

# GeoGebra Quickstart

Um rápido guia de referência sobre o GeoGebra

Geometria dinâmica, álgebra e cálculo formam juntos o *GeoGebra*, um software educativo premiado frequentemente, que combina geometria e álgebra com o mesmo grau de importância.

De maneira bastante simples, você pode fazer construções incluindo pontos, vetores, segmentos, retas, e seções cônicas bem como funções, que podem ser alteradas dinamicamente pelo mouse posteriormente. GeoGebra também admite expressões como: g:  $3x + 4y = 7$  ou: c:  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$  e oferece uma variedade de comandos incluindo diferenciação e integração a sua disposição. A mais notável característica do GeoGebra é a dupla percepção dos objetos: toda expressão na janela algébrica corresponde a um objeto na área de trabalho e vice versa.

Prosseguindo, você conhecerá o GeoGebra ativamente, examinando três exemplos. Você deve trabalhar-los um após o outro e não esquecer de testar os tipos dados também.

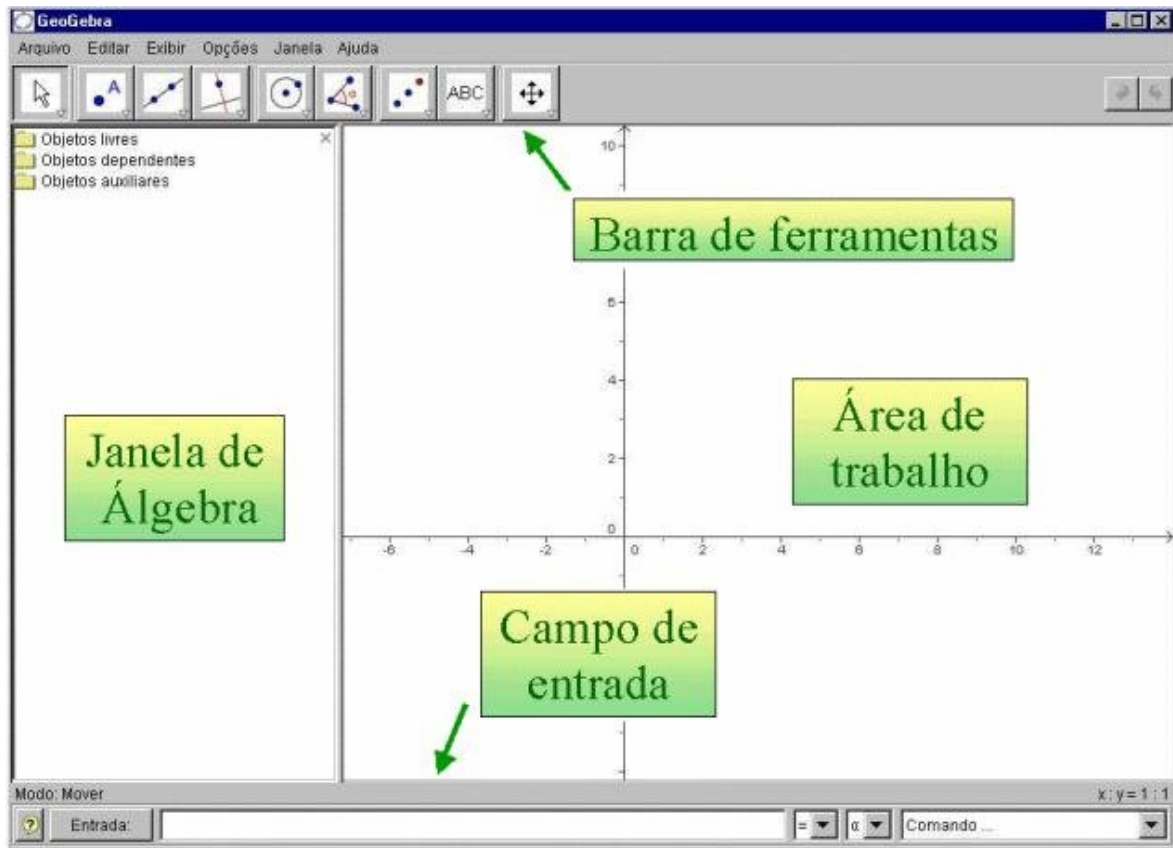
**Exemplo 1:** Circunferência circunscrita a um triângulo

