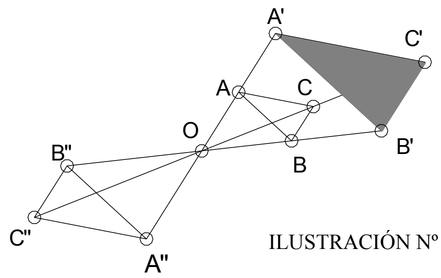

ILUSTRACIÓN Nº 6

- **El centro de Homotecia es un vértice**:

Para resolver este trazado se opera como en el apartado 13.4.1.3. (Ilustración nº 7).

En la ilustración 168 se ha hallado el hexágono homotético de ABCDEF según la razón de homotecia 2/3.

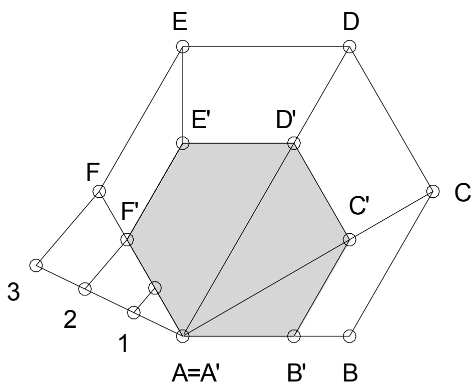

ILUSTRACIÓN Nº 7

TRAZADO DE TANGENCIAS POR HOMOTECIA. (Ilustración nº 8).

Los puntos de dos circunferencias son homotéticos respecto a un centro de homotecia que se encuentra en al recta que une sus centros.

*** Ilustración 8-A:** Los puntos A y A’ son homotéticos respecto de O1, mientras que los puntos A y A’‘ son homotéticos respecto de O2.

- *Tangentes Exteriores*: Si trazamos un radio cualquiera a una de las circunferencias (C1A) y por el centro de la otra trazamos una paralela al radio anterior obtenemos otro punto (A’) ambos son homotéticos, luego si los unimos mediante una recta, ésta cortará a la recta que une los centros de las circunferencias en un punto O1, este será el centro de homotecia, sólo queda trazar rectas tangentes a una de las circunferencias desde O1 para obtener las tangentes exteriores buscadas.
- *Tangentes Interiores:* El método es similar al anterior, sólo varía al trazar la paralela al radio. Obsérvese que los puntos homotéticos (A Y A’‘) determinan un punto O2, centro de una homotecia inversa. Sólo queda trazar desde O2 tangentes a las circunferencias.

*** Ilustración 8-B:** Tangentes Exteriores (homotecia directo).

*** Ilustración 8-C:** Tangentes Interiores (homotecia inverso).

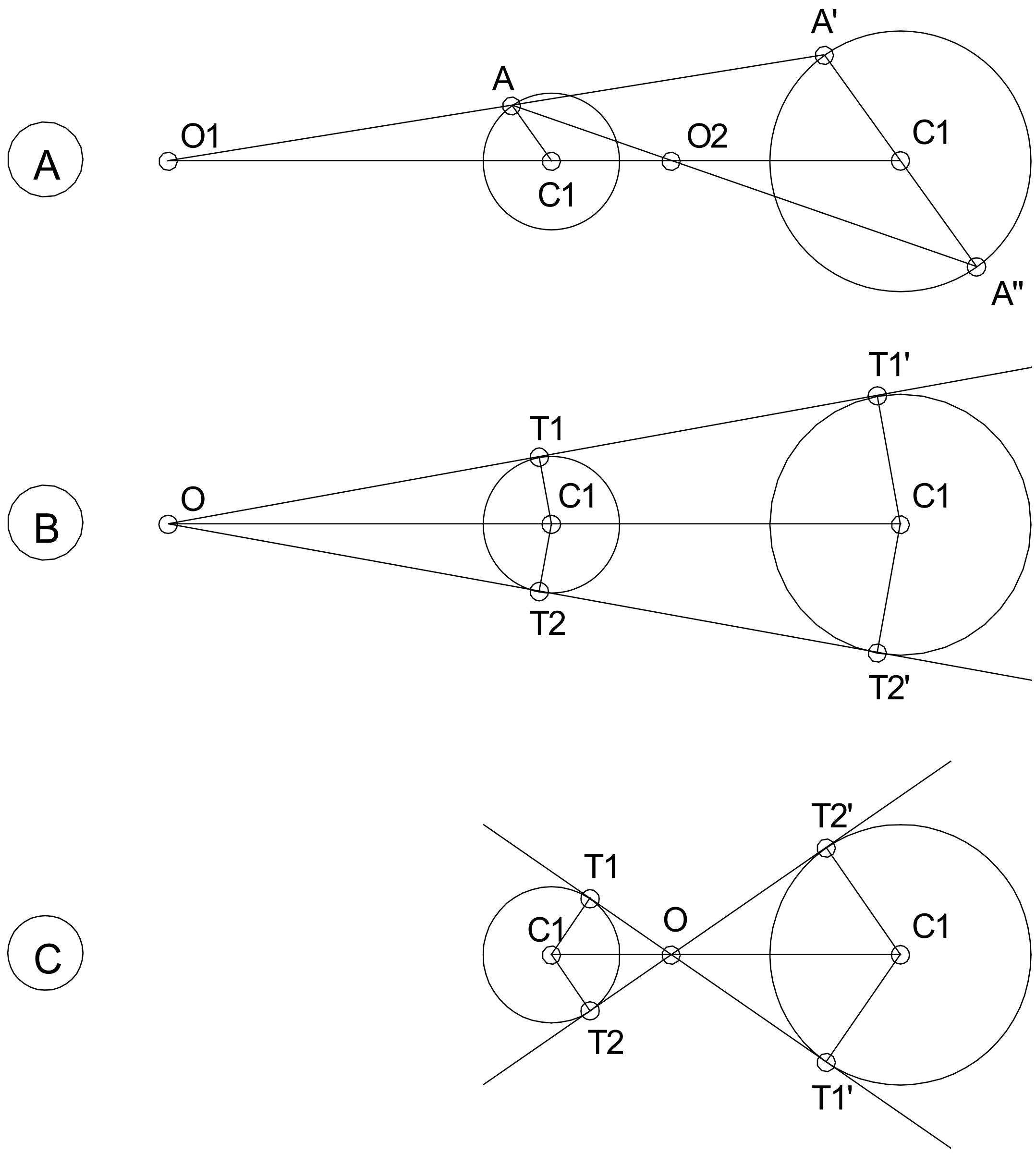

ILUSTRACIÓN Nº 8