

## PRINCIPIO DI CAVALIERI

### ENUNCIATO:

Se i due lati di un rettangolo sono divisi in nello stesso numero di  $k$  parti, se considero la retta  $r$  parallela ad un lato e passante per la  $k$ -esima parte dell'altro lato, se considero la retta  $s$  uscente dal vertice del rettangolo e passante per il  $k$ -esimo punto del primo lato allora il luogo dei punti  $p$  intersezione della retta  $r$  e  $s$  è una parabola con vertice nel primo vertice del rettangolo e passante per il vertice opposto de rettangolo

### DIMOSTRAZIONE

Considero un rettangolo di base e altezza rispettivamente  $a$  e  $b$ . Fisso il sistema di riferimento nel primo vertice del rettangolo. Suddivido il lati  $a$  e  $b$  rispettivamente in  $n$  parti e in seguito considero un numero  $k$  di queste parti.

Considero la retta verticale che passa per il  $k$ -esimo di  $a$   $x = k/n * a$ . In seguito prendo la retta passante per l'origine e nel  $k$ -esimo di quel punto.  $A(0,0)$   $B(a, k/n * b)$

Il coefficiente della retta è quindi  $m = -(k*b/n)/a = kb/na$

La retta poiché passa per l'origine avrà equazione  $y = kb/na x$ . Per trovare il punto di intersezione basta mettere a sistema la retta  $x = k/n * a$  e la retta  $y = kb/na x$ .

Si risolve per sostituzione, la  $x$  del punto sarà  $k/n * a$  e la  $y$  invece sarà  $y = kb/na *$

$$k/n = k^2/n^2 * b$$

$$P(k/n * a; k^2/n^2 * b)$$

Infine per trovare l'equazione di una parabola basterà isolare  $k$  dalla  $x$  e sostituire nella  $y$ .

$k = xn/a$   $y = x^2 n^2/a * b/n^2 = b/a^2 * x^2$  inoltre questa parabola ha vertice  $(0,0)$  ovvero nel primo vertice del rettangolo.