**Exemplo 2:** Tangentes de uma circunferência

**Exemplo 3:** Derivada e tangente de uma função

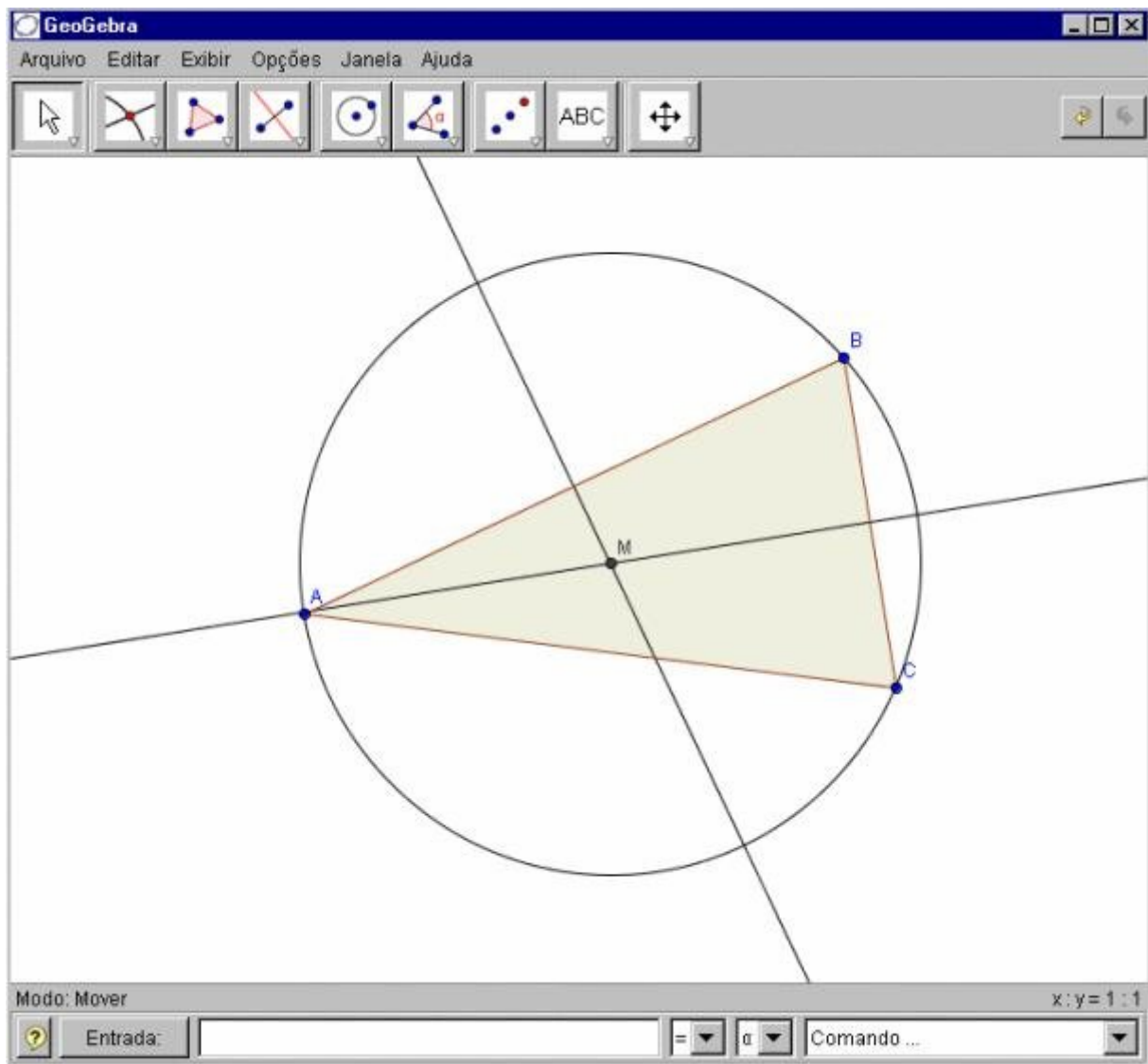
Iniciando o GeoGebra, aparece a janela representada abaixo. Por meio das ferramentas de construção (modos) na barra de ferramentas você pode fazer construções na área de trabalho com o mouse. Ao mesmo tempo as coordenadas e equações correspondentes são mostradas na janela de álgebra. O campo de entrada de texto é usado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções diretamente e estes são mostrados na área de trabalho imediatamente depois pressionando a tecla Enter.

