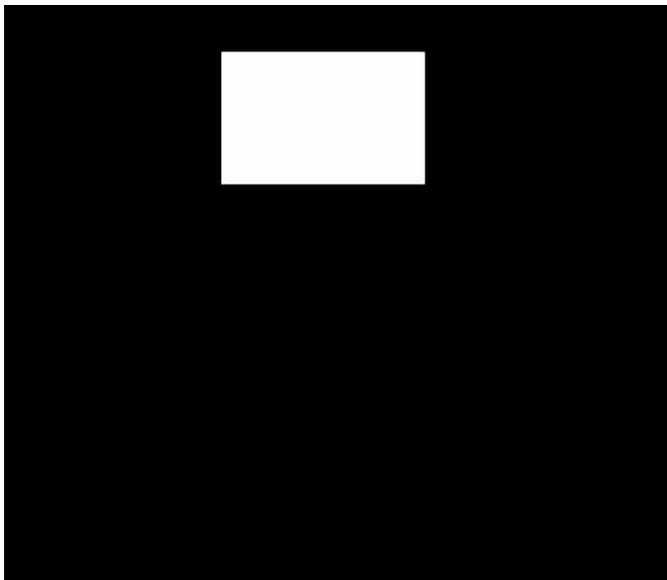


Matemáticas 2º ESO

Unidad 5

Ecuaciones de 2º grado



Seguro que has trabajado ya con ecuaciones de primer grado, que en general son las más sencillas de resolver. Sin embargo, en muchos problemas, como el que aparece en el siguiente vídeo, al asignar una letra a datos que no conocemos aparecen otro tipo de ecuaciones.

Si no puedes ver el vídeo inténtalo [aquí](#).

Índice

Coefficientes de la ecuación	2
Solución de la ecuación	2
Ecuaciones incompletas: sin término de primer grado.	2
Ecuaciones incompletas: sin término independiente.	3
Ecuaciones completas	3
Resolución de problemas	4
Volvamos al principio	4
Pasos a seguir	5
Ecuaciones y calculadoras	6

1. Coeficientes de la ecuación.

Coeficientes

¿No estás seguro de saber identificar los coeficientes de la ecuación?

Pulsa para hacer una actividad

En el vídeo de introducción hemos visto que en una ecuación de segundo grado la incógnita aparecerá elevada al cuadrado, y que en general, las ecuaciones de segundo grado podemos escribirlas como:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

donde a, b y c son tres números (al menos a no vale cero) y x es la incógnita.

Por ejemplo, si la ecuación es:

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

entonces los parámetros valen $a = 3$; $b = -5$; $c = 2$.

2. Soluciones de la ecuación.

2.1. Sin término de primer grado

Vamos primero a resolver ecuaciones en las que el coeficiente b vale cero ($b = 0$). Tendrán la forma:

$$ax^2 + c = 0$$

Para solucionarlas simplemente vamos a despejar x^2 de forma similar a como lo hacíamos en las ecuaciones de primer grado, y luego tomaremos la raíz cuadrada. Veámoslo con detalle:

Paso 1: pasamos el coeficiente c al segundo miembro.

$$ax^2 = -c$$

Paso 2: pasamos el coeficiente a dividiendo.

$$x^2 = \frac{-c}{a}$$

Si es posible, se simplifica la fracción.

Ejemplos

Resuelve:

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 - 25 &= 0 \\ x^2 &= 25 \\ x &= \pm\sqrt{25} = -5, 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 4x^2 - 64 &= 0 \\ 4x^2 &= 64 \\ x^2 &= \frac{64}{4} = 16 \\ x &= \pm\sqrt{16} = -4, 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2x^2 + 8 &= 0 \\ 2x^2 &= -8 \\ x^2 &= -4 \\ x &= \pm\sqrt{-4} \end{aligned}$$

Pulsar botón para ver más ejemplos

Ejercicios

Pulsa para hacer una actividad

Ejemplo

Resuelve la ecuación

$$2x^2 - 14x = 0$$

$$x(2x - 14) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 2x - 14 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow x = \frac{14}{2} = 7 \end{cases}$$

Pulsar botón para ver más ejemplos

Ejercicios

Pulsa para hacer una actividad

Paso 3: se toma la raíz cuadrada.

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

- Si el número que queda dentro de la raíz es negativo, la ecuación no tiene solución.
- Si es cero, la solución es $x = 0$
- Si es positivo, la ecuación tiene dos soluciones que son números opuestos.

2.2. Sin término independiente.

Estudiamos ahora cómo solucionar ecuaciones que no tienen término independiente ($c = 0$) y por tanto tienen la forma:

$$ax^2 + bx = 0$$

Estas ecuaciones tienen siempre dos soluciones (una de ellas $x = 0$) y se solucionan sacando factor común.

Paso 1. Sacamos x factor común en el primer miembro.

$$x(ax + b) = 0$$

Paso 2. Si un producto es igual a cero, al menos uno de los factores tiene que valer cero (si multiplico dos números distintos de cero nunca da cero el resultado). Hay dos posibilidades, que determinan las dos soluciones.

- $x = 0$
- $ax + b = 0 \rightarrow x = -b/a$

Se puede ver que estas ecuaciones tienen siempre dos soluciones, siendo una de ellas $x = 0$.

2.3. Ecuación completa.

¿Como resolvemos una ecuación de segundo grado si no falta ningún término?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

En este caso vamos a aplicar la siguiente fórmula a los coeficientes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Ejemplo

Resuelve la ecuación

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

Los coeficientes de la ecuación son $a = 2$, $b = -5$, $c = -3$. Aplicando la fórmula anterior:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} =$$

$$= \frac{5 \pm 7}{4} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Pulsar botón para ver más ejemplos

En realidad esta es una forma abreviada de escribir las dos soluciones, que solo se diferencian en un signo:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

No vamos estudiar este curso el método por el que se obtiene esta fórmula, pero si tienes curiosidad puedes ver [una demostración](#).

