Matemáticas, R. Cantoral. R. Ma. Farfán. G. Montiel. J. Lezama. G. Molina. G. Cabañas. A. Castañeda. M. Sánchez. G. Martínez-Sierra.

Midiendo y comparando.

La fotografía muestra a un protozoo llamado paramecio. Es un organismo microscópico y unicelular que se impulsa mediante el movimiento de unas diminutas extensiones que reciben el nombre de cilios, las cuales cubren toda su superficie y le sirven además para atrapar pequeñas partículas alimenticias hacia su interior. Estos protozoos ciliados viven tanto en el agua como en el suelo, donde actúan en la descomposición, estableciendo también relaciones como parásitos de otros organismos.

El tamaño promedio de estos organismos es de 0.1 mm de largo. ¡Tan sólo una décima parte de milímetro!

Con una regla, que ha sido ampliada, medimos un paramecio. El entero de referencia es el milímetro, el cual lo dividimos en 10 partes iguales.

Otros protozoos como la ameba pueden llegar a medir hasta 0.125 mm. Si lo expresamos como fracción de milímetro, queda:

0.125 = 125/1000= 1/8.

Medimos a un paramecio y una ameba. Nuevamente la unidad de referencia es el milímetro.

Para ubicar 1/8 de milímetro, dividimos el entero en ocho partes iguales.

Escrituras fraccionarias de números.

Las letras *a* y *b* representan números enteros cualesquiera, es decir, pueden tomar el valor que tú decidas, la única restricción es para la letra *b* que no podrá ser cero, esto lo escribimos como b=0.

a/b es el cociente de *a* entre *b*; *a/b= a/b*.

a/b es una escritura fraccionaria.

Observación; *a/1=a/1=a* *0/b= 0 /b= 0*

Un número puede escribirse de diferentes formas. Por ejemplo:

- ¼, 0.25, 25/100 son tres formas de escribir un mismo número.,
- ¼ y 25/100 son la misma forma fraccionaria de escritura,
- En tanto que 0.25 es su escritura decimal.

Observación: Si a y b son dos números enteros (b=0), a/b es una fracción.

Valor posicional.

La idea fundamental del sistema decimal de numeración es el valor posicional de números. Para extender la idea del valor posicional a números fraccionarios, se debe contar con fracciones que sirvan como base para representar las partes.

Las unidades fraccionarias a la derecha del punto se llama *décimas, centésimas, milésimas, diezmilésimas…, millonésimas.*

Ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica.

Las cantidades fraccionarias pueden ubicarse en una recta, dividiendo a la unidad o entero de referencia en tantas partes como indique el denominador, mientras que los decimales pueden situarse dividiendo el entero o unidad de referencia siempre en 10 partes iguales.

El calentamiento de la tierra.

La temperatura de la Tierra ha aumentado en los últimos años a causa, principalmente, del efecto invernadero. Este fenómeno se origina cuando se acumulan gases contaminantes, sobre todo CO2 (dióxido de carbono), los cuales provocan que el calor absorbido por la atmósfera no se libere y, en consecuencia, aumente la temperatura. Entre sus efectos potenciales están el aumento del nivel del mar, que ha inundado zonas bajas, el cambio de clima en algunas regiones del mundo, la desertización del suelo, huracanes y tormentas.

El efecto invernadero más intenso que se ha identificado en Venus, ya que su superficie alcanza temperaturas hasta de 460° y su atmósfera tiene 96% de CO2.

Números con signo.

Debido a que en la medición de la temperatura los números naturales, es decir, el 1,2,3,4,5…, son insuficientes para expresar los grados bajo cero, y el cero mismo, fue necesario incorporar a los números negativos y al cero en la escala de medida. El cero es el punto de referencia, ya que antes del cero ubicamos a los negativos y después del cero a los positivos.

Los números negativos se distinguen de los positivos por el signo de menos (-) que les antecede, mientras que por lo general a los positivos no se acostumbra colocarles el signo de más (+).

Representación en la recta.

Los números negativos y positivos pueden ubicarse en la recta num´+erica para observar su orden y posición.

En la recta, los números están ordenados de menor a mayor. Por ello, al comparar dos números siempre será mayor el que esté a la derecha. Ejemplos;

- 1 y -1 no son iguales, ya que 1 está a la derecha de -1.
- De ¼ y -1/4, ¼ es mayor por que está a la derecha de -1/4.

Números opuestos y valor absoluto.