Geometria e álgebra lado a lado:








## Exemplo 1: Circunferência circunscrita a um triângulo

**Exercício:** *Desenhe um triângulo A, B, C e construa uma circunferência circunscrita usando o GeoGebra.*



## Construção usando o mouse

- 
 Escolha o modo “Polígono” na barra de ferramentas (clique na menor seta no terceiro ícone do lado esquerdo). Agora clique na área de trabalho três vezes para criar os vértices A, B, e C. Feche o triângulo clicando no A novamente.
- 
 Depois, escolha o modo “mediatriz” e construa duas mediatrizes em dois lados do triângulo.
- 
 No modo “Interseção de dois objetos” você pode clicar nas duas mediatrizes para criar o centro da circunferência circunscrita no seu triângulo. Para chamá-lo de “M”, clique sobre ele com o botão direito do mouse e escolha “Renomear”.
- 
 Para realizar a construção, você tem que escolher o modo “Círculo definido pelo centro e por um de seus pontos” e clique primeiro no centro, depois em algum vértice do triângulo.
- 
 Agora escolha o modo “Mover” e use o mouse para mudar a posição de qualquer um dos vértices – você vai vivenciar o significado de „geometria dinâmica”.

## Algumas dicas

- O item “Desfazer” no menu “Editar” é uma ferramenta muito usada para anular as últimas operações.
- Você pode fazer objetos desaparecerem e aparecerem novamente clicando sobre eles com o botão direito do mouse e escolhendo “Exibir objeto” para ativá-los ou desativá-los. O objeto desaparecerá ou aparecerá na área de trabalho.
- O aparência dos objetos (cores, espessura da reta, ...) pode ser alterada facilmente: use o botão direito do mouse novamente para clicar no objeto e escolha “Propriedades” a partir do menu contextual.
- No menu “Exibir”, eixos e malha podem aparecer e desaparecer da janela algébrica.
- Altere a posição da área de trabalho, escolhendo o modo “Deslocar eixos”  $\oplus$  e simplesmente use o mouse para arrastá-los.
- O menu “Exibir – Protocolo de Construção” fornece uma tabela listando todos os passos que você tomou fazendo sua construção. Ele serve para revisar a construção passo a passo utilizando as teclas de seta, e também modificar a ordem dos vários passos posteriores (veja o menu “Ajuda” do protocolo de construção). Além disso, você pode usar o menu “Exibir” para mostrar ou esconder colunas indesejadas.
- Na seção “Entrada geométrica” no menu “Ajuda” você pode encontrar mais informações sobre construções com o mouse.

## Construções usando o campo de entrada

Nós agora vamos fazer a mesma construção realizada acima usando o campo de entrada de texto, então você precisará de uma nova área de trabalho (menu “Arquivo – Novo”). Digite os comandos abaixo no campo de texto que se localiza na parte inferior da tela e pressione a tecla “Enter” ao final de cada linha.

```
A = (2, 1)
B = (12, 5)
C = (8, 11)
Polígono[A,B,C]
l_a = Mediatriz[a]
l_b = Mediatriz[b]
M = Interseção[l_a, l_b]
Círculo[M, A]
```

