مهمة (1)

أهداف المهمة :

1) أن يتعرف الطالب على تعريف المشتقة .

2) أن يتعرف الطالب على المعنى الهندسي للمشتقة . (الهدف الرئيسي).

فلنتعرف على المفهوم الصحيح للمشتقة , حيث قام بذكر تعريفها بروفيسور فالح الدوسري في كتابه التفاضل والتكامل

(1) حيث قال : " اذا كانت f دالة معرفة عند a فتسمى النهاية $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ ان وجدت مشتقة عند a . يرمز عادة لمشتقة f عند a بالرمز $f'(a)$ اذا :

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

بشرط وجود تلك النهاية ويقال عندئذ أن f قابلة للاشتقاق عند a . " .

مثال على ذلك اذا اردنا أن نجد المشتقة $x=1$ على الدالة $f(x)=x^2$ $\Leftarrow$

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}x+1=2.$$

سنأتي الان الى المعنى الهندسي للمشتقة وهنا نبدأ في المهمة البحثية :

فلنقل أنه يوجد نقطة ما نريد أن نجد المشتقة في هذه النقطة وأن الدالة الواقعة عليها النقطة معرفة في النقطة .

مثال على نأخذ الدالة $f(x)=x^3$ والنقطة $A(2,8)$ ومن الواضح أن هذه النقطة تقع على الدالة (افحص صحة ذلك بنفسك).

لو أخذنا نقطة ما قريبة على النقطة A النقطة $C(\frac{1}{2},\frac{1}{8})$, وطلبت منك إيجاد ميل المستقيم الواقع على كلتا النقطتين ماذا سيكون ميل المستقيم ؟

فلتأخذ نقطة أخرى قريبة اكثر على النقطة A مثل النقطة $D(1,1)$ وجد ميل المستقيم الذي يقع على كلتا النقطتين .

جد ميول المستقيمات الواقعات على كل من النقاط التالية بحيث أن النقطة A ثابتة والنقطة B متغيرة .

ميل المستقيم AB	النقطتين على المستقيم
	$A(2,8)---B(1.1,f(1.1))$
	$B(1.3,f(1.3))$
	$B(1.4,f(1.4))$
	$B(1.5,f(1.5))$
	$B(1.6,f(1.6))$
	$B(1.7,f(1.8))$
	$B(1.8,f(1.8))$
	$B(1.9,f(1.9))$

والان أريدك أن تجد $f'(2)$ حسب التعريف أعلاه .

ما العلاقة بين ميول المستقيمات التي وجدتها في الفرع السابق مع القيمة $f'(2)$ ؟

اضغط على الرابط هنا. وعند الضغط عليه ستجد مزلاج مرموز له بالحرف a . حرك المزلاج a وحاول أن تجد ما هو المعنى الهندسي للمشتقة في نقطة ما على الدالة .

☺ اذا تمعنت جيدا ستجد أن $f'(2)$ هو ميل المماس في النقطة A .

استنتاج ! (m في x_1 يعبر عن ميل المماس في هذه النقطة !)

$$f'(x_1)=\frac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}=m_{x_1}$$

☺