Número de soluciones

En el ejemplo de la izquierda, dentro de la raíz cuadrada ha salido un número positivo y hemos podido solucionarla, pero eso no ocurre siempre. En caso de que dentro de la raíz salga un cero, solo se obtiene una solución y si sale un número negativo, la raíz no puede hacerse, y la ecuación no tendrá solución.

- $b^2 - 4ac > 0$ dos soluciones
- $b^2 - 4ac = 0$ una solución
- $b^2 - 4ac < 0$ sin solución

Al número $b^2 - 4ac$ que sale dentro de la raíz se le denomina **el discriminante** de la ecuación.

3. Resolución de problemas**3.1. Volvamos al principio.**

Retomemos ahora el problema inicial. [¿Lo recuerdas?](#)

Tenemos que calcular los lados de una finca rectangular de 104 m^2 sabiendo que mide 5 metros más de larga que de ancha.

Los lados miden respectivamente x , $x + 5$.

El área será $x(x + 5) = 104$ y simplificando la ecuación obtenemos:

$$x^2 + 5x - 104 = 0$$

Podemos ahora finalizar el problema, encontrando el resultado:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-104)}}{2} =$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{-5 \pm 21}{2} = \begin{cases} 8 \\ -13 \end{cases}$$

La solución negativa no tiene sentido en este caso (el lado de un rectángulo no puede tener una medida negativa). Puesto que los lados miden x y $x+5$, uno de los lados mide $x = 8$ m y el otro $x+5 = 13$ m.

3.2 Pasos a seguir.

Vamos a ver con el siguiente ejemplo qué pasos hay que seguir para resolver un problema usando ecuaciones de segundo grado. Sigue los pasos atentamente.

Mi hermana pequeña tiene cinco años menos que yo. El producto de nuestras edades es 300. ¿Cuántos años tenemos cada uno?

Resolución de problemas.



No dejes de seguir todos los pasos indicados.

<p>Paso 1. Leemos y comprendemos bien el enunciado.</p>	<p>Si no lo comprendemos, difícil será resolverlo. Léelo varias veces hasta estar seguro de lo que dice.</p>
<p>Paso 2. Identificamos las incógnitas.</p> <p>Escribe a qué estás llamando x. Será uno de los datos del problema que no conozcas.</p>	<p>Llamamos x a mi edad.</p>
<p>Paso 3. Traducimos a lenguaje algebraico.</p> <p>Escribimos el resto de los datos usando la incógnita, según las relaciones que nos dé el problema</p>	<p>Mi hermana es 5 años menos que yo.</p> <p>Su edad es $x - 5$</p>
<p>Paso 4. Planteamos la ecuación.</p> <p>Relaciona los datos conocidos y los desconocidos mediante una igualdad.</p>	<p>El producto de nuestras edades es 300.</p> $x(x - 5) = 300$ $x^2 - 5x = 300$ $x^2 - 5x - 300 = 0$
<p>Paso 5. Resolvemos la ecuación.</p> <p>Simplificamos y aplicamos los métodos vistos en esta unidad.</p>	$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 1200}}{2} =$ $= \frac{5 \pm 35}{2} = \left[\begin{array}{l} -15 \\ 20 \end{array} \right.$
<p>Paso 6. Interpretamos las soluciones.</p> <p>Nos quedamos con las que tengan sentido y respondemos en concreto a lo que pregunta el problema.</p>	<p>La solución $x = -15$ no tiene sentido (no se puede tener una edad negativa).</p> <p>Yo tengo 20 años y mi hermana $20 - 5 = 15$ años</p>

3.3 Ecuaciones y calculadoras.

Ecuaciones con GeoGebra.

Hemos usado la versión web de GeoGebra a la que puedes acceder en www.geogebra.org. Si utilizas la versión para ordenador u otros dispositivos, debes acceder a la vista CAS y proceder de manera similar.



Hoy en día existen muchas calculadoras y programas que nos pueden dar automáticamente las soluciones de una ecuación de segundo grado. ¡Incluso podríamos fabricarnos nuestra propia calculadora con una hoja de cálculo!

Vamos a ver cómo solucionar con los programas GeoGebra y Wiris estas tres ecuaciones:

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$x^2 - 14x + 49 = 0$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

No olvides que debes también saber encontrar las soluciones sin ayuda, pero estos programas

pueden servirte además para comprobar tus soluciones.

Ecuaciones con GeoGebra

Este programa es libre y gratuito.

Ecuaciones con Wiris

Aunque no es un programa gratuito, muchas instituciones tienen una licencia de este programa de libre acceso. Resolver en él ecuaciones es muy intuitivo.

Aviso legal

Los contenidos de esta unidad han sido realizados por Francisco Javier Majadas Garcia para el CIDEAD.

La utilización de recursos de terceros se ha realizado respetando las licencias de distribución que son de aplicación, acogiéndonos igualmente a los artículos 32.3 y 32.4 de la Ley 21/2014 por la que se modifica el Texto Refundido de la Ley de Propiedad Intelectual. Si en algún momento existiera en los materiales algún elemento cuya utilización y difusión no estuviera permitida en los términos que aquí se hace, es debido a un error, omisión o cambio en la licencia original.

Si el usuario detectara algún elemento en esta situación podría comunicarlo al CIDEAD para que tal circunstancia sea corregida de manera inmediata.

En estos materiales se facilitan enlaces a páginas externas sobre las que el CIDEAD no tiene control alguno, y respecto de las cuales declinamos toda responsabilidad.



DIRECCIÓN GENERAL DE
FORMACIÓN PROFESIONAL

