Soluzione della trisezione dell'angolo tramite la concoide di Nicomede

Metodo

Utilizzo di curve (concoide di Nicomede).
Come visto in precedenza, la concoide viene costruita per mezzo di "slittamento di righelli".

- Sia $B\hat{A}C$ l'angolo di cui si vuole trovare la terza parte.
- Sia CD la retta perpendicolare ad AB passante per C.
- Si costruisca la concoide di Nicomede di polo A, asse CD e costante $t = 2AC$.
- Sia j la retta parallela ad AB passante per C.
- Sia X l'intersezione tra j e la concoide.
- Allora $B\hat{A}X = \frac{1}{3}B\hat{A}C$.

Costruzione tramite GeoGebra

1. Si costruiscano gli assi cartesiani.
2. Per semplicità e senza perdere generalità, siano $A = (0, 0)$, B sul semiasse positivo delle ordinate e C nel secondo quadrante.
3. Si costruisca la retta AC.
4. Si costruisca la retta parallela all'asse delle ascisse passante per il punto C. Sia D il punto di intersezione di tale retta con l'asse delle ordinate.
5. Sia j la retta parallela all'asse delle ordinate e passante per C.
6. Sia E un generico punto tra C e D.
7. Si costruisca la retta passante per A e per E.
8. Si definisca $t = 2AC$.
9. Si costruisca la concoide di Nicomede di polo A, asse CD e costante t:
   - Si costruisca la circonferenza di centro E e raggio t;
   - Sia X il punto di intersezione di tale circonferenza con la retta AE, dalla parte di E;
   - Si renda attiva la traccia di X.
10. Sia $\Delta = Distanza[X, j]$ e si renda visibile il suo valore sullo schermo.
11. Si rendano visibili i valori delle ampiezze degli angoli $B\hat{A}C$ e $B\hat{A}X$

Utilizzo

Si trasli il punto E fino a quando il punto X non giace sulla retta j, cioè fino a quando $\Delta = 0$.
In tale configurazione, $B\hat{A}X = \frac{1}{3}B\hat{A}C$.

Dimostrazione

Sia F il punto medio del segmento $\overline{EX}$ e si costruisca il segmento $\overline{FC}$.

- $\overline{EF} = \overline{FC} = \overline{FX} = \frac{t}{2} = \overline{AC}$ poiché il triangolo $\triangle ECX$ è rettangolo.
- Quindi i triangoli $\triangle EFC$, $\triangle FCX$ e $\triangle ACF$ sono isosceli
  $\Rightarrow C\hat{A}F = C\hat{F}A$ e $F\hat{C}X = F\hat{X}C$.
- $C\hat{A}F = C\hat{F}A = F\hat{C}X + F\hat{X}C = 2 * F\hat{X}C$, poiché $C\hat{F}A$ è l'angolo esterno al triangolo isoscele $\triangle CFX$.
- $C\hat{X}F = X\hat{A}B$ perché angoli alterni interni.
- Quindi $C\hat{A}X = C\hat{A}F = 2 * B\hat{A}X$.
- Quindi $B\hat{A}C = C\hat{A}X + X\hat{A}B = 2 * B\hat{A}X + B\hat{A}X = 3 * B\hat{A}X$
  $\Rightarrow B\hat{A}X = \frac{1}{3}B\hat{A}C$.