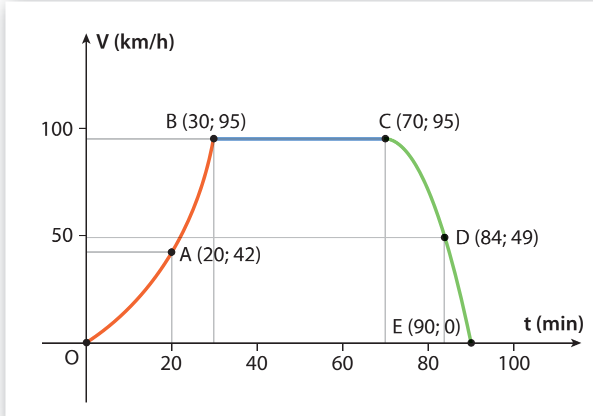
REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Il cronotachigrafo

Il grafico a lato riporta la velocità in funzione del tempo mantenuta da un camionista durante un viaggio in autostrada attraverso un passo di montagna e registrata dal cronotachigrafo.
Il primo tratto è approssimabile da un arco di iperbole equilatera, il secondo tratto è rettilineo e il terzo tratto è individuato da un arco di parabola.

- ▶ Scrivi l'equazione della velocità in funzione del tempo (espresso in ore), approssimando i calcoli.
- ▶ Quanti kilometri ha percorso il camion in questo intervallo di tempo?



▶ Bisogna per prima cosa trovare l'equazione dei tre tratti di curva tenendo conto che in ascissa il tempo, espresso in $\square$, va trasformato in $\square$.
I punti considerati hanno perciò le seguenti coordinate:

$$O(0;0),\ A(0{,}33;42),\ B(\square;\square),\ C(\square;\square),\ D(\square;\square),\ E(\square;0).$$

Primo tratto
L'iperbole equilatera passante per l'origine ha equazione:

$$y=\frac{at}{\square}.$$

Imponendo il passaggio per i due punti A e B si ottiene:

$$\begin{cases} 42=\dfrac{\square\, a}{\square} \\ \square=\dfrac{0{,}5a}{\square} \end{cases} \to \begin{cases} 13{,}86c+\square=\square\, a \\ \square=0{,}5a \end{cases} \to \begin{cases} c=\square\, a \\ d=\square\, a \end{cases} \to \begin{cases} c\simeq -0{,}015a \\ d\simeq 0{,}013a \end{cases}$$

L'equazione dell'iperbole è perciò:

$$y=\frac{at}{\square\, at+\square\, a}=\frac{6783t}{\square}\simeq\frac{65{,}5t}{0{,}84-t}.$$

Secondo tratto
È la retta di equazione $\square$.

Terzo tratto
Imponendo il passaggio per i tre punti C, D, E si ottiene l'equazione della $\square$:

$$\begin{cases} \square=1{,}17^2a+\square \\ 49=\square \\ \square=\square+1{,}5b+c \end{cases} \to \begin{cases} \square \\ \square \\ \square \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} \square \\ \square \\ \square \end{cases} \to \begin{cases} a\simeq -879 \\ b\simeq 2059 \\ c\simeq -1111 \end{cases}$$

La funzione velocità è dunque:

$$v(t) = \begin{cases} \dfrac{65,5t}{\square} & \text{se } 0 \leq t < \square \\ 95 & \text{se } \square\ t < \square \\ \square & \text{se } \square\ t \leq 1,5 \end{cases}$$

▶ Dato che $v(t) = \dfrac{ds}{dt}$, dove $s(t)$ è la funzione ____, per trovare lo spazio percorso nell'intervallo di tempo considerato bisogna calcolare ____ della funzione velocità, ovvero calcolare ____ al grafico.

Spazio percorso nel primo tratto

$$S_1 = \int_0^{\square} \frac{65,5t}{\square}\,dt = -65,5\left(\int_0^{\square} \frac{t}{\square}\,dt\right) =$$

$$= -65,5\left(\int_0^{\square} \square\,dt\right) =$$

$$= -65,5\left(\int_0^{\square} dt + 0,84\int_0^{\square} \square\,dt\right) =$$

$$= -65,5(0,5 + 0,84\ \square) =$$

$$= -65,5\,[0,5 + 0,84(\square)] \simeq 17,01 \text{ km.}$$

Spazio percorso nel secondo tratto

$$S_2 = 95 \cdot (\square) = 63,65 \text{ km.}$$

Spazio percorso nel terzo tratto

$$S_3 = \int_{\square}^{1,5} (-879t^2 + 2059t - 1111)\,dt =$$

$$= \Big[\ \square\ \Big]_{\square}^{1,5} =$$

$$= \square \simeq 20,86 \text{ km.}$$

Lo spazio percorso nell'ora e mezza di tragitto è circa:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = \square = \square \text{ km.}$$

2 **I termistori**

Sappiamo che la resistenza elettrica dei materiali varia con la temperatura. Alcuni materiali come il silicio, detti *semiconduttori*, si comportano da isolanti a temperature molto basse, mentre a temperatura ambiente (circa 20 °C) diventano conduttori (altri elementi hanno il comportamento opposto).
La legge che descrive l'andamento della resistenza in funzione della temperatura per questi materiali è di tipo esponenziale: $R(T) = R_0 \cdot e^{\alpha T}$, con α positivo o negativo a seconda dei casi (la temperatura T è espressa in gradi centigradi, la resistenza in ohm). Questa proprietà viene sfruttata in dispositivi, come i *termistori*, in cui la resistenza, e quindi la corrente che circola, cambia a seconda della temperatura.
Un particolare dispositivo è caratterizzato dalla seguente legge:

$$R(T) = 220 \cdot e^{-0{,}1514T}.$$

- Rappresenta il grafico della funzione $R(T)$.
- Di quanto varia la sua resistenza tra 30 °C e −10 °C?
- In tale intervallo di temperatura, quale valore possiamo considerare come resistenza media?