## Algumas dicas

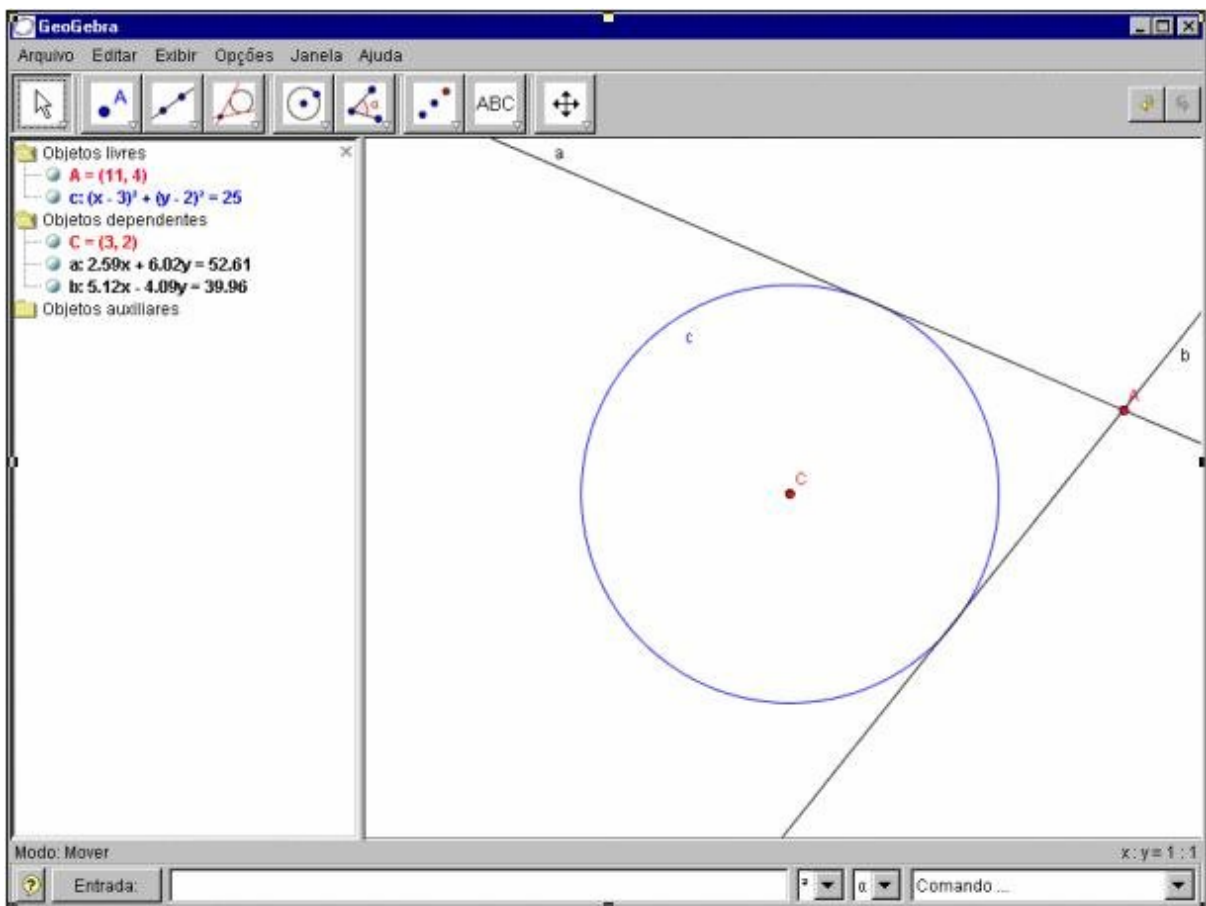
- Complementação automática de comandos: depois de escrever as duas primeiras letras do comando, ele aparecerá automaticamente. Se você quiser adotar a sugestão, pressione a tecla “Enter”, se não continue digitando.
- Não é necessário teclar o nome de cada comando, você pode também escolhê-lo na lista de comandos que aparece no próximo campo, na direita da tela.

