Classe SV
Sujets pour le contrôle suivant

I- 1) On donne les deux fonctions f et g définies par : f (x) = $\dfrac{1}{x+1}$ et g(x) = $\dfrac{-1}{x^2-1}$.

Déterminer le domaine de définition de gof et calculer gof (x) en fonction de x.

2) On donne les deux fonctions f et g définies par : g(x) = $\dfrac{4x}{x+1}$ et f '(x) = $\dfrac{1}{x+1}$.

a- Calculer $(f \circ g)'(1)$.

b- Soit h la fonction définie par h(x) = $f\left(3x^2\right)$. Calculer h'(x).

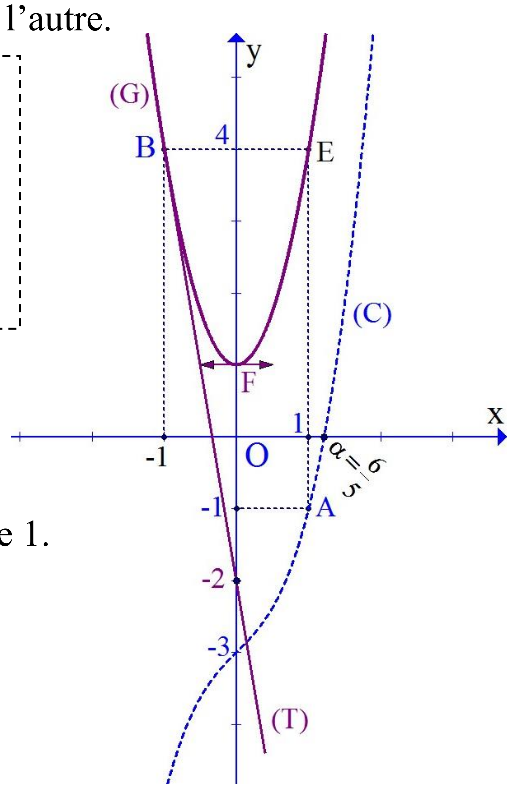
II- Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(2x+1)^3-cos(2x)}{2x+sin(x^2)}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(sin(3x).cot(2x)\right)$

III- On considère la fonction f définie par f(x) = x^3+3x.
1) Montrer que l'équation f(x) = 1 admet une racine *unique* α.
2) Vérifier que : $0{,}32 < \alpha < 0{,}33$

IV- dans un repère *orthonormé*, les deux courbes (C) et (G) ci-dessous sont, *respectivement*, les courbes représentatives de deux fonctions f et g *continues et dérivables* sur IR.
On sait que l'une des ces deux fonctions est la dérivée de l'autre.

Indications :
- *La courbe* **(C)** *passe par les points* **(1 ; -1) ; (0 ; -3) et (α ; 0).**
- *La courbe* **(G)** *passe par les points* ***E*(1 ; 4) ; F(0 ; 1) et B (-1 ;4).**
- *La tangente à la courbe* **(G)** *au point* **F(0 ; 1)** *est parallèle à l'axe des abscisses.*
- *La tangente* ***(T)*** *à la courbe* **(G)** *au point* ***B*** *coupe l'axe des ordonnées en* ***(0 ;-2).***



1) Justifier que g, dont la courbe représentative est (G), est la dérivée de f.
2) Trouver l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point de cette courbe d'abscisse 1.
3) Montrer que (C) admet un point d'inflexion dont on calculera les coordonnées.

4) On désigne par (H) la courbe représentative de la fonction h = gof.
Trouver l'équation de la tangente à (H) au point de (H) d'abscisse 1.

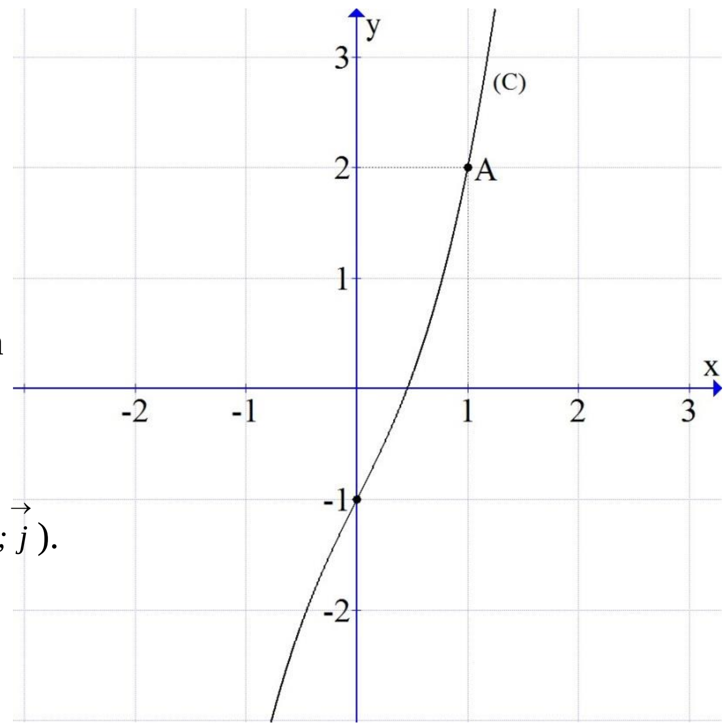
V- A) On considère la fonction u définie dans IR par u(x) = $x^3 + x - 1$.

1) Montrer que, pour tout réel k, l'équation u(x) = k admet une racine unique.

2) Soit α la racine de l'équation u(x) = 0

Vérifier que : $0,68 < \alpha < 0,69$

B) La courbe (C) ci-contre, est la courbe représentative, dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$, de la fonction f définie dans IR par f(x) = $x^3 + 2x - 1$.



1) Reproduire la courbe (C).

2) a- Démontrer que f admet une fonction réciproque g.

Indiquer le domaine de g.

b- Tracer la courbe représentative (C ') de la fonction g, dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$.

c- Calculer $g'(2)$

3) Montrer que (C) et (C ') ont un point commun d'abscisse α.