6 Argumentieren und Beweisen

Didaktische Hinweise

Diese Station stellt eine Unterrichtseinheit zum Thema „Beweisen in der Analytischen Geometrie“ vor. Die Schülerinnen und Schüler können zwischen drei unterschiedlichen Niveaustufen wählen:

Stufe	Die Schülerinnen und Schüler …
A	… bringen die Teilschritte eines Beweises in die richtige Reihenfolge. … vollziehen einen Beweis nach. … kennen alternative Beweisverfahren.
B	… vollziehen Beweisansätze nach und schließen Beweislücken. … kennen alternative Beweisverfahren.
C	… kennen alternative Beweisverfahren. … führen einen Beweis selbstständig.

Auf der höchsten Niveaustufe wird von den Schülerinnen und Schüler ein eigenständiger Beweis eines geometrischen Sachverhalts verlangt. Es bleibt ihnen überlassen, für welche der ihnen bekannten Beweisstrategien sie sich entscheiden.

Auf den anderen Stufen können die Schülerinnen und Schüler eine vorgegebene Beweisstrategie auswählen und erhalten bei Bedarf Hilfestellung in Form eines Lückentextes oder in Form von Puzzleteilen, die in die richtige Reihenfolge gebracht werden müssen.

In einer weiteren Aufgabe, die ebenfalls auf drei verschiedenen Niveaustufen bearbeitet werden kann, können die Schülerinnen und Schüler ihre Argumentationsfähigkeit vertiefen. Außerdem kann sie als zeitlicher Puffer dienen und dazu beitragen, dass die Schülerinnen und Schüler in ihrem individuellen Lerntempo arbeiten können.

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler …

… lernen unterschiedliche Beweisverfahren kennen.

… können Beweisschritte nachvollziehen und selbständig durchführen.

… erwerben die Kompetenz, mathematisch zu argumentieren.

… beweisen geometrische Sachverhalte mit Hilfe von Vektoren.

…

Übersicht der Materialien

- Schülerarbeitsblatt
- Beweispuzzle A1 (15 Teile)
- Beweispuzzle A2 (15 Teile)
- Lückenbeweise B1 und B2

Quelle

- lehrerfortbildung-bw.de /faecher/mathematik/gym/fb2/modul5/4_bspl/

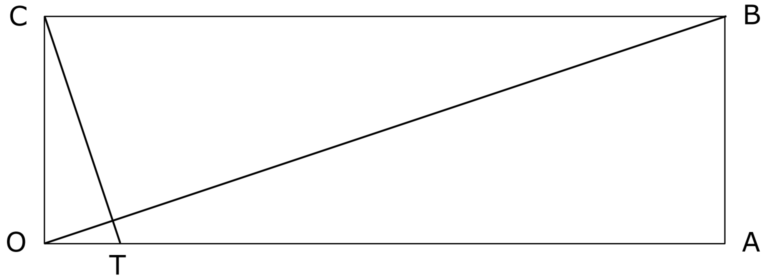
Arbeitsblatt

<u>Aufgabe</u> (Abitur BW 2009, Aufgabe II.2)

Das Rechteck OABC ist drei Mal so lang wie breit.

Für den Punkt T gilt $\overrightarrow{OT} = \frac{1}{9}\,\overrightarrow{OA}$.

Zeigen Sie, dass die Strecken OB und TC zueinander orthogonal sind.



Beweis mit Hilfe des Skalarprodukts ohne Einführung von Koordinaten

A1 *Beweispuzzle*

Sortieren Sie Voraussetzung und Behauptung aus, und bringen Sie die Beweisschritte in die richtige Reihenfolge.

B1 *Lücken schließen*

Schließen Sie die Lücken im Beweis und führen Sie ihn zu Ende.

Beweis mit Hilfe des Skalarprodukts und Einführung von Koordinaten

A2 *Beweispuzzle*

Sortieren Sie Voraussetzung und Behauptung aus, und bringen Sie die Beweisschritte in die richtige Reihenfolge.

B2 *Lücken schließen*

Schließen Sie die Lücken im Beweis und führen Sie ihn zu Ende.

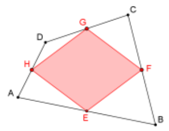
Beweis mit eigenen Ideen

C Bearbeiten Sie die Aufgabe ohne Anleitung nach einem der beiden Verfahren oder mit einer eigenen Beweisidee. Dokumentieren Sie aber genau die drei Schritte Voraussetzung, Behauptung, Beweis.

1. Aufgabe

Satz von Varignon

Wenn man die Mitten benachbarter Seiten eines ebenen Vierecks verbindet, dann erhält man ein Parallelogramm.



A *Beweis für einen konkreten Fall*

Formulieren Sie für das Viereck mit den Eckpunkten $A(1|4|1)$, $B(5|2|-1)$, $C(4|1|-1)$ und $D(-3|0|2)$ die Voraussetzung und die Behauptung.

Beweisen Sie die Behauptung für dieses Viereck mit Hilfe von Vektoren.

Vergleichen Sie den Flächeninhalt Fläche des Vierecks ABCD und des Parallelogramms.

B *Beweis mit Tipps für die Zwischenschritte*

Formulieren Sie für ein beliebiges ebenes Viereck die Voraussetzung und die Behauptung.

Begründen Sie, dass die Strecke EF parallel zur Strecke AC ist.

Weisen Sie auch für die übrigen drei Seiten des Vierecks EFGH nach, dass sie jeweils zu einer der Diagonalen des Vierecks ABCD parallel sind.

Beweisen Sie damit die Behauptung.

C1 *Selbständiger Beweis*

Formulieren Sie für ein beliebiges ebenes Viereck die Voraussetzung und die Behauptung.

Beweisen Sie den Satz.

C2 *Joker*

Beweisen Sie, dass die Fläche des Parallelogramms halb so groß ist wie die des Ausgangsvierecks.