

DIE EULERCHARAKTERISTIK EINER STRUKTUR

Eine Kaffeetasse und ein Donut sind zwei ganz verschiedene Dinge? Mathematisch nicht!

Mathematiker transformieren einen Donut zu einer Kaffeetasse, ohne seine Struktur zu zerstören. Das Loch im Donut wird dabei die Aussparung im Henkel des Bechers.



Wenn man als Mathematiker mit einer Struktur arbeitet, ist es oft wichtig festzulegen, inwieweit sie *zusammenhängt*. Besteht sie aus einer einzelnen Fläche oder mehreren getrennten Teilen? Weist die Struktur Löcher auf?

Mathematiker weisen daher jeder zweidimensionalen Struktur einen Zahlenwert für ihren Zusammenhang zu, ihre so genannte **Eulercharakteristik** χ (gr. kleines chi).

Sie wird bestimmt, indem die einzelnen zusammenhängenden Flächen (F) der Struktur addiert und anschließend die Zahl der Löcher (L) abgezogen werden.

a	e	i	o	u
+1 F	+1 F	+2 F	+1 F	+1 F
-1 L	-1 L	-0 L	-1 L	-0 L
$\chi = 0$	$\chi = 0$	$\chi = 2$	$\chi = 0$	$\chi = 1$

Die Vokale **a**, **e** und **o** besitzen jeweils eine zusammenhängende Fläche, die ein Loch umschließt. Sie sind mathematisch gleichwertig.

Im dritten Kapitel des GeoGebra-Buchs finden Sie ein Applet mit je zwei Galaxienverteilungen. In einer davon sind die Galaxien zufällig angeordnet, in der anderen bilden sie ein charakteristisches Muster, angelehnt an das so genannte kosmische Netz.

Erstellen Sie nach der Anleitung im GeoGebra-Buch den Graphen für die Eulercharakteristik beider Verteilungen und diskutieren Sie folgende Fragen:

1. Was bedeutet der Startwert der beiden Graphen?
2. An welche Zahlenwerte nähern sich die Graphen an?
3. Woran kann ich erkennen, welcher Graph zu welcher Verteilung gehört?
4. Was bedeutet es, wenn ein Graph schneller abfällt als ein zweiter?
5. Kann man sagen, bei welcher Verteilung eher Löcher entstehen?
6. Was bedeutet es, wenn ein Graph einige Schritte lang recht konstant bleibt?