- Clicando no ícone “entrada” (botão esquerdo) ativa o modo “campo de entrada”. Nesse modo você pode clicar no objeto a partir da janela algébrica ou da área de trabalho para copiar o nome dentro do campo de entrada.
- Para obter mais dicas práticas relacionadas com o campo de entrada clique na ajuda (no botão do canto esquerdo).

Você obterá melhores resultados no seu trabalho com o GeoGebra combinando as vantagens das duas formas de entrada, utilizando o mouse e o campo de entrada de texto.

## Exemplo 2: Tangentes de uma circunferência

**Exercício:** Usando GeoGebra, construa a circunferência  $c: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$  cujas tangentes passam pelo ponto  $A = (11, 4)$ .



### Construção usando campo de entrada de texto e o mouse

Escreva a equação da circunferência  $c: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$  dentro do campo de entrada de texto e pressione a tecla Enter (*dica:* o símbolo  $^2$  é encontrado na lista à direita do campo de entrada de texto)

Insira o comando  $C = \text{Centro}[c]$  dentro do campo de entrada de texto

Insira o ponto A digitando  $A = (11,4)$



Agora escolha o modo “Tangentes” e clique no ponto A e na circunferência c.

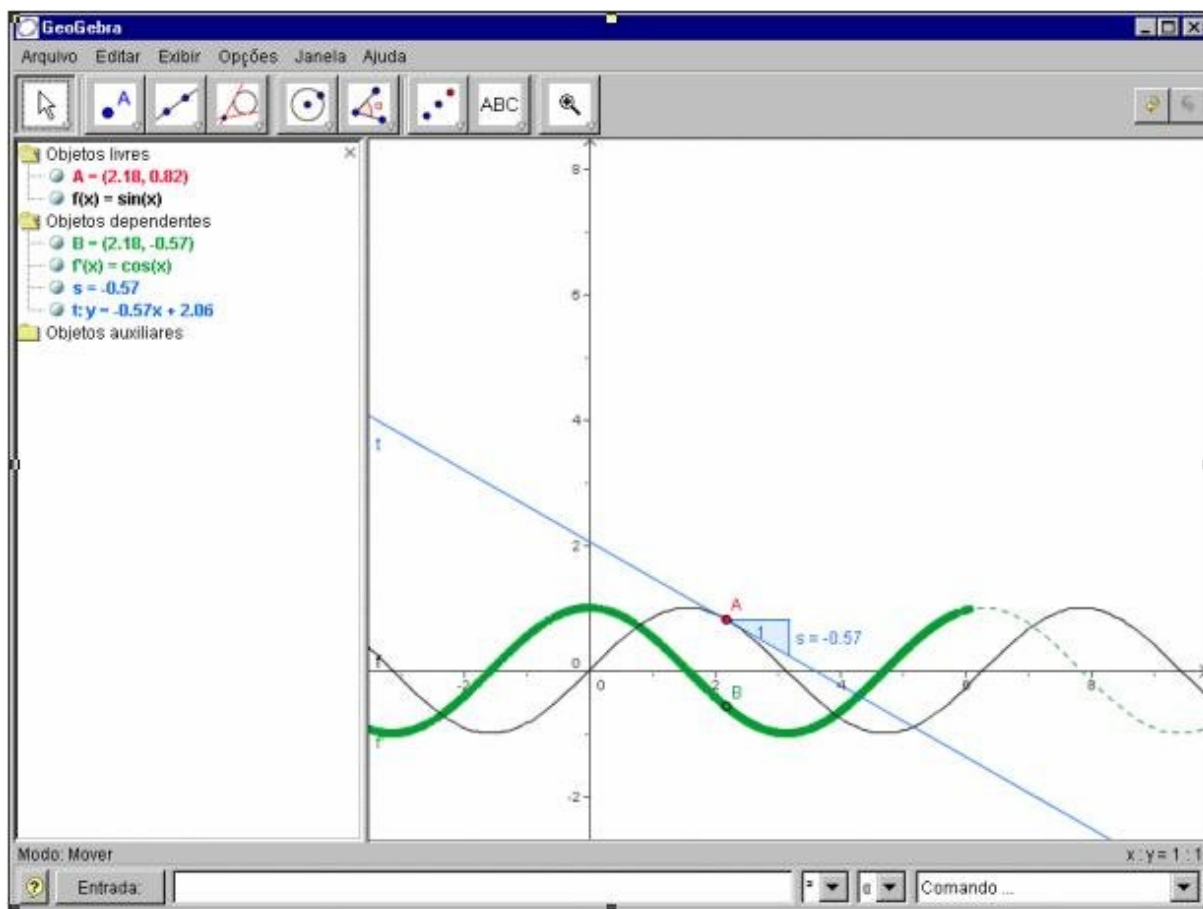
- Depois escolha o modo “Mover”, arrastando o ponto A com o mouse e observe o movimento das tangentes.  
Você deveria tentar também arrastar a circunferência c olhando sua equação na janela algébrica

