

## ТОДОРХОЙ БУС ИНТЕГРАЛЫН ҮНДСЭН ТАБЛИЦУУД

1.  $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \quad (\alpha \neq -1)$
2.  $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c, \quad (x \neq 0)$
3.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + c, \quad (x > 0)$
4.  $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + c, \quad (x \neq 0)$
5.  $\int e^x dx = e^x + c$
6.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0, a \neq 1)$
7.  $\int \sin x dx = -\cos x + c$
8.  $\int \cos x dx = \sin x + c$
9.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
10.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + c$
11.  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c = -\frac{1}{a} \operatorname{arcctg} \frac{x}{a} + c, \quad (a \neq 0)$
12.  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c, \quad (a \neq 0, \pm a \notin \Delta)$
13.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + c = -\operatorname{arccos} \frac{x}{a} + c, \quad (a \neq 0, |x| < |a|)$
14.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + c;$
15.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| + c, \quad (|x| > |a|)$

$$16. \int shx dx = chx + c$$

$$17. \int chx dx = shx + c$$

$$18. \int \frac{dx}{sh^2 x} = -cth x + c$$

$$19. \int \frac{dx}{ch^2 x} = th x + c$$

$$20. \int tg x dx = \ln |\cos x| + c$$

$$21. \int ctg x dx = \ln |\sin x| + c$$

$$22. \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + c$$

$$23. \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + c$$

$$24. \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{a^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + \frac{x}{2} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} + c$$

$$25. \int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + c$$

Өгөгдсөн тодорхой бус интегралд элементар хувиргалт хийх замаар дээрхи таблицын интегралууд руу шилжүүлж бодохоос гадна функцийн дифференциалын

$$f'(x)dx = df(x)$$

тэнцэтгэлийг ашигладаг. Үүнийг уламжлалыг дифференциалын дор оруулах гэж нэрлэдэг.

### Тухайлбал:

$$1. dx = \frac{1}{a} d(ax + b), (a \neq 0) \quad 2. x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha + 1} dx^{\alpha+1}, \quad 3. \frac{dx}{x} = d \ln x, \quad 4. \frac{dx}{x^2} = -d\left(\frac{1}{x}\right),$$

$$5. \cos x dx = d \sin x, \quad 6. \sin x dx = -d \cos x, \quad 7. \frac{dx}{\cos^2 x} = dtg x, \quad 8. \frac{dx}{\sin^2 x} = -dctg x,$$

$$9. \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = d(\arcsin x), \quad 10. \frac{dx}{1+x^2} = d(\operatorname{arctg} x),$$

**Жишээ 4.** Дараах интегралуудыг бод.

$$1. \int (x+1) dx = \int (x+1) d(x+1) = \frac{(x+1)^2}{2} + c$$

$$2. \int \sqrt{\sin x} \cos x dx = \int \sqrt{\sin x} d \sin x = \frac{2}{3} (\sin x)^{\frac{3}{2}} + c$$

$$3. \int \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \left(-\frac{1}{2}\right) \int e^{-\sqrt{x}} d(-\sqrt{x}) = \left(-\frac{1}{2}\right) e^{-\sqrt{x}} + c$$

Тодорхой бус интегралыг бодоход дараах адилтгалуудыг өргөн ашигладаг. Үүнд: 1.  $x = \frac{b}{a} - \frac{1}{a}(b-ax)$ , ( $a \neq 0$ )

$$2. 1 = \frac{(x^2 + a) - (x^2 + b)}{a - b}$$

$$3. \frac{a}{\sqrt{x^n + a} + \sqrt{x^n - a}} = \frac{\sqrt{x^n + a} - \sqrt{x^n - a}}{2}$$

$$4. x^n = \frac{(x^n + a) + (x^n - a)}{2}$$

### Жишээ 5.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} = \int \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{2} dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{x+1} dx - \frac{1}{2} \int \sqrt{x-1} dx =$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \int (x+1)^{\frac{1}{2}} d(x+1) - \int (x-1)^{\frac{1}{2}} d(x-1) \right] = \frac{1}{3} \left[ (x+1)^{\frac{3}{2}} - (x-1)^{\frac{3}{2}} \right] + c$$

$$2. \int x\sqrt{x-2} dx = \int (x-2+2)\sqrt{x-2} dx = \int (x-2)^{\frac{3}{2}} dx + 2 \int (x-2)^{\frac{1}{2}} dx =$$

$$= \frac{2}{5} (x-2)^{\frac{5}{2}} + \frac{4}{3} (x-2)^{\frac{3}{2}} + c$$