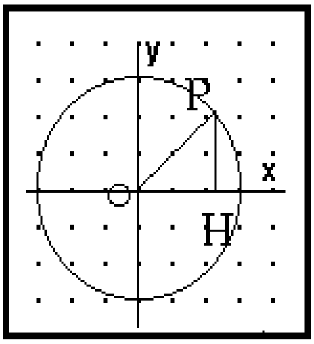
Circonferenza: $x^2+y^2+ax+by+c=0$

➢ Equazione Circonferenza con centro nell'origine

La circonferenza è il luogo geometrico dei punti equidistanti da un punto fisso detto centro.

Dato un sistema di assi cartesiani ortogonali consideriamo una circonferenza con centro nell'origine e raggio due. Preso un punto P(x,y), appartenente alla circonferenza, vogliamo trovare la relazione che esiste tra l'ascissa e l'ordinata del punto P. troveremmo che tutti i punti della circonferenza verificano un'equazione di secondo grado, per determinare l'equazione della circonferenza dobbiamo utilizzare la formula della distanza:



$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$OP=\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}$$

eleviamo al quadrato primo e secondo membro, otteniamo:

$$OP^2=x^2+y^2$$

praticamente abbiamo applicato il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo (OPH). Sapendo che il raggio è due otteniamo:

$$x^2+y^2=4$$

Se il centro è nell'origine ed il raggio è uguale ad r l'equazione della circonferenza è:

$$x^2+y^2=r^2$$

➢ **Trasliamola circonferenza di tre unità verso l'alto e di quattro unità verso destra**, la forma della curva non cambia, il raggio sarà sempre uguale a due.

Le coordinate del nuovo centro saranno

$$\begin{cases} x'=x+4 \\ y'=y+3 \end{cases} \qquad O(0;0) \longrightarrow O'(4;3)$$

l'equazione della circonferenza traslata sarà

$$\begin{cases} x=x'-4 \\ y=y'-3 \end{cases} \qquad x^2+y^2=4 \longrightarrow (x'-4)^2+(y'-3)^2=4$$

passaggi: $x'^2-8x'+16+y'^2-6y'+9=4 \qquad x'^2+y'^2-8x'-6y'+21=0$

- ➢ Scrivete l'equazione della circonferenza con centro nell'origine e raggio uguale a tre..........
- ➢ Traslate la circonferenza di due unità verso destra e quattro verso il basso.............(scrivete le equazioni delle trasformazioni dirette e inverse................)
- ➢ Calcolare il centro e il raggio delle seguenti circonferenze:

$$(x+1)^2+(y-5)^2=4\,;\,x^2+(y-3)^2=1\,;\,x^2+y^2=7\,;\,(x-6)^2+(y+1)^2=16$$

- Caso generale:

$$\begin{cases} x = x' - \alpha \\ y = y' - \beta \end{cases} \qquad x^2 + y^2 = r^2 \longrightarrow (x'-\alpha)^2 + (y'-\beta)^2 = r^2$$

sviluppiamo i quadrati:

$x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 + y^2 - 2\beta y + \beta^2 - r^2 = 0$ ordiniamo l'equazione

$x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + \alpha^2 + \beta^2 - r^2 = 0$

Poniamo	$-2\alpha=a$
	$-2\beta=b$
	$\alpha^2+\beta^2-r^2=c$

$$\mathbf{x^2+y^2+\mathit{a}x+\mathit{b}y+\mathit{c}=0}$$

$\alpha = -\dfrac{a}{2}$

$\beta = -\dfrac{b}{2}$

$r^2 = \alpha^2 + \beta^2 - c \qquad r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - c}$

$raggio = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{2}\right)^2 - c}$

la quantità sotto radice deve essere positiva

quindi i valori di *a*, *b* e *c* devono soddisfare la condizione

$$\boxed{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c > 0}$$

- Casi particolari:

$x^2+y^2+ax+by=0$ la circonferenza passa per....................

$x^2+y^2+ax+c=0$ il centro della circonferenza si trova ....

$x^2+y^2+by+c=0$ il centro della circonferenza si trova ....

$x^2+y^2+by=0$ la circonferenza passa per.................... il centro della circonferenza si trova........

$x^2+y^2+ax=0$ la circonferenza passa per.................... il centro della circonferenza si trova........

infine $\mathbf{x^2+y^2+\mathit{c}=0}$ **c è uguale a....?**

- Confronta l'equazione della circonferenza con l'equazione generale delle coniche :

$$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$$

$$\mathbf{x^2+y^2+\mathit{a}x+\mathit{b}y+\mathit{c}=0}$$

1. i coefficienti dei termini di secondo grado................
2. il termine misto xy.............