

Auftrag: Beweise den Satz von der Mittellinie im Dreieck. Gib von der nachfolgenden Formulierung zunächst eine Wenn-Dann-Form an.

Satz von der Mittellinie im Dreieck: Die Verbindungsstrecke der Mittelpunkte zweier Dreiecksseiten ist parallel zur dritten Dreiecksseite.

Lösung

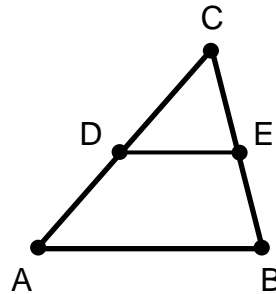
Satz in der Wenn-Dann-Form:

Wenn man die Mittelpunkte zweier Dreieckseiten zu einer Strecke verbindet, dann liegt diese Strecke parallel zur dritten Dreiecksseite.

Beweis:

Voraussetzung (*Wenn* [Voraussetzung], *dann...*)

Gegeben sind ein beliebiges Dreieck ABC und zwei Punkte D und E . Der Punkt D ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AC} und E der Mittelpunkt der Strecke \overline{BC} .



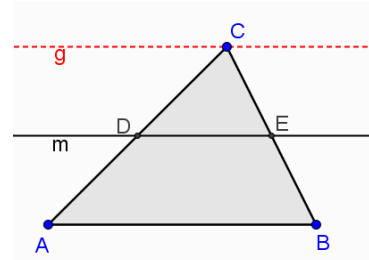
Behauptung (*..., dann* [Behauptung].)

Die Verbindungsstrecke \overline{DE} liegt parallel zur Strecke \overline{AB} (dritte Dreiecksseite).

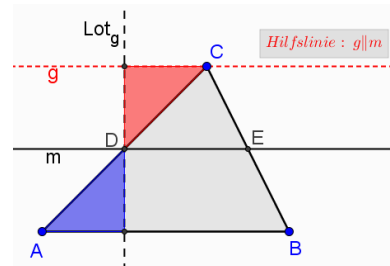
Beweistext

Es ist zu zeigen: $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$.

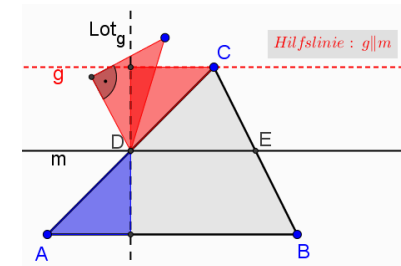
Ich zeichne zur Geraden $m(D, E)$ eine parallele Gerade g (gestrichelte Hilfslinie) durch den Punkt C .



Ich fälle vom Punkt D das Lot auf die Gerade g . Dabei entstehen zwei rechtwinklige Dreiecke (rot, blau) mit gemeinsamen Punkt D .



Ich drehe das rote Dreieck um den Punkt D gegen den UZS um 180° . Gleichbedeutend findet dabei eine Punktspiegelung um D statt.



Nach dem KGS wsw kommt das rote Dreieck zur Deckung (Kongruenz) mit dem blauen Dreieck.

Das Bild der Geraden g nenne ich h . Die Gerade h verläuft durch die Punkte A und B und ist parallel zur Geraden g . Also liegt h auch parallel zu m .

Es folgt die Behauptung: $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$.

w.z.b.w.