- Il grafico della funzione $R(T) = 220 \cdot e^{-0{,}1514T}$ è il seguente.

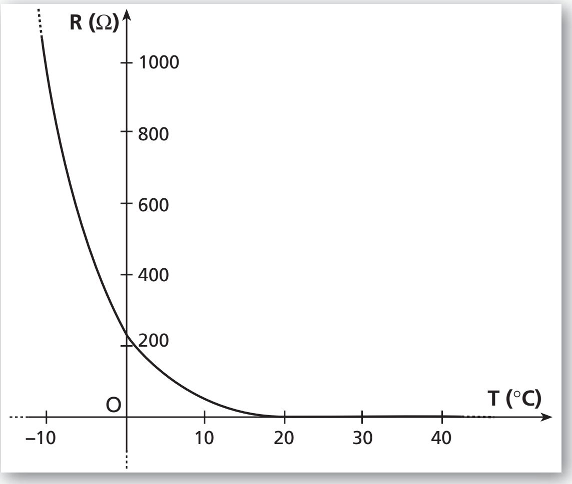


Figura 1

Calcoliamo i valori delle due resistenze in corrispondenza delle due temperature:

$R(30) = \underline{\qquad\qquad} \simeq \underline{\qquad}\ \Omega;$
$R(-10) = \underline{\qquad\qquad} \simeq \underline{\qquad}\ \Omega;$
$R(-10) - \underline{\qquad} \simeq \underline{\qquad}\ \Omega.$

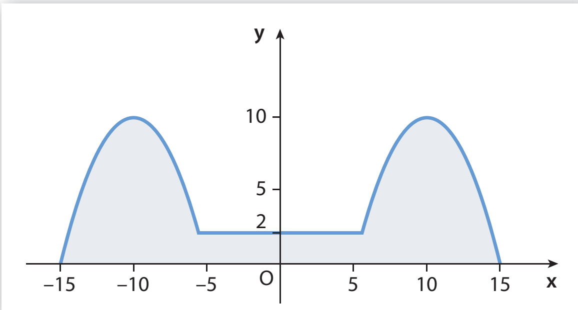
- Per calcolare il valore ______ della resistenza nell'intervallo dato applichiamo il teorema ______________.

$$R_{media} = \frac{\int_{-10}^{30} \underline{\qquad\qquad}\, dT}{\underline{\qquad\qquad}} = \frac{220}{40} \int_{-10}^{30} \underline{\qquad}\, dT = 5,5 \cdot \left(\underline{\qquad}\right) [\underline{\qquad}]_{-10}^{30} \simeq$$

$$\simeq \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \simeq \underline{\qquad\qquad\qquad} \simeq \underline{\qquad}\ \Omega.$$

3 In palestra

Claudio si iscrive in una palestra e l'istruttore gli assegna alcuni esercizi per le braccia da eseguire con pesi in plastica riempiti di sabbia.
Ciascun attrezzo può essere modellizzato con un solido ottenuto dalla rotazione intorno all'asse x del grafico della funzione rappresentata: si tratta di due archi di parabola e un segmento (misure in centimetri).



- Scrivi l'equazione della funzione rappresentata.
- Calcola il volume a disposizione per inserire la sabbia.
- Sapendo che il peso specifico della sabbia è 1,4 kg/dm^3, trova il peso degli attrezzi pieni.

- La parabola del primo quadrante ha vertice in (   ) e passa per (   ):

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = \quad \\ 10 = \quad \\ 0 = \quad \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = \quad \\ 10 = \quad \\ 0 = \quad \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = \quad \\ 10 = \quad \\ \quad = \quad \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = 8 \\ a = -\dfrac{2}{5} \\ c = -30 \end{cases}$$

Quindi la parabola ha equazione $y = -\frac{2}{5}x^2 + 8x - 30$.

Il punto d'intersezione con la retta $y = 2$ ha ascissa   .
La parabola del secondo quadrante è la simmetrica rispetto all'asse   della parabola del primo quadrante, perciò la sua equazione è:

$$y = \qquad .$$

La forma analitica della funzione è:

$$f(x) = \begin{cases} \qquad & \text{se } -15 \le x < \quad \\ 2 & \text{se } \quad \le x < \quad \\ -\dfrac{2}{5}x^2 + 8x - 30 & \text{se } \qquad \end{cases}$$

- Per calcolare il volume teniamo conto del fatto che la funzione è pari.

$$V = 2\pi\left[\int_0^{\quad} \quad dx + \int_{\quad}^{\quad}\left(-\frac{2}{5}x^2 + 8x - 30\right)^2 dx\right] =$$

$$= 2\pi\left[\quad + \int_{\quad}^{\quad}\left(\qquad - \frac{32}{5}x^3 \quad - 480x\right)dx\right] =$$

$$= 2\pi\left\{\quad + \left[\qquad - \frac{8}{5}x^4 + \quad - 240x^2\right]_{\quad}^{\quad}\right\} =$$

$$= 2\pi \qquad =$$

$$= \quad \text{cm}^3 = \quad \text{dm}^3.$$

- Il peso dell'attrezzo pieno di sabbia sarà:

$$P = \qquad = \quad \text{kg}.$$