### Algumas dicas

- Aproximando ou distanciando a imagem: você pode escolher quantos graus você deseja aumentar ou diminuir clicando com o botão direito do mouse na área livre e escolhendo o Zoom desejado ou então apenas pressione com o botão direito do mouse enquanto o arrasta para ampliar ou reduzir a janela.
- É possível alterar a equação da circunferência diretamente na janela algébrica clicando duplamente sobre ela.
- Maiores informações sobre as possibilidades de construções com a entrada de texto podem ser encontradas no menu “Ajuda”, da entrada de texto.





### Exemplo 3: Derivada e tangente de uma função

**Exercício:** Use o GeoGebra para construir a função  $f(x) = \sin(x)$ , sua derivada e sua tangente em um ponto de inflexão em  $f$  juntamente com o triângulo de inclinação.



### Versão 1: Ponto na função

Escreva a função  $f(x) = \sin(x)$  dentro do campo de entrada de texto e pressione a tecla Enter

-  Escolha o modo “Novo Ponto” e clique na função  $f$  para criar um ponto  $A$  em  $f$ .
-  Depois escolha o modo “Tangentes” e clique no ponto  $A$  e na função  $f$ . Altere o nome da tangente para  $t$  (botão direito do mouse, “Renomear”). Digite o comando  $s = \text{Inclinação}[t]$ .
-  Depois escolha o modo “Mover”, arraste o ponto  $A$  com o mouse e observe o movimento da tangente. Digite  $B = (x(A), s)$  e modifique o estilo do traço do ponto  $B$  (clique no ponto com o botão direito do mouse e marque a opção “Habilitar traço”).
-  Escolha o modo “Mover” e arraste  $A$  com o mouse e observe o tracejado formado por  $B$ . Digite o comando  $\text{Derivada}[f]$ .

### Algumas dicas

- Escreva uma função diferente, ex.  $f(x) = x^3 - 2x^2$  dentro do campo de entrada de texto; imediatamente aparecerá sua derivada e sua tangente.
- Escolha o modo “Mover” e arraste a função com o mouse. Observe a mudança das equações das funções e das derivadas.

### Versão 2: Ponto em $x = a$

Nós iremos agora para outra versão da última construção. Por isso, escolha “Arquivo – Novo” para abrir uma nova área de trabalho. Em seguida, digite os comandos seguintes dentro do campo de entrada de texto e pressione Enter ao fim de cada linha.

```
f(x) = sen(x)
a = 2
T = (a, f(a))
t = Tangente[a, f]
s = Inclinação[t]
B = (x(T), s)
Derivada[f]
```

Escolha o modo “Mover” e clique no número  $a$ . Você pode modificar o valor pressionando as teclas de seta. Na mesma hora, o ponto  $T$  e a tangente se moverão ao longo da função  $f$ .

**Seletor:** Você pode também modificar o valor de  $a$  usando um seletor: clique com o botão direito no “ $a$ ” da janela algébrica e escolha “exibir objeto”.

**Dica:** seletores e teclas de setas são muito usados para examinar parâmetros, por exemplo  $p$  e  $q$  na equação quadrática  $y = x^2 + p x + q$ .

### Tangente sem recorrer ao comando

GeoGebra também trabalha com vetores e com equações paramétricas. Assim é possível construir uma tangente  $t$  com o comando  $\text{Tangente}[]$ . Para testar essa

situação, remova a tangente a partir de sua primeira construção clicando sobre ela com o botão direito do mouse e escolhendo “Apagar”. Então, digite os seguintes comandos:

$$v = (1, f'(a))$$
$$t: X = T + r v$$

$v$  é o vetor direção da tangente  $t$ . Você também pode utilizar outra letra como parâmetro sem ser o “ $r$ ”.

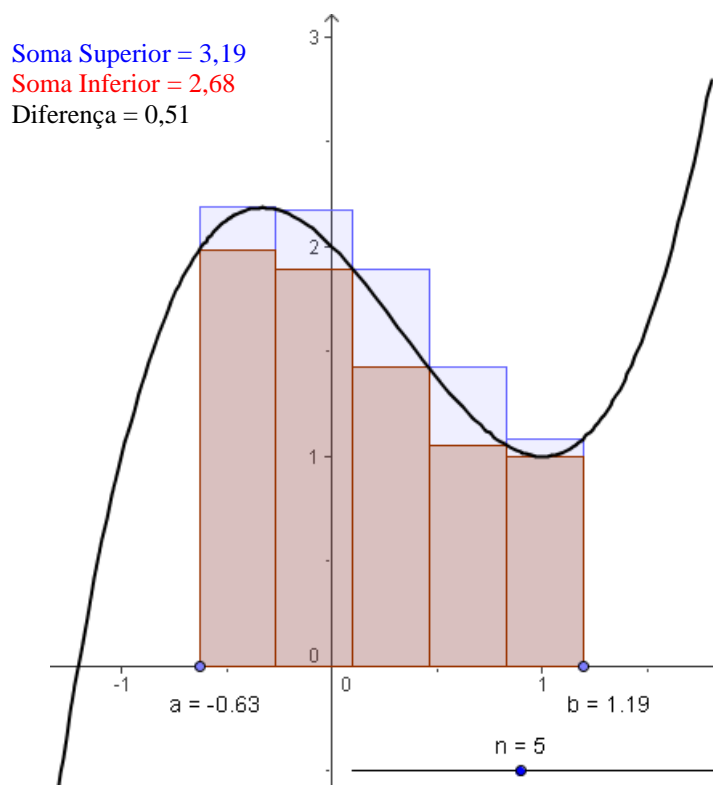
### Algumas dicas

- Existe uma possibilidade adicional para construir a tangente com a ajuda do vetor direção:  $t = \text{Reta}[T, v]$ .
- Tente também o comando  $\text{Integral}[f]$
- Outras dicas relacionadas aos comandos do GeoGebra podem ser encontradas no menu “Ajuda”, seção “Entrada Algébrica – comandos”. Ajuda do GeoGebra (pdf-file) também está disponível para download em [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at).

### Mais informações

Você está convidado a visitar a homepage do GeoGebra [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at). Lá você encontrará mais informações bem como a mais recente versão do software livre.

GeoGebra também possibilita a você criar facilmente apresentações dinâmicas que podem ser utilizadas em qualquer navegador de internet (ex. Firefox, Netscape, ou Internet Explorer). Exemplos e informações adicionais podem ser encontradas também na homepage do GeoGebra.



GeoGebra Homepage

[www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)

GeoGebra Fórum de usuários

[www.geogebra.at/forum](http://www.geogebra.at/forum)

GeoGebraWiki - material educacional

[www.geogebra.at/en/wiki](http://www.geogebra.at/en/wiki)

Se você tem qualquer sugestão ou deseja dar algum retorno sobre o GeoGebra , por favor sinta-se à vontade para escrever para *Markus.Hohenwarter@sbg.ac.at*.