Observa que el 1 y el -1 están a la misma distancia del cero, al igual que el 2 y el -2, el 3 y el -3. Cada par de números tiene el mismo número, pero con signos opuestos o contrarios. Por tanto, el -5 se llama el *número opuesto de* 5, y 3 es el *opuesto* de -3.

En la recta numérica el punto de referencia es el cero, ese es nuestro origen. Podemos calcular siempre qué tan lejos estamos de él, a esa práctica de hablar de la distancia al origen le llamamos valor absoluto del número.

Por ejemplo, para obtener el valor absoluto de -5 se requiere conocer la distancia que existe entre el -5 al 0, el origen. La distancia es 5. Decimos entonces que el valor absoluto de -5 es 5.

La operación valor absoluto se indica de varias formas, la más usual es mediante el empleo de dos barras verticales que rodea al número como se encuentra a continuación. Por ejemplo |3|, |-3|, |0|.

|-3|= 4, se lee "valor absoluto de -3 es 3".

Ubicación de números con signo en la recta numérica.

a) Se ubica al cero como número de referencia (origen).
b) A la izquierda del cero se ubican los números negativos, los números menores que 0, a los que identificamos con el signo menos (-).
c) A la derecha del cero se ubican los números positivos, los números mayores que 0.
d) G11148698

Valor absoluto.

Para obtener el valor absoluto hay que tomar el número positivo, sin el signo en el caso de los negativos.

|5|=5 o |-1/5| =1/5.

Baldor, Algebra (1994).

Cantidades positivas y negativas.

En Algebra, cuando se estudian cantidades que pueden tomarse en **dos sentidos opuestos** o que son de **condición o de modo de ser opuestos,** se expresa el sentido, condición o modo de ser (valor relativo) de la cantidad por medio de los **signos** + **y** -, anteponiendo el **signo** a las cantidades tomadas en un sentido determinado (**cantidades positivas**) y anteponiendo el **signo** - a las cantidades tomadas en **sentidop opuesto** al anterior (**cantidades negativas**).

Así, el haber se designa con el signo + y las deudas con el signo -. Para expresar que una persona tiene $100 de haber, diremos que tienen + $100, y para expresar que debe $100, diremos que tiene -$100.

Los grados sobre cero del termómetro se designan con el signo + y los grados bajo cero con el signo -. Así, para indicar que el termómetro marca 10° sobre cero escribiremos +10° y para indicar que marca 8° bajo cero escribiremos -8°.

El camino recorrido a la **derecha o hacia arriba de un punto** se designa con el signo + y el camino recorrido a la **izquierda o hacia debajo de** un punto se representa con el signo -. Así, hemos recorrido 200 m. a la derecha de un punto dado, diremos que hemos recorrido +200m y si recorremos 300 a la izquierda de un punto escribiremos -300m .

El tiempo transcurrido **después de Cristo** se considera positivo y el tiempo transcurrido **antes de Cristo**, negativo. Así, +150 años significa 150 años D.C y -78 años significa 78 años A.C.

En un poste introducido en el suelo, representamos con el signo + la porción que se halla del suelo **hacia arriba** y con el signo – la porción que se halla del suelo **hacia abajo.** Así, para expresar la longitud del poste que se halla del suelo hacia arriba mide 15 m, escribiremos +15m., y si la porción introducida en el suelo es de 8m, escribiremos -8m.

La **latitud norte** se designa con el signo + y la latitud sur con el signo -; la longitud **este** se considera positive y la longitud de oeste, negativo. Por lo tanto, un punto de la Tierra cuya situación geográfica sea: +45° de longitud y -15° de latitud se hallará a 45° al este del primer meridiano y a |5° bajo el Ecuador.

Cantidades algebraicas

Son las que expresan el valor absoluto de las cantidades y además su sentido o valor relativo por medio del signo.

Así, escribiendo que una persona tiene +$5 expresamos el valor absoluto $5 y el sentido o valor relativo (haber) expresado por el signo +; escribiendo -$8 expresamos el valor absoluto $8 y el sentido o valor relativo (deuda) expresado por el signo -, escribiendo que el termómetro marca +8° tenemos el valor absoluto 8° y el valor relativo (sobre cero) expresado por el signo +, y escribiendo -9° tenemos el valor absoluto 9° y el valor relativo (bajo cero) expresado por el signo -.

Los signos + y – tienen en Algebra dos aplicaciones: una, indicar las operaciones de suma y resta, y otra, indicar el sentido o condición de las cantidades.

Esta doble aplicación se distingue por que cuando los signos + o – tienen la significación de suma o resta, van entre términos o expresiones incluidas en paréntesis, como por ejemplo en (+8) + (-4) y en (-7) –(+6). Cuando van precediendo a un término, ya sea literal o numérico, expresan el sentido positivo o negativo, como por ejemplo en -a, +b, +7,-8.

Representación gráfica de la serie algebraica de los números.

Teniendo en cuenta que el 0 en Algebra es la ausencia de la cantidad, que las cantidades positivas son mayores que 0 y las negativas menores que 0, y que las distancias medidas hacia la derecha o hacia arriba de un punto se consideran positivas y hacia la izquierda o hacia debajo de un punto negativas, la serie algebraica de los números puede representar de este modo:

El número entero y el número fraccionario.

Mucho antes de que los griegos (Eudoxio, Euclides, Apolonio, etc) realizaran la sistematización de los conocimientos matemáticos, los babilonios (según muestran las tablillas cuneiformes que datan de 2000-1800 A.C y los egipcios (como se ve en el papiro de Rhind) conocían las fracciones.

La necesidad de medir magnitudes continuas tales como la longitud, el volumen, el peso, etc, llevó al hombre a introducir los números fraccionarios.

Cuando tomamos una medida cualquiera, por ejemplo, la vara, para medir una magnitud continua (magnitud escalar o lineal), puede ocurrir una de estas dos cosas: que la unidad esté contenida un número entero de veces, o que no esté contenida un número entero de veces. En el primer caso, representamos el resultado de la medición con un número entero. En el segundo caso, tendremos que fraccionar la unidad elegidos en dos, en tres, o en cuatro partes iguales; de este modo hallaremos una fracción de la unidad que esté contenida en la magnitud que tratamos de medir. El resultado de esta última medición lo expresamos con un par de números enteros, distintos de cero, llamados respectivamente numerador y denominador. El denominador nos dará el número de partes en que hemos dividido la unidad, y el numerador, el número de subunidades contenidas en la magnitud que acabamos de medir.

Surgen de este modo los números fraccionarios. Son números fraccionarios ½,1/3,3/5, etc.

Podemos decir también, que son números fraccionarios los que nos permiten expresar el cociente de una división inexacta, o lo que es lo mismo, una división en la cual el dividendo no es el múltiplo del divisor.

Como se ve, en oposición a los números fraccionarios tenemos los números enteros que podemos definir como aquellos que expresan el cociente de una división exacta, como por ejemplo, 1,2,3, etc.

LEYES FORMALES DE LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES CON NUMEROS REALES.

Hemos visto sumariamente cómo a través del curso de la historia de las matemáticas, se ha ido ampliando sucesivamente el capo de los números, hasta llegar al concepto de número real. El camino recorrido ha sido, unas veces, el geométrico que siempre desemboca en la Aritmética pura, formal; otras veces, el camino puro, formal ha iniciado el recorrido para desembocar en lo intuitivo, en lo geométrico. Como ejemplos del primer caso, tenemos los números irracionales, introducidos como razón de dos segmentos con el propósito de representar magnitudes inconmensurables, y que hacen posible la expresión del resultado de la radicación inexacta. Y también los números fraccionarios que surgen para expresar el resultado de medir magnitudes conmensurables, y que hacen posible la división inexacta, Como ejemplo del segundo caso están los números negativos que aparecen por primera vez como raíces de ecuaciones, y hacen posible la resta en todos los casos, ya que cuando el minuendo es menor que el sustraendo esta operación carece de sentido cuando trabajamos con números naturales. Más tarde, estos números negativos (relativos) servirán para expresar los puntos a uno y otro lado de una recta indefinida.

Sin pretensiones de profundizar prematuramente en el campo numérico, vamos a exponer las leyes formales (esto es, que no toman en cuenta la naturaleza de los números de la suma y de la multiplicación ya que las demás operaciones fundamentales pueden explicarse como inversas de éstas, así, la resta, la división, la potenciación, la logaritmación, y la radicación. Conviene ir adaptando la mentalidad de principiante al carácter formal (/abstracto) de estas leyes, pues ello contribuirá a la comprensión de los problemas que ulteriormente le plantearán las matemáticas superiores. Por otra parte, el conjunto de estas leyes formales constituirá una definición indirecta de los números reales y de las operaciones fundamentales. Estas leyes que no requieren demostración pues son de aprehensión inmediata, se llaman axiomas.

Igualdad.

I: axioma de identidad: $a=a$

II: Axioma de reciprocidad: si a=b, tenemos que b=a

III: Axioma de transitividad